

# СПЕКТРОСКОПИЯ МЕЗОНОВ СОСТОЯЩИХ ИЗ ТЯЖЕЛЫХ И ЛЕГКИХ КВАРКОВ

М. Динейхан, С.А. Жаугашева, Г.С. Нурбакова

*НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы*

Определены массовые спектры мезонов, состоящих из легко-тяжелых кварков без учета матрицы Кабибо-Каваяшева-Макава. Предложен новый вариант учета недиагонального взаимодействия с помощью углового смешивания, что позволяет достичь удовлетворительного согласия с экспериментальными данными. Определен угол смешивания, а в качестве свободного параметра использована конститuentная масса.

## 1 Введение

При описании современных экспериментальных результатов по спектроскопии адронов требуется учет релятивистских экспериментальных и непертурбативных эффектов. Для описания массового и энергетического спектра мезонов, состоящих из легко-тяжелых кварков посвящены достаточно много работ [1,2]. В этих работах, в виде свободного параметра мезонов используются массы кварков, и дополнительно вводится угловые октет синглетные смешивания.

Первоначально, октет синглетные смешивания использовали как методы определения кварковых составов данных адронов. С другой стороны известно, что для описания свойств  $\pi$ , и  $\rho$ -мезонов такое смешивание не предусмотрено. Тогда, появляется естественно вопрос, при каких условиях свойства мезонов определяются путем угловых смешиваний. Поэтому, мы предполагаем, что если изучаем свойства мезонов, с известными кварковыми составами, то нет необходимости вводить дополнительные свободные параметры. Таким образом, в нашем случае считаем, что матрица Кабибо-Каваяшева-Москава, является единоголасной.

В данном случае мы изучаем свойства мезонов состоящих из легко-тяжелых кварков. Поэтому, необходимо учесть релятивистской поправки. Релятивистская поправка учитывается в рамках квантовой теории поля (КТП), однако в рамках КТП определение энергетического спектра не возможно. Энергетический спектр с хорошей точностью определяется в рамках нерелятивистской квантовой теории поля (НКТП), однако в рамках НКТП невозможно учесть релятивистскую поправку.

Таким образом, реальная физика требует создания какого-либо математического решения проблемы описания связанных состояний, на основе КТП. Нерелятивистское УШ является надежным инструментом исследования и определения энергетического спектра связанных состояний. При этом реальные релятивистские поправки малы, так что теоретическая задача сводится к получению релятивистских поправок, т.е. к нерелятивистскому потенциалу взаимодействия, исходя из формализма КТП. Эта идея лежит в основе потенциала Брейта [3] и эффективной нерелятивистской квантовой теории поля Касвелла и Лепажя [4]. В рамках данного направления существует еще один подход, основанный на следующей идее. Точные решения для квантово-полевых функций Грина можно формально представить в виде функциональных интегралов. Техника вычислений этих функциональных интегралов в настоящее время находится еще в зачаточном состоянии, однако, имеющиеся представления можно использовать для получения представления решения нерелятивистского уравнения Шредингера, в форме функционального интеграла Фейнмана, с потенциалом, содержащим необходимые релятивистские поправки. В этом направлении сделано еще не так много работ. Наши исследования продолжают эти усилия.

В нашем подходе, масса связанного состояния определяется асимптотическим поведением корреляционной функции от соответствующих токов, с необходимыми квантовыми числами. Корреляционная функция представляется в форме функционального интеграла, что позволяет выделить необходимую асимптотику. В работах [5] предложен метод вычисления энергетического спектра, на основе исследования асимптотического поведения вакуумного

среднего от токов заряженных скалярных частиц, во внешнем калибровочном поле. При определении асимптотического поведения корреляционной функции, используется представление в форме функционального интеграла, так что усреднение по внешнему калибровочному полю может быть выполнено точно. Полученное представление похоже на фейнмановский функциональный интеграл по путям [6], в нерелятивистской квантовой механике. При этом нелокальный функционал (потенциал) взаимодействия, возникающий в результате обмена калибровочных полей (фотон, глюон), определяется диаграммой Фейнмана, и содержит вклады, как в собственную энергию частиц, так и в формирование связанного состояния. Таким образом, потенциал взаимодействия определяется вкладом всевозможных типов диаграмм Фейнмана.

Работа построена следующим образом: во втором разделе, представлен гамильтониан взаимодействия для центрального, спин-спинового, спин-орбитального и тензорного взаимодействия с конститuentными массами составляющих частиц. В третьем разделе, используя эти гамильтонианы взаимодействия в рамках метода осцилляторного представления (ОП) определены энергетические спектры для синглетного и триплетного состояния с учетом орбитального возбуждения. В четвертом разделе аналитически определены массовые спектры мезонов состоящих из легко-тяжелых кварков. В пятом разделе, подытожены основные результаты и согласие наших результатов с результатами других авторов и экспериментальными данными.

## 2 Гамильтониан взаимодействия

В нашем подходе энергетический спектр и волновая функция связанного состояния определяются из УШ с конститuentными массами  $\mu_1$  и  $\mu_2$  (детали см. в [7]). Поправка, связанная с релятивистской природой взаимодействия, учитывается не только поправками к потенциалу взаимодействия, но также параметрами  $\mu_1$  и  $\mu_2$  (конститuentные массы). Поэтому, используя стандартные потенциалы для описания свойств атомных и адронных связанных состояний, которые определены различными авторами, из УШ с конститuentной массой, мы сможем определить спектр с релятивистской поправкой. Гамильтониан взаимодействия в нашем подходе записывается в следующем виде:

$$H = \frac{1}{2\mu_1} P_1^2 + \frac{1}{2\mu_2} P_2^2 + V(r_1 - r_2), \quad (2.1)$$

где  $V(r_1 - r_2)$  - потенциал взаимодействия, а  $\mu_1, \mu_2$  - конститuentные массы составляющих и определяются в виде

$$\mu_1 = \sqrt{m_1^2 - 2\mu^2 \frac{dE}{d\mu}}; \quad \mu_2 = \sqrt{m_2^2 - 2\mu^2 \frac{dE}{d\mu}} \quad (2.2)$$

Здесь  $E(\mu_1, \mu_2)$  - собственное значение гамильтониана взаимодействия (2.1), т.е.

$$H\Psi(r_1, r_2) = E(\mu_1, \mu_2)\Psi(r_1, r_2), \quad (2.3)$$

а  $m_1$  и  $m_2$  - токовые массы кварков. Тогда масса связанного состояния или мезонов определяется в следующем образом (детали см. в [7])

$$M = \mu_1 + \mu_2 + \mu \frac{dE}{d\mu} + E(\mu); \quad (2.4)$$

$$E(\mu_1, \mu_2) = E(\mu),$$

$$\text{где} \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}, \quad (2.5)$$

приведенная масса двухтельной связанной системы.

Таким образом, проблема свелась к вычислению энергетического спектра связанного состояния. Прежде всего, определим гамильтониан взаимодействия.

## 2.1 Гамильтониан спин-орбитального взаимодействия

Полный гамильтониан взаимодействия представляется в виде:

$$H = H_C + H_{spin}; \quad (2.6)$$

где  $H_C$  - центральный гамильтониан, т.е. описывающий взаимодействие без учета спинового взаимодействия

$$H_C = \frac{1}{2\mu} P^2 + \sigma \cdot r - \frac{4\alpha_s}{3r}. \quad (2.7)$$

Вторая часть гамильтониана описывает спин-орбитальное взаимодействие и записывается в стандартном виде (детально см. в [8], [9]):

$$H_{spin} = H_{SS} + H_{LS} + H_{TT}. \quad (2.8)$$

Здесь  $H_{SS}$  - гамильтониан спин-спинового взаимодействия:

$$H_{SS} = \frac{2}{3\mu_1\mu_2} (S_1 S_2) \cdot \Delta V_V, \quad (2.9)$$

также гамильтониан, описывающий спин-орбитальное взаимодействие:

$$H_{LS} = \frac{1}{4\mu_1^2\mu_2^2} \frac{1}{r} \left\{ \left[ \left( (\mu_1 + \mu_2)^2 + 2\mu_1\mu_2 \right) (L \cdot S_+) + (\mu_1^2 - \mu_2^2) (L \cdot S_-) \right] \frac{\partial}{\partial r} V_V - \left[ (\mu_1^2 + \mu_2^2) (L \cdot S_+) + (\mu_1^2 - \mu_2^2) (L \cdot S_-) \right] \frac{\partial}{\partial r} V_S \right\}, \quad (2.10)$$

и наконец тензорный гамильтониан взаимодействия:

$$H_{TT} = \frac{1}{12\mu_1\mu_2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} V_V - \frac{\partial^2}{\partial r^2} V_V \right] \cdot S_{12}. \quad (2.11)$$

Здесь  $V_V$  - векторный потенциал соответствующий одноглюонному обмену:

$$V_V = -\frac{4\alpha_s}{3} \frac{1}{r}; \quad (2.12)$$

а  $V_S$  - потенциал конфайнмента

$$V_S = r\sigma; \quad (2.13)$$

также использованы следующие обозначения:

$$S_+ = S_1 + S_2; \quad S_- = S_1 - S_2; \quad (2.14)$$

$$S_{12} = \frac{4}{(2\ell+3)(2\ell-1)} \left[ L^2 S^2 - \frac{3}{2} (LS) - 3 (LS)^2 \right].$$

## 2.2 Гамильтониан непертурбативного взаимодействия

Определение потенциала взаимодействия между составляющими частицами, в связанном состоянии, с обменом непертурбативных глюонов, приводит к дополнительному взаимодействию, явный вид которого определен в работе [7]:

$$\Delta H_{str} = -\frac{4\alpha_s}{3r} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\ell(\ell+1)}{4\mu^2 r^2}}} - 1 \right]. \quad (2.15)$$

Это взаимодействие очень похоже на струнную добавку, которая определена в работах [10], [11]. Струнные добавки определяются различными методами. В частности, в работе [11] это взаимодействие определяется в рамках теории возмущений, как малая поправка. Из (2.15) видно, что при  $\ell = 0$  вклад этого взаимодействия равен нулю. Если  $\mu \gg 1$ , то в (2.15) можно провести разложение по степеням малой величины. Разложение первого порядка соответст-

вует результатам выше указанных авторов. Вклад взаимодействия (2.15) в энергетический спектр  $E(\mu)$  определяется с помощью ОП.

### 3 Энергетический спектр полного гамильтониана взаимодействия

Теперь в рамках нашего подхода с учетом спин-спинового, спин-орбитального и непертурбативного взаимодействия вычислим энергетический спектр мезонов. Соответствующее УШ записывается в виде:

$$\left[ H_C + H_{spin} + \Delta H_{str} \right] \cdot \Psi = E\Psi. \quad (3.1)$$

Для определения собственного значения и ВФ, из (3.1), мы применим метод ОП. Перед тем как определить энергетический спектр и волновую функцию, из УШ, с помощью метода ОП [12], уместно напомнить, что этот метод основан на идеях и методах квантовой теории скалярного поля. Одной из существенных отличий КТП от КМ состоит в том, что квантованные поля, представляющие набор бесконечного числа осцилляторов для основного состояния или вакуума, при квантово-полевом взаимодействии сохраняют свою осцилляторную природу. В КМ собственные функции для большинства потенциалов, как правило, отличаются от гауссового поведения осцилляторной волновой функции. Поэтому, для применения методов и идеи КТП к решению квантовомеханических задач следует в исходном радиальном УШ провести замену переменных таким образом, чтобы искомая волновая функция на больших расстояниях обладала гауссовым поведением, а трансформированное уравнение идентифицировать с радиальным УШ в пространстве с большой размерностью. Отметим, что впервые похожая идея обсуждалась Фоком при решении задачи о спектре водорода с помощью трансформации в четырехмерное пространство импульсов [13].

В соответствии с изложенным выше, проведем замену переменных следующим образом (детали см. в [12], [14]):

$$r = q^{2\rho}, \quad \Psi \Rightarrow \Psi(q^2) = q^{2\rho \cdot \ell} \cdot \Phi(q^2), \quad (3.2)$$

где  $\rho$  - параметр, связанный с поведением волновой функции на больших расстояниях. После некоторых стандартных упрощений, из (3.1), получаем для модифицированного УШ:

$$\left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial q^2} + \frac{d-1}{q} \frac{\partial}{\partial q} \right) - 4\rho^2 \mu \cdot E \cdot q^{2(2\rho-1)} + 4\rho^2 \mu \cdot \sigma \cdot q^{2(3\rho-1)} - \right. \\ \left. - \frac{16\rho^2 \mu \cdot \alpha_s}{3} \cdot \frac{q^{2(\rho-1)}}{\sqrt{1+\ell(\ell+1)/(4\mu^2 q^{4\rho})}} + \frac{64\alpha_s \mu \rho^2}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\ell}{q^{2(\rho+1)}} \cdot (\vec{S}_1 \vec{S}_2) - \right. \\ \left. - \left( \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma \mu \rho^2}{3} (\vec{L} \vec{S}) q^{2(\rho-1)} + \frac{4\mu \rho^2 \alpha_s}{3q^{2(\rho+1)}} \left[ \frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\vec{L} \vec{S})}{3} \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \right\} \Phi(q^2) = 0 \quad (3.3)$$

где  $d$  - размерность вспомогательного пространства:

$$d = 2 + 2\rho + 4\rho \cdot \ell. \quad (3.4)$$

В результате замены переменных мы получили модифицированное УШ в  $d$ -мерном вспомогательном пространстве  $R^d$ . Из (3.1) и (3.4) следует, что орбитальное квантовое число  $\ell$  вошло в определение размерности пространства  $d$ . Данный прием позволяет определить все интересующие нас характеристики, а именно: спектр и волновую функцию, решая модифицированное УШ только для основного состояния в  $d$ -мерном вспомогательном пространстве  $R^d$ . Волновая функция  $\Psi_m(q^2)$  основного состояния в  $R^d$  зависит только от переменных  $q^2$ . Поэтому оператор:

$$\frac{\partial^2}{\partial q^2} + \frac{d-1}{q} \cdot \frac{\partial}{\partial q} \equiv \Delta_q, \quad (3.5)$$

отождествим с лапласианом  $\Delta_q$  в вспомогательном пространстве  $R^d$ , которое действует на волновую функцию основного состояния, зависящую только от радиуса  $q$ . Исходя из модифицированного УШ:

$$H\Phi(q) = \varepsilon(E)\Phi(q), \quad (3.6)$$

согласно (3.3), получаем, что энергетический спектр  $\varepsilon(E)$  в  $R^d$ :

$$\varepsilon(E) = 0. \quad (3.7)$$

Рассмотрим это соотношение как условие определения энергетического спектра  $E$  исходного гамильтониана. Следуя методу ОП, представим канонические переменные через операторы рождения  $a^+$  и уничтожения  $a$  в пространстве  $R^d$ :

$$q_j = \frac{a_j + a_j^+}{\sqrt{2\omega}}; \quad P_j = \sqrt{\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{a_j - a_j^+}{i}; \quad j = 1, \dots, d, \quad [a_i, a_j^+] = \delta_{i,j}, \quad (3.8)$$

где  $\omega$  - частота осциллятора, которая пока неизвестна. Подставляя (3.8) в (3.6), и, упорядочивая по операторам рождения  $a^+$  и уничтожения  $a$ , из (3.3) получаем:

$$H = H_0 + \varepsilon_0(E) + H_I. \quad (3.9)$$

Здесь  $H_0$  - гамильтониан свободного осциллятора:

$$H_0 = \omega(a_j^+ a_j); \quad (3.10)$$

и  $\varepsilon_0$  - энергия основного состояния в нулевом приближении ОП:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(E) = & \frac{d\omega}{4} - \frac{4\rho^2 \mu \cdot E}{\omega^{2\rho-1}} \cdot \frac{\Gamma(d/2 + 2\rho - 1)}{\Gamma(d/2)} + \frac{4\rho^2 \mu \cdot \sigma}{\omega^{3\rho-1}} \cdot \frac{\Gamma(d/2 + 3\rho - 1)}{\Gamma(d/2)} + \\ & + \frac{64\alpha_s \mu \rho^2}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\Gamma(d/2 - \rho - 1)}{\Gamma(d/2)} \cdot \omega^{\rho+1} \ell \cdot (\bar{S}_1 \bar{S}_2) - \left( \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma \mu \rho^2}{3\omega^{\rho-1}} (\bar{L} \bar{S}) \times \\ & \times \frac{\Gamma(d/2 + \rho - 1)}{\Gamma(d/2)} + \frac{4\mu \rho^2 \alpha_s}{3} \left[ \frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\bar{L} \bar{S})}{3} \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \frac{\Gamma(d/2 - \rho - 1)}{\Gamma(d/2)} \times \\ & \times \omega^{\rho+1} - \frac{16\rho^2 \mu \alpha_s \omega^{d/2}}{3\Gamma(d/2)} \cdot \int_0^\infty \frac{du \ u^{d/2+2\rho-1} e^{-u}}{\sqrt{1 + \ell(\ell+1)/(4\mu^2 u^{2\rho})}}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Гамильтониан взаимодействия  $H_I$  также представляется в нормальной форме по операторам рождения  $a^+$  и уничтожения  $a$ , причем он не содержит квадратичных слагаемых по каноническим переменным:

$$\begin{aligned} H_I = & \int_0^\infty dx \int \left( \frac{d\eta}{\sqrt{\pi}} \right)^d \cdot \exp\{-\eta^2(1+x)\} : e_2^{-i\sqrt{x\omega}(q\eta)} : \\ & \left[ -\frac{4\rho^2 \mu}{\omega^{2\rho-1}} \cdot \frac{Ex^{-2\rho}}{\Gamma(1-2\rho)} + \frac{4\rho^2 \mu}{\omega^{3\rho-1}} \cdot \frac{\sigma \cdot x^{-3\rho}}{\Gamma(1-3\rho)} + \frac{64\alpha_s \mu \rho^2}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\omega^{\rho+1} \ell x^\rho}{\Gamma(1+\rho)} \cdot (\bar{S}_1 \bar{S}_2) - \right. \\ & - \left( \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma \mu \rho^2}{3\omega^{\rho-1}} \cdot \frac{x^{-\rho} (\bar{L} \bar{S})}{\Gamma(1-\rho)} + \frac{4\mu \rho^2 \alpha_s}{3} \left( \frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\bar{L} \bar{S})}{3} \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right) \frac{\omega^{\rho+1} \ell x^\rho}{\Gamma(1+\rho)} + \\ & \left. + \frac{16\rho^2 \mu \alpha_s}{3\omega^\rho} \cdot \frac{x^{-\rho}}{2\pi i} \cdot \int_C \frac{du \ u^\rho e^{-u}}{\sqrt{1 + \ell(\ell+1)x^{2\rho} \omega^{2\rho} / (4\mu^2 u^{2\rho})}} \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Здесь : \* : - символ нормального упорядочивания, и мы использовали обозначение:

$$e_2^{-x} = e^{-x} - 1 + x - \frac{1}{2} \cdot x^2$$

и  $C$  является контуром интегрирования стандартного Гамма функции Эйлера. Вклад гамильтониана взаимодействия  $H_I$  рассматривается как малое возмущение. В КТП после представления канонических переменных через операторов рождения, уничтожения и гамильтониана взаимодействия в нормальной форме, требование отсутствия в гамильтониане взаимодействия полевых операторов второй степени по существу эквивалентно перенормировке константы связи и волновой функции. Более того, такая процедура позволяет учесть основной вклад через перенормировку масс и энергию вакуума. Другими словами, все квадратичные формы полностью включены в гамильтониан свободного осциллятора. Данное требование позволяет сформировать, согласно ОП, условие 12.:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon_0(E)}{\partial \omega} = 0 \\ \varepsilon(E) = 0 \end{cases}, \quad (3.13)$$

с целью найти частоту  $\omega$  осциллятора, которая определяет основной квантовый вклад. Учитывая (3.11), из уравнения (3.13) мы сможем вычислить энергетический спектр исходной системы  $E$ . В рамках ОП для различных потенциалов 14. неоднократно проверялось, что поправка первого порядка, связанная с гамильтонианом взаимодействия, тождественно равна нулю, а поправка второго порядка меньше одного процента. Поэтому ограничимся рассмотрением только нулевого приближения в ОП.

## 4 Определение массы и конституентной массы кварков

### 4.1 Вклад полного гамильтониана в массу мезонов

Учитывая (3.11), в нулевом приближении ОП из (3.13) системы уравнений получаем для энергетического спектра:

$$\begin{aligned} E = & \frac{\omega^{2\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)}{8\rho^2 \mu \cdot \Gamma\left(\frac{d}{2} + 2\rho - 1\right)} + \frac{\sigma}{\omega^\rho} \cdot \frac{\Gamma(4\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{4\alpha_s \omega^\rho \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{3\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \\ & + \frac{16\alpha_s \ell(\vec{S}_1 \vec{S}_2) \omega^{3\rho}}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{\alpha_s}{6\mu^2} \frac{\ell(\ell + 1) \cdot \omega^{3\rho}}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right) - \\ & - \left( \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma(\vec{L} \vec{S})}{12} \cdot \frac{\omega^\rho \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{\alpha_s}{3} \left[ \frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\vec{L} \vec{S})}{3} \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \times \\ & \times \frac{\omega^{3\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

и частота осциллятора определяется из уравнения

$$\begin{aligned}
& \omega^{3\rho} \frac{4\rho^2 \mu \sigma \Gamma\left(\frac{d}{2} + 3\rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} - \frac{16\alpha_s \mu \rho^2 \omega^{2\rho}}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} + \rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} + \\
& + \frac{64\alpha_s \mu \rho^2 \ell (\bar{S}_1 \bar{S}_2) \omega^{4\rho}}{3\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\left(\frac{d}{2} + 1\right)} + \frac{2\rho^2 \alpha_s \ell (\ell + 1) \cdot \omega^{4\rho}}{\mu} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\left(\frac{d}{2} + 1\right)} \\
& - \left( \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma \mu \rho^2 \omega^{2\rho} (\bar{L} \bar{S})}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} + \rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} + 4\rho^2 \alpha_s \mu \left[ \frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\bar{L} \bar{S})}{3} \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \times \\
& \times \frac{\omega^{4\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)} = 0,
\end{aligned} \tag{4.2}$$

как функция от параметров  $\mu_1, \mu_2$  и  $\mu$ .

Согласно с (2.5) и (2.2) для определения масс и конституентных масс составных частиц проводим дифференцирование по параметру  $\mu$ .

Однако из (4.1) и (4.2) видно, что энергетический спектр и частота осциллятора зависит от параметров  $\mu_1, \mu_2$  и  $\mu$ . Поэтому, определяем в полярной системе координат следующим образом:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{\mu}}; \quad x = \frac{1}{\sqrt{\mu_1}}; \quad y = \frac{1}{\sqrt{\mu_2}};$$

Соответственно переходим к декартовой координате по следующему:

$$x = \rho \sin \varphi$$

$$y = \rho \cos \varphi$$

Тогда, дифференцирование по  $\rho$  записывается в виде:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \dots$$

Углы в полярной координате определяются следующим образом:

$$\sin \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu_1}}; \quad \cos \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu_2}}; \quad \sin^2 2\varphi = \frac{4\mu_1 \mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)^2};$$

Тогда, учитывая вышеизложенное, дифференцирование по параметру  $\mu$  определяется по следующему:

$$\frac{d}{d\mu} = \frac{\mu_1}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_1} + \frac{\mu_2}{\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_2} \tag{4.3}$$

При определении  $\varphi$ , для значений параметров  $\mu_1, \mu_2$  мы определяем из исследования массового спектра мезонов состоящих из одинаковых кварков [15]. Значения  $\sin^2(2\varphi)$  для различных состояний приведены в табл.1:

Таблица 1. Значения  $\sin^2(2\varphi)$  для разных состояний

	$\ell$	0	1	2	3
$(s\bar{u})$	$s=0$	0,992874	0,999666	0,999774	0,999837
	$s=1$	0,997759	0,999698	0,999736	0,999942
$(s\bar{c})$	$s=0$	0,807754	0,808331	0,823756	0,840549
	$s=1$	0,888376	0,820645	0,820192	0,832748
$(s\bar{b})$	$s=0$	0,391901	0,403142	0,425912	0,45012
	$s=1$	0,476458	0,414885	0,422155	0,441368
$(u\bar{c})$	$s=0$	0,745768	0,79529	0,813268	0,831916
	$s=1$	0,858996	0,808458	0,808788	0,827522
$(u\bar{b})$	$s=0$	0,342526	0,395436	0,416274	0,441653
	$s=1$	0,444421	0,403954	0,411805	0,436346
$(b\bar{s})$	$s=0$	0,730952	0,744102	0,754503	0,76362
	$s=1$	0,736189	0,744947	0,75398	0,762392

Учитывая (4.3) из (4.1), после некоторых простых упрощений для  $dE/d\mu$  имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\mu} = & \frac{\omega^{2\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} + 1\right)}{8\rho^2 \mu \cdot \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{32\alpha_s \ell (\bar{S}_1 \bar{S}_2) \omega^{3\rho}}{9\mu_1 \mu_2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{2\alpha_s \ell(\ell+1) \cdot \omega^{3\rho}}{6\mu^3} \frac{\Gamma(2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \\ & + \frac{2}{\mu} \left( \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{1}{\mu_2^2} \right) \cdot \frac{\sigma(\bar{L}\bar{S})}{12} \cdot \frac{\omega^\rho \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{\alpha_s}{3} \left[ \frac{S_{12}}{\mu_1 \mu_2} + \frac{(\bar{L}\bar{S})}{3} \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu_1 \mu_2} \right) \right] \times \frac{2\omega^{3\rho} \Gamma\left(\frac{d}{2} - \rho - 1\right)}{\mu \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Для удобства при дальнейших вычислениях вводим следующую параметризацию, т.е. переходим к безразмерным параметрам

$$\omega^\rho = Z \cdot \sqrt{\sigma}; \quad \mu = x \cdot \sqrt{\sigma}; \quad x = Z \cdot u. \quad (4.5)$$

Учитывая спиновое взаимодействие, приводим аналитические результаты для синглетного и триплетного состояния. Энергетический спектр для синглетного состояния:

$$\begin{aligned} \frac{E_s}{\sqrt{\sigma}} = & \frac{Z_s^2 \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{8\rho^2 x_s \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{1}{Z_s} \frac{\Gamma(4\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{4\alpha_s Z_s}{3} \frac{\Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \\ & - \frac{\alpha_s Z_s^3}{6x_s^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \cdot \sin^2(2\varphi_s) + \frac{\alpha_s Z_s^3 (1 + \ell)}{12x_s^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

и для триплетного состояния:

$$\begin{aligned} \frac{E_t}{\sqrt{\sigma}} = & \frac{Z_t^2 \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{8\rho^2 x_t \Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{1}{Z_t} \frac{\Gamma(4\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{4\alpha_s Z_t}{3} \frac{\Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \\ & + \frac{\alpha_s Z_t^3}{18x_t^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \sin^2(2\varphi_t) + \frac{\alpha_s Z_t^3 (1 + \ell)}{12x_t^2 \rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \\ & - \frac{Z_t \ell}{24x_t^2} \frac{\Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\varphi_t) \right) + \frac{\alpha_s Z_t^3}{18x_t^2} \left[ \frac{\ell}{2\ell + 3} \cdot \sin^2(2\varphi_t) + 1 \right] \times \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Из (4.1) мы получаем уравнение для параметра  $u$ . Это уравнение, как для синглетного так и для триплетного состояния записывается в виде:

$$1 - \frac{u\sqrt{u}}{\sqrt{\frac{m_1^2 u}{\sigma Z^2} + W}} - \frac{u\sqrt{u}}{\sqrt{\frac{m_2^2 u}{\sigma Z^2} + W}} = 0, \quad (4.8)$$

где параметры принимают значения  $u = u_s, u_t$ ,  $Z = Z_s, Z_t$ ,  $W = W_s, W_t$  для синглетного и триплетного состояния соответственно.

Параметры  $Z_s$  и  $Z_t$  определяются из системы уравнения (3.13) и равны

$$Z_s^2 = \frac{4\rho^2 \Gamma(4\rho + 2\rho\ell) u_s}{\Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell) - \frac{16}{3} \alpha_s u_s \rho^2 \Gamma(2\rho + 2\rho\ell) - \frac{2\alpha_s \rho}{u_s} \Gamma(1 + 2\rho\ell) \cdot \sin^2 2\varphi_s + \frac{\alpha_s \rho(1 + \ell)}{u_s} \Gamma(1 + 2\rho\ell)};$$

$$Z_t^2 = \frac{4\rho^2 \Gamma(4\rho + 2\rho\ell) u_t + \frac{\rho^2 \ell}{3u_t} (\sin^4 \varphi_t + \cos^4 \varphi_t) \cdot \Gamma(2\rho + 2\rho\ell)}{\left[ \Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell) - \frac{16}{3} \alpha_s u_t \rho^2 \Gamma(2\rho + 2\rho\ell) - \frac{2\alpha_s \rho}{3u_t} \Gamma(1 + 2\rho\ell) \cdot \sin^2 2\varphi_t + \frac{\alpha_s \rho(1 + \ell)}{u_t} \Gamma(1 + 2\rho\ell) + \frac{2\alpha_s \rho}{3u_t} \left[ \frac{\ell}{2\ell + 3} \cdot \sin^2(2\varphi_t) + 1 \right] \Gamma(1 + 2\rho\ell) \right]};$$

где

$$W_s = \frac{u_s}{4\rho^2} \frac{\Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} + \frac{2\alpha_s}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \cdot \sin^2(2\varphi_s) + \frac{\alpha_s(1 + \ell)}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)},$$

$$W_t = \frac{u_t}{4\rho^2} \frac{\Gamma(2 + \rho + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} - \frac{2\alpha_s}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \sin^2(2\varphi_t) + \frac{\alpha_s(1 + \ell)}{3\rho} \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} +$$

$$+ \frac{2\alpha_s}{9\rho} \left[ \frac{\ell}{2\ell + 3} \cdot \sin^2(2\varphi_t) + 1 \right] \times \frac{\Gamma(1 + 2\rho\ell)}{\Gamma(3\rho + 2\rho\ell)} \}. \quad (4.10)$$

Уравнения представленные в (4.7) и (4.8) вычисляются элементарно, и мы сможем, определить массу и конституентную массу составляющих частиц. В этом случае, учитывая выражение для энергетического спектра из (2.4) определяем массу мезонов.

#### 4.2 Вклад диаграммы собственной энергии в массу мезонов

Взаимодействие составляющих частиц, осуществляется обменом калибровочных полей, т.е. потенциал взаимодействия в нашем подходе определяется всевозможными типами диаграмм Фейнмана. Существует два типа взаимодействий: первое – взаимодействие составляющих частиц посредством калибровочного поля, вклад которого определяется обменными диаграммами, второе – взаимодействие составляющих частиц самих с собой, т.е. диаграмма собственной энергии. В нерелятивистском пределе обычно вклад обменной диаграммы соответствует потенциальному взаимодействию, а вклад диаграммы собственной энергии соответствует непотенциальному взаимодействию, которые определяют вклад перенормировки массы частиц. Детали определения вклада диаграммы собственной энергии изложены в работе 16. и записывается в виде

$$\Delta H_{SE} = -\frac{6\sigma}{\pi} \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right), \quad (4.9)$$

где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  – конституентные массы составляющих частиц, и  $\sigma$  – натяжение струны.

Тогда масса связанного состояния, с учетом вклада диаграммы собственной энергии записывается в виде:

$$\frac{M}{\sqrt{\sigma}} = \frac{\mu_1}{\sqrt{\sigma}} + \frac{\mu_2}{\sqrt{\sigma}} + x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{E}{\sqrt{\sigma}} \right) + \frac{E}{\sqrt{\sigma}} - \frac{6\sqrt{\sigma}}{\mu\pi}. \quad (4.10)$$

Численные результаты наших вычислений представлены в табл.2-6.

Таблица 2. Энергетический и массовый спектры мезонов состоящих из  $(s\bar{u})$  кварков с орбитальным возбуждением. Энергетический спектр и массы определены в единицах  $GeV$  при значении  $\alpha_s = 0.39$ .

	$\ell$	0 $\sigma = 0.45 GeV^2$	1 $\sigma = 0.225 GeV^2$	2 $\sigma = 0.215 GeV^2$	3 $\sigma = 0.2 GeV^2$
$S = 0$	$\rho_S$	0.520	0.626	0.594	0.59
	$u_S$	0.4416	0.6049	0.7647	0.8604
	$E_S$	1.2826	1.4648	1.6761	1.8783
	$\mu_1$	0.51403	0.58997	0.6416	0.6983
	$\mu_2$	.05302	0.6041	0.6546	0.7103
	$M_{sp}(our)$	0.1684	1.2549	1.6988	2.0477
	$M_{sp}(exp)$		1.272±0.007		
$S = 1$	$\rho_S$	0.522	0.563	0.569	0.573
	$u_S$	0.7536	.07986	0.8727	0.9404
	$E_S$	1.0373	1.4813	1.6725	1.8681
	$\mu_1$	0.7444	0.6573	0.6829	0.7287
	$\mu_2$	0.7557	0.670	0.6952	0.7402
	$M_{sp}(our)$	0.9878	1.4189	1.7732	2.0896
	$M_{sp}(exp)$				

Таблица 3. Энергетический и массовый спектры мезонов состоящих из  $(c\bar{u})$  кварков с орбитальным возбуждением. Энергетический спектр и масса определены в единицах  $GeV$  при значении  $\alpha_s = 0.2$ ,  $\sigma = 0.26 GeV^2$

	$\ell$	0	1	2	3
$S = 0$	$\rho_S$	0.665	0.595	0.582	0.582
	$u_S$	0.5454	0.7715	0.8936	0.9742
	$E_S$	0.9688	1.4322	1.7775	2.0686
	$\mu_1$	1.4201	1.4731	1.520	1.5645
	$\mu_2$	0.4977	0.63336	0.736	0.8238
	$M_{sp}(our)$	1.815	2.443	2.8917	3.2644
	$M_{sp}(exp)$	1.8696±0.0002	2.422±0.0013		
$S = 1$	$\rho_S$	0.533	0.562	0.571	0.574
	$u_S$	0.8005	0.8696	0.941	1.0104
	$E_S$	1.0185	1.4396	1.7744	2.0615
	$\mu_1$	1.4395	1.4869	1.5318	1.575
	$\mu_2$	0.55078	0.6649	0.76003	0.84368
	$M_{sp}(our)$	1.9346	2.4836	2.9115	3.2751
	$M_{sp}(exp)$	2.00697±0.0019	2.460		

Таблица 4. Энергетический и массовый спектры мезонов состоящих из  $(b\bar{u})$  кварков с орбитальным возбуждением. Энергетический спектр и масса определены в единицах  $GeV$  при значении  $\alpha_s = 0.16$ ,  $\sigma = 0.26 GeV^2$

	$\ell$	0	1	2	3
$S = 0$	$\rho_S$	0.619	0.593	0.585	0.58
	$u_S$	0.8136	1.0139	1.1504	1.2618
	$E_S$	0.8599	1.2544	1.5578	1.8177
	$\mu_1$	0.5928	0.7269	0.8389	0.9350
	$\mu_2$	4.6380	4.6571	4.6759	4.6941
	$M_{sp}(our)$	5.2479	5.7706	6.1603	6.4848
	$M_{sp}(exp)$	5.279±0.00031	5.720±0.0027		
$S = 1$	$\rho_S$	0.57	0.581	0.58	0.58
	$u_S$	0.9370	1.0598	1.1744	1.2675
	$E_S$	0.8761	1.2539	1.5534	1.812
	$\mu_1$	0.6138	0.7449	0.8539	0.9482
	$\mu_2$	4.6408	4.6599	4.6786	4.6967
	$M_{sp}(our)$	5.2867	5.7849	6.1665	6.4873
	$M_{sp}(exp)$	5.325±0.0005	±	5.7469±0.0029	

Таблица 5. Энергетический и массовый спектры мезонов состоящих из  $(b\bar{s})$  кварков с орбитальным возбуждением. Энергетический спектр и масса определены в единицах  $GeV$  при значении  $\alpha_s = 0.16$ ,  $\sigma = 0.26 GeV^2$

	$\ell$	0	1	2	3
$S = 0$	$\rho_S$	0.667	0.606	0.592	0.585
	$u_S$	0.7443	0.9933	1.1392	1.2533
	$E_S$	0.7282	1.1799	1.5015	1.7711
	$\mu_1$	0.6609	0.7707	0.8739	0.9651
	$\mu_2$	4.6454	4.6623	4.6805	4.6984
	$M_{sp}(our)$	5.1952	5.7399	6.1358	6.4639
	$M_{sp}(exp)$	5.366±0.0006	5.720±0.0027		
$S = 1$	$\rho_S$	0.565	0.587	0.585	0.582
	$u_S$	0.9821	1.0702	1.1781	1.2757
	$E_S$	0.7668	1.1834	1.4978	1.7647
	$\mu_1$	0.6928	0.7958	0.8936	0.9817
	$\mu_2$	4.6501	4.6665	4.6842	4.7018
	$M_{sp}(our)$	5.2627	5.7626	6.1453	6.4675
	$M_{sp}(exp)$	5.412±0.0013			

Таблица 6. Сравнение результатов с экспериментом

	$\ell$	0	1	2	3
$S = 0$	$u\bar{d}(our)$	0.1404	1.2297	1.679	2.0306
	$u\bar{d}(exp)$	0.139	1.231±0.01	1.670±0.02	2.03
	$s\bar{s}(our)$	0.4296	1.2874	1.7238	2.0683
	$s\bar{s}(exp)$	0.980			
	$s\bar{u}(our)$	0.1684	1.2549	1.6988	2.0477
	$s\bar{u}(exp)$		1.272±0.007		
	$c\bar{u}(our)$	1.815	2.443	2.8917	3.2644
	$c\bar{u}(exp)$	1.8696±0.0002	2.422±0.0013		
	$b\bar{s}(our)$	5.1952	5.7399	6.1358	6.4639
	$b\bar{s}(exp)$	5.366±0.006	5.720±0.0027		
	$c\bar{c}(our)$	2.9832	3.453	3.8035	4.106
	$c\bar{c}(exp)$	2.9803±0.0012	3.52	3.84±0.02	4.09
	$b\bar{c}(our)$	6.3086	6.7011	7.0016	7.2617
	$b\bar{c}(exp)$	6.276±0.004	5.720±0.0027		
	$s\bar{c}(our)$	1.8388	2.4641	2.9083	3.2783
	$s\bar{c}(exp)$	1.96849±0.00034	2.4596±0.0006		
$S = 1$	$u\bar{d}(our)$	0.769	1.3262	1.68642	2.0400
	$u\bar{d}(exp)$	0.770	1.318±0.01	1.691±0.02	2.037
	$s\bar{s}(our)$	1.018	1.3810	1.733	2.0536
	$s\bar{s}(exp)$	1.019	1.430±0.01	1.854	
	$s\bar{u}(our)$	0.9878	1.4189	1.7732	2.0896
	$s\bar{u}(exp)$				
	$c\bar{u}(our)$	1.9346	2.4836	2.9115	3.2751
	$c\bar{u}(exp)$	2.00697±0.0019	2.460		
	$b\bar{u}(our)$	5.2479	5.7706	6.1603	6.4848
	$b\bar{u}(exp)$	5.279±0.00031	5.720±0.0027		
	$b\bar{s}(our)$	5.2627	5.7626	6.1453	6.4675
	$b\bar{s}(exp)$	5.412±0.0013			
	$b\bar{c}(our)$	6.3334	6.7075	7.0036	7.2617
	$b\bar{c}(exp)$				
	$s\bar{c}(our)$	1.9631	2.5041	2.9276	3.2887
	$s\bar{c}(exp)$	2.1123±0.0005			

### 5 Результаты и обсуждения

В последнее время для определения массового спектра и других характеристик мезонов, состоящих из легко-тяжелых кварков, интенсивно ведутся экспериментальные и теоретические исследования.

Для описания последних экспериментальных данных требуются учет релятивистских поправок. Известно, что если масса составляющих частиц тяжела, то соответствующие релятивистские поправки малы и в этом случае можем применить методы теории возмущения. При изучении возбужденных состояний требуется дополнительные параметры или изменение некоторых параметров в частности массы составляющих кварков, т.е. конституентная масса кварков.

В работе определена зависимость конституентной массы кварков от орбитального квантового числа. Наши результаты показали, что для мезонов состоящих из легко-тяжелых кварков (см. табл.2-6) конституентные массы кварков с возрастанием орбитального квантового числа увеличиваются.

В данной работе вычислены массовые спектры мезонов состоящих из легко-тяжелых кварков. Определена зависимость конституентной массы от орбитального квантового числа. Матрица Кабибо-Каваяшева-Макава не введена, однако характеристики определены через конституентные массы кварков. В расчетах учитывались октет синглетные смешивания. Это нам дает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными для всех кварковых составов, начиная от легких заканчивая тяжелыми.

Результаты также показали, что конституентная масса легких кварков в составе легко-тяжелых кварков возрастает, чем конституентная масса легких кварков в составе легко-легких кварков. Для мезонов состоящих из легких кварков существуют расщепление конституентной массы кварков между спин-синглетным и спин-триплетным состояниями, т.е. конституентные массы кварков в триплетном состоянии больше синглетного. С возрастанием орбитального квантового числа конституентные массы кварков увеличиваются.

### Литература

1. Eides M.I., et al., // Phys. Repor., 2001. V.342, P.61.
2. Amsler C., et al., Review of Particle Physics, // Phys. Lett. 2008, V. B667, P.1.
3. Berestetskii V.B., Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P., Quantum Electrodynamics, 2nd Edition, Pergamon Press, Oxford, 1982.
4. Caswell W.E. and Lepage G.P. // Phys. Let. B. 1986. V.167. P.437.
5. Dineykhan M, Zhaugasheva S A, Toimbaeva N Sh and Jakhanshir A. // J. Phys. B: At.Mol.Opt. Phys. 2009. V.42. P. 145001; Динейхан М., Жаугашева С.А., Кожамкулов Т.А. // ЯФ. 2005. V.68. С.340-350; Dineykhan M., Zhaugasheva S.A., Kozhamkulov T.A., Petrov Ye. // Few-Body Systems. 2005. V.37. P.49-69.
6. Feynman R.P. and Hibbs A.P., Quantum Mechanics and Path Integrals (Mc Graw-Hill, New York, 1963).
7. Dineykhan M., S. A. Zhaugasheva S.A., Toimbaeva N.SH. // Jour. Phys.B: At.Mol.Opt. Phys. 2010. V.43. P.015003(7pp); Динейхан М., Жаугашева С.А. // ЭЧАЯ, V.42, Вып.3 (в печати).
8. Lucha W., Schoberl F.F., Gromes D. // Phys. Rep. 1991. V. 200. P.127.
9. Eichten E., Feinberg F. // Phys. Rev. 1981. V. D23. P.2724.
10. Badalian A.M. and Bakker B.L.G. // Phys. Rev. 2002. V. D66. P.034025.
11. Badalian A.M., Bakker B.L.G. and Simonov Yu.A. // Phys. Rev.D. 2002. V.66. P.034026.
12. Dineykhan M., Efimov G.V., Ganbold G. and Nedelko S.N., Oscillator representation in quantum physics, (Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Berlin, 1995), V. 26.
13. Fock V.A.: Principles of quantum mechanics. Moscow: Nauka 1976.
14. Dineykhan M., Efimov G. V. // Rep. Math. Phys. 1995. V.36, P.287; //Yad. Fiz. 1996. V.59, 862; Dineykhan M. // Z. Phys. 1997. V. D41. P.77; Dineykhan M., Nazmitdinov R. G. // Yad. Fiz. 1999. V. 62. P.143; Dineykhan M, Zhaugasheva, S. A., Nazmitdinov, R. G. // JETP. 2001. V.119. P.1210.

15. Жаугашева С.А., Нурбакова Г.С. Массовые спектры чармоний и боттомоний в рамках релятивистского гамильтонианного подхода // Вестник КазНПУ им.Абая. №3, (в печати).  
16. Simonov Yu.A.// Phys. Lett.B. 2001 .V.515. P.137.

## **АУЫР ЖӘНЕ ЖЕҢІЛ КВАРКТАРДАН ТҰРАТЫН МЕЗОНДАР СПЕКТРОСКОПИЯСЫ**

**М. Динейхан, С.А. Жаугашева, Г.С. Нурбакова**

Кабибо-Каваяшев-Макава матрицасын ескермей, жеңіл-ауыр кварктардан тұратын мезондардың массалық спектрлері анықталған. Диагональ емес әсерлесуді, бұрыштық араласу арқылы ескерудің жаңа әдісі ұсынылған. Бұл әдіс экспериментальдық мәліметтермен үйлесімділікке қол жеткізуге мүмкіндік береді. Араласу бұрышы анықталған, ал еркін параметр ретінде конституенттік масса қолданылған.

## **MESONS CONSISTING FROM HEAVY AND EASY QUARKS: SPECTROSCOPY**

**M. Dineykhan, S.A. Zhaugasheva, G.S. Nurbakova**

Mass spectra mesons, consisting of is easy-heavy quarks without a matrix of Kabibo-Kavajasheva-Makava are defined. The new variant of the account not diagonal interaction by means of angular mixing that allows to reach the satisfactory consent with experimental data is offered. The mixing corner is defined, and as free parameter is used constituent weight.