

# ФИЗИКА ПЛАЗМЫ. АСТРОФИЗИКА

## МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛАЗМЫ С ПРОВОДЯЩИМИ МАКРОЧАСТИЦАМИ

Ф.Б. Баимбетов, А.Е. Давлетов, Е.С. Мухаметкаримов, Ж.А. Кудышев

НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы

На основе цепочки уравнений Боголюбова в приближении парных корреляций, предлагается псевдопотенциальная модель взаимодействия частиц пылевой плазмы. При этом базовые потенциалы взаимодействия пылевых частиц с заряженными частицами (электрон, ион) и между собой в отсутствии среды вычисляется методом электрического изображения, то есть пылевая частица считается заряженным проводящим шаром. Исследованы радиальные функции распределения и статические структурные факторы. Полученные результаты адекватно описывают возможность образования упорядоченных структур в плазме с проводящими макрочастицами.

### Введение

В настоящее время в современной физике одной из актуальных проблем как с научной, так и с практической точки зрения является исследование свойств так называемой пылевой плазмы, где наряду с электронами и ионами буферной плазмы присутствуют проводящие или диэлектрические дисперсные частицы – пылинки [1, 2]. Это обусловлено прежде всего тем, что при определенных условиях в такой плазме образуются упорядоченные структуры из пылевых (дисперсных) частиц. Такое состояние плазмы с пылинками называется плазменным кристаллом, имея ввиду то, что пылинки образуют некоторую квазирешетку, периодически срываясь со своих равновесных положений. Считается, что процессы, протекающие в плазме с пылинками, могут играть фундаментальную роль для объяснения происхождения Вселенной с ее галактиками. Пылинки также образуются во многих плазменных установках при взаимодействии частиц буферной плазмы со стенками. Например, в установках, предназначенных для осуществления управляемого термоядерного синтеза. В результате в приповерхностном слое образуется плазма с пылинками, которая существенным образом влияет на механические, физико-химические свойства материала стенок.

### Безразмерные параметры плазмы

В данной работе рассматривается трехкомпонентная, пылевая плазма, содержащая электроны и ионы с концентрациями  $n_e$  и  $n_i$ , зарядами  $-e$  и  $e$  соответственно, а также пылевых частиц – проводящих шаров с концентрацией  $n_d$  и зарядом  $-Z_d e$ . Предполагается, во-первых, что время зарядки проводящих шаров  $\tau_{ch}$  мало ( $\tau_{ch} \approx 0.8 \cdot 10^{-16} c$ ), во-вторых, вся система удовлетворяет условию квазинейтральности  $-n_e + n_i - Z_d n_d = 0$  и в ней установилось некоторое равновесное состояние с температурой  $T$ .

Для описания состояния рассматриваемой плазмы введем безразмерные параметры:

Параметр, характеризующий неидеальность взаимодействия пылевых частиц, определяется выражением

$$\Gamma_d = \frac{Z_d e^2}{a_d k_B T}, \quad (1)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура среды,  $Z_d$  – зарядовое число пылевых частиц,  $a_d = (3/4\pi n_d)^{1/3}$  – среднее расстояние между пылевыми частицами (шарами). Этот параметр представляет собой отношение средней кулоновской энергии взаимодействия шаров к их средней тепловой энергии. Он может изменяться от нескольких десятков до нескольких сотен, что свидетельствует о большой роли взаимодействия пылевых частиц.

Связь между буферной плазмой и пылевой компонентой плазмы характеризуется параметром экранирования

$$\kappa = \frac{a_d}{\lambda_D}, \quad (2)$$

где  $\lambda_D = \sqrt{k_B T / 4\pi n_e e^2}$  – дебаевский радиус экранирования электронов.

Взаимодействие частиц буферной плазмы между собой описывается еще одним параметром связи

$$\Gamma = \frac{e^2}{ak_B T}, \quad (3)$$

где  $a = (3/4\pi n)^{1/3}$  – среднее расстояние между ионами буферной плазмы,  $n_i$  – полная концентрация ионов.

### Микрорепотенциалы взаимодействия частиц плазмы и их Фурье-образы

В качестве микрорепотенциала взаимодействия частиц буферной плазмы (электронов и ионов) был взят потенциал Кулона

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{ii}(r) = -\varphi_{ei}(r) = \frac{e^2}{r}. \quad (4)$$

В качестве микрорепотенциалов взаимодействия пылевой частицы с электронами и ионами буферной плазмы выбраны потенциалы, полученные методом электрических изображений [3]

$$\varphi_{de}(r) = \frac{Z_d e^2}{r} - \frac{e^2 R^3}{2r^2(r^2 - R^2)}, \quad (5)$$

$$\varphi_{di}(r) = -\frac{Z_d e^2}{r} - \frac{e^2 R^3}{2r^2(r^2 - R^2)}. \quad (6)$$

При этом микрорепотенциал взаимодействия пылевых частиц (шариков) между собой определяется соотношением [3]

$$\varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{R} \left[ \frac{1}{\text{sh} \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\text{sh}(n\beta)}} - 1 \right], \quad (7)$$

где  $\text{ch} \beta = \frac{r}{2R}$ ,  $R$  – есть радиус пылевой частицы.

Нетрудно заметить из (4)-(7), что при взаимодействии заряженной частицы с проводящим заряженным шаром (пылевой частицей) наряду с чисто кулоновским потенциалом возникает дополнительный член, отвечающий за взаимодействия заряженной частицы с индуцированным зарядом противоположного знака. При описании взаимодействия двух заряженных проводящих шаров также использовался метод электрических изображений. В этом случае, две заряженные пылинки взаимодействуют по средствам бесконечного числа взаимодействий индуцированных изображений-зарядов.

В соответствии с (4)-(7) Фурье образы микрорепотенциалов имеют вид: для микрорепотенциала взаимодействия электронов и ионов

$$\tilde{\varphi}_{ee}(k) = \tilde{\varphi}_{ii}(k) = -\tilde{\varphi}_{ei}(k) = \frac{3\Gamma \sqrt{3\Gamma(1+\alpha)}}{\kappa} \frac{1}{k^2}, \quad (8)$$

где  $\alpha = n_i / n_e$ ;

для микропотенциала взаимодействия электрона с пылевой частицей

$$\tilde{\varphi}_{ed}(k) = \frac{3\Gamma\sqrt{3\Gamma(1+\alpha)}}{\kappa} \left( \frac{Z_d}{k^2} - \frac{z}{(A_1 + A_2/k^{3/2} - A_3/k)k^2} + \frac{z}{(B_1 + B_2/k - B_3/\sqrt{k})k^2} \right), \quad (9)$$

где  $\alpha = n_i / n_e$ ;  $A_1 = 4.004$ ;  $A_2 = 799.875$ ;  $A_3 = 23.188$ ;  $B_1 = 1.014$ ;  $B_2 = 11.241$ ;  $B_3 = 0.840$ ;  
для микропотенциала взаимодействия иона с пылевой частицей

$$\tilde{\varphi}_{id}(k) = \frac{3\Gamma\sqrt{3\Gamma(1+\alpha)}}{\kappa} \left( \frac{Z_d}{k^2} + \frac{z}{(A_1 + A_2/k^{3/2} - A_3/k)k^2} + \frac{z}{(B_1 + B_2/k - B_3/\sqrt{k})k^2} \right), \quad (10)$$

где  $\alpha = n_i / n_e$ ;  $A_1 = 4.004$ ;  $A_2 = 799.875$ ;  $A_3 = 23.188$ ;  $B_1 = 1.014$ ;  $B_2 = 11.241$ ;  $B_3 = 0.840$ ;  
для микропотенциала взаимодействия пылевых частиц между собой

$$\tilde{\varphi}_{dd}(k) = \frac{3\Gamma\sqrt{3\Gamma(1+\alpha)}}{\kappa} \frac{Z_d^2}{Rk} C_1 \left( \frac{1}{k} - \frac{C_2 k}{1 + C_2 k^2} \right), \quad (11)$$

где  $R$  – радиус пылевой частицы,  $C_1 = 0.020$ ,  $C_2 = 0.004$ .

### Макропотенциалы взаимодействия частиц плазмы

Для изучения микроскопических свойств пылевой плазмы воспользуемся обобщенным уравнением Больцмана-Пуассона [4]

$$\Delta_i \Phi_{ij}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) = \Delta_i \varphi_{ij}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) - \sum_c \frac{n_c}{k_B T} \int \Delta_i \varphi_{ik}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_k^c) \Phi_{jk}(\mathbf{r}_j^b, \mathbf{r}_k^c) d\mathbf{r}_k^c, \quad (12)$$

где  $\varphi_{ij}$  – микропотенциал взаимодействия частиц пылевой плазмы,  $\Phi_{ij}$  – макропотенциал, учитывающий корреляционные эффекты,  ${}^a \mathbf{r}_i$  – радиус-вектор  $i$ -ой частицы сорта  $a$ ,  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $n_c$  – концентрация частиц сорта  $c$ .

Уравнение (12) в Фурье-пространстве представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, решение которой в случае трехкомпонентной плазмы имеет вид

$$\tilde{\Phi}_{ab}(k) = \frac{1}{\Delta} \left( \tilde{\varphi}_{ab}(k) + \sum_{c=e,i,n} A_c [\tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{ab}(k) - \tilde{\varphi}_{ac}(k)\tilde{\varphi}_{bc}(k)] + \delta_{ab} \sum_{c,d=e,i,n} A_c A_d \left[ \tilde{\varphi}_{ac}(k)\tilde{\varphi}_{ad}(k)\tilde{\varphi}_{cd}(k) + \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{dd}(k)}{2} - \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{cd}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{ad}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{dd}(k)\tilde{\varphi}_{ac}(k)^2}{2} \right] \right), \quad (13)$$

$$a \quad \Delta = 1 + \sum_{a=e,i,n} A_a \tilde{\varphi}_{aa}(k) + \sum_{a,b} A_a A_b [\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{bb}(k) - \tilde{\varphi}_{ab}(k)^2] + A_a A_b A_c \times$$

$$\left[ \frac{\tilde{\varphi}_{ab}(k)\tilde{\varphi}_{bc}(k)\tilde{\varphi}_{ac}(k)}{3} + \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{bb}(k)\tilde{\varphi}_{cc}(k)}{6} - \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{bc}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{bb}(k)\tilde{\varphi}_{ac}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{ab}(k)^2}{6} \right]. \quad (14)$$

Здесь  $A_c = n_c / k_B T$  и  $\delta_{ab}$  – символ Кронекера.

Выражения для микропотенциалов в конфигурационном пространстве могут быть получены из выражений (13) и (14) обратным преобразованием Фурье

$$\Phi_{ab}(r) = \int \tilde{\Phi}_{ab}(k) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}. \quad (15)$$

Из выражений (13) и (14) видно, что для получения аналитических выражений для макропотенциалов  $\Phi_{ab}(r)$  необходимо знание Фурье-образов микропотенциалов, приведенных в предыдущем разделе [5,6].

### Структурные факторы

Псевдопотенциальная модель взаимодействия частиц пылевой плазмы позволяет изучить структурные свойства данной плазмы. Ранее авторами были исследованы термодинамические свойства пылевой плазмы с помощью радиальной функций распределения, которая также дает информацию о микроскопических свойствах системы [4]

$$g_{ab}(r) = 1 + h_{ab}(r) = 1 - \frac{\Phi_{ab}(r)}{k_B T} \quad (16)$$

где  $\Phi_{ab}(r)$  – макропотенциал взаимодействия частиц сортов  $a$  и  $b$ .

Еще одной важной величиной, определяющей микроскопические свойства системы, является структурный фактор  $S_{ab}(k)$ , который определяется через радиальную функцию распределения следующим образом

$$S_{ab}(k) = \delta_{ab} + \int [g_{ab}(r) - 1] \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (17)$$

где  $\delta_{ab}$  – символ Кронекера. Подставив выражение для радиальной функции распределения (16) в (17), получим простые аналитические выражения для статических структурных факторов

$$S_{ab}(k) = \delta_{ab} - \frac{\sqrt{n_a n_b}}{k_B T} \tilde{\Phi}_{ab}(k). \quad (18)$$

Здесь  $n_a$  – концентрация частиц сорта  $a$ ,  $\tilde{\Phi}_{ab}(k)$  – Фурье-образ макропотенциала взаимодействия. Следует отметить, что, в отличие от самого потенциала взаимодействия, его Фурье-образ, а значит и структурный фактор, может быть записан в простом аналитическом виде (13) и (14).

На рисунках 1-6 приведены графики зависимостей структурных факторов от волнового числа при фиксированном параметре связи. Видно, что на кривых структурных факторов заряженной и пылевой частицы имеются максимумы, что свидетельствует о формировании упорядоченности в расположении соответствующих частиц. Также представлены электрон – электронные и электрон - ионные структурные факторы.

С помощью статических структурных факторов в отдельных случаях можно исследовать процессы переноса, определив кулоновский логарифм и чистоту столкновения, а затем исследовать электропроводность системы. Следует отметить, что эффекты поляризации также были учтены в работе [7], а обратная задача о восстановлении потенциала взаимодействия по корреляционным функциям ставилась в [8].

Структурный фактор буферной плазмы

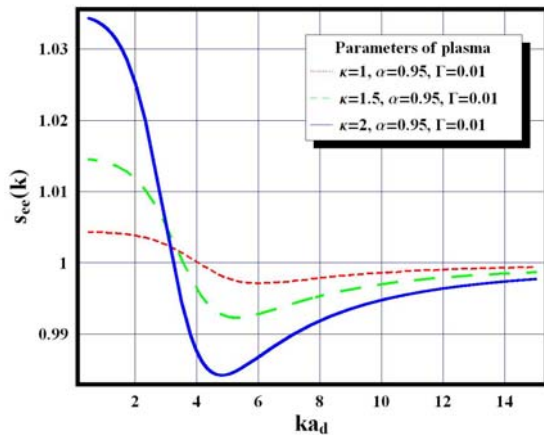


Рис. 1. Электрон-электронный структурный фактор пылевой плазмы

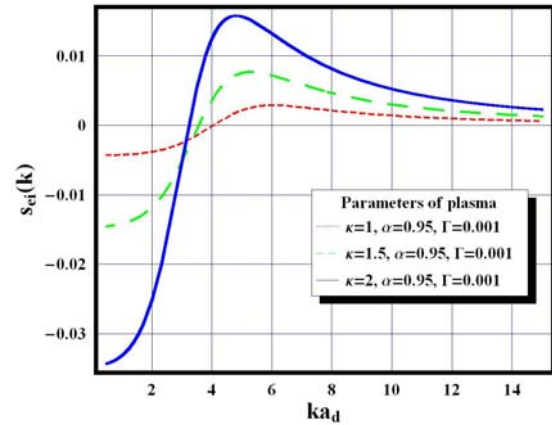


Рис. 2. Электрон-ионный структурный фактор пылевой плазмы

Структурный фактор пылевых частиц

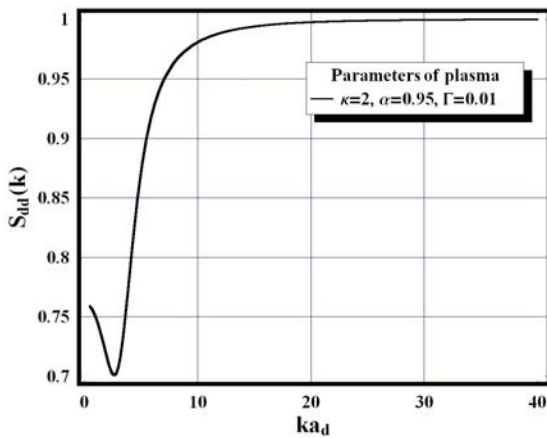


Рис. 3. Структурный фактор пылевых частиц

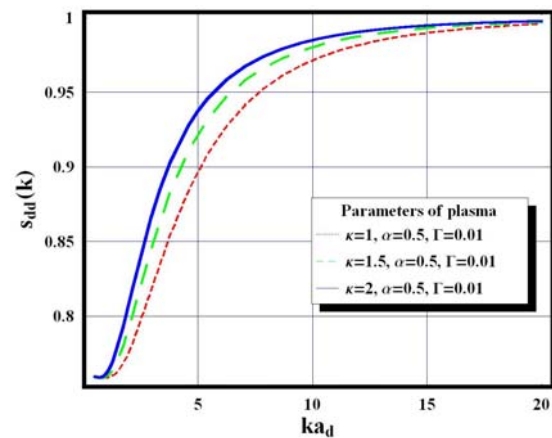


Рис. 4. Структурный фактор пылевых частиц

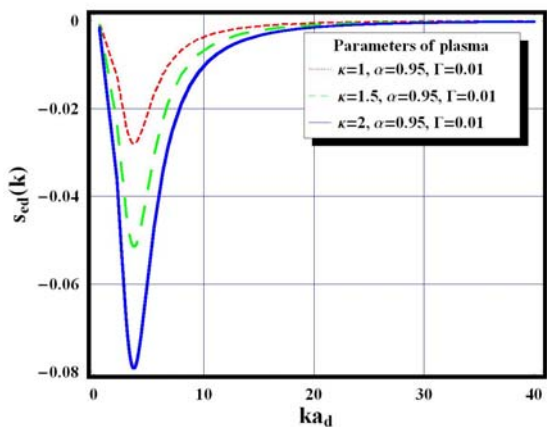


Рис. 5. Структурный фактор электрон-пылевая частица

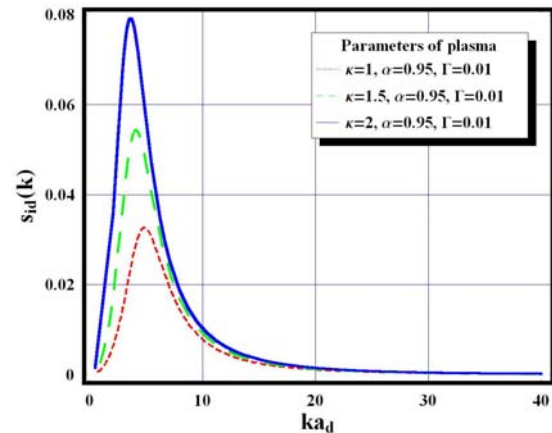


Рис. 6. Структурный фактор ион-пылевая частица

## **Заклучение**

На основе разработанной ранее псевдопотенциальной модели [5, 6] исследованы структурные свойства, а именно статические структурные факторы пылевой плазмы от волнового числа. Графики структурных факторов показывают возможность существования упорядоченности частиц в системе. Это обнаруживается по немонотонному характеру поведения статических структурных факторов в зависимости от волнового числа.

## **Литература**

1. В.Е. Фортов, А.Г. Храпак, С.А. Храпак, В.И. Молотков, О.Ф. Петров // УФН. - Том 174, №5.2004.
2. Fortov V.E., Gavrikov A.V., Petrov O.F., Shakhova I.A., Vorob'ev V.S. Investigation of the interaction potential and thermodynamic functions of dusty plasmas by measured correlation functions // Phys. Plasmas. – 2007. – Vol. 14. – P. 040705-1 – 040705-4.
3. В.А. Саранин, О взаимодействии двух электрически заряженных проводящих шаров // УФН том 169 №4 (1999).
4. Yu.V. Arkhipov, F.B. Baimbetov, A.E. Davletov, Eur.Phys. J.D. 8, 299 (2000).
5. F.B.Baimbetov, A.E.Davletov, E.S. Mukhametkarimov, Z.H. Kudyshev, New Model of Dusty Plasma Particles Interaction // Contrib. Plasma Phys., 2010, published online n/a. doi:10.1002/ctpp.201010119.
6. Ф.Б. Баимбетов, А.Е. Давлетов, Е.С. Мухаметкаримов, Ж.А. Кудышев «Структурные и термодинамические свойства пылевой плазмы» // Известия НАН РК, 2010. - №271. - С. 45-49.
7. Wang X., Bhattacharjee A. Pair correlations in strongly coupled dusty plasmas // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. 58. – P. 4967 – 4972.
8. Apfelbaum E.M. The reconstruction of the effective interaction potential on the base of the pair correlation function measurements in dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 2007. – Vol. 14. – P. 123703-1 – 123703-6.

## **ӨТКІЗГІШ МАКРОБӨЛШЕКТЕРІ БАР ПЛАЗМАНЫҢ МИКРОСКОПИЯЛЫҚ ҚАСЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ**

**Ф.Б.Баимбетов, А.Е. Давлетов, Е.С. Мұқаметкаримов, Ж.А. Кудышев**

Қос корреляциялық жуықтауында Боголюбовтың теңдеулер жүйесі негізінде тозаңы бар плазма бөлшектерінің әсерлесу псевдопотенциалдық моделі ұсынылды. Сонымен қатар, зарядталған бөлшектің өткізгіш макробөлшекпен және өзара әсерлесу микропотенциалы электрлік кескін әдісі негізінде анықталған. Статикалық құрылымдық факторы есептелініп, зерттеу қорытындылары өткізгіш макробөлшектері бар плазмада бөлшектердің реттелген құрылымын сипаттайды.

## **MICROSCOPICALLY PROPERTIES OF PLASMA WITH CONDUCTIVE MACROPARTICLES F. Baimbetov, A.E. Davletov, Ye.S. Mukhametkarimov, Zh.A. Kudyshev**

On the basis of the Bogolyubov chain of equations pseudopotential model of particle interaction in dusty plasmas is proposed. In the absence of surrounding particles, the base interaction potentials of dust particles with charged particles (electrons, ions) and with each other are calculated by the method of electric images, dust particles are supposed charged conducting spheres. Investigated are the radial distribution functions and static structure factors. The results obtained adequately describe the possibility of short- and long-range order formations.