ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ЗАМЕТКА ПО ПОВОДУ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОТО

М.М. Абдильдин

НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы.

В работе указывается на еще одну возможную интерпретацию общей теории относительности (ОТО).

Рассмотрим одну из основных задач механики ОТО – задачу Лензе-Тирринга – задачу о движении пробного тела с массой m в гравитационном поле вращающегося массивного шара с массой m_0 и собственным моментом импульса $\vec{S}_0$.

Метрика шара имеет вид [1]

$$ds^2 = \left[c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} + \frac{4\gamma}{7m_0c^2}\left(\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right]\right]\right)\right]dt^2 - \left(1+\frac{2U}{c^2}\right)d\vec{r}^{\,2} + \frac{8}{c^2}\left(\vec{U}d\vec{r}\right)dt, \qquad (1)$$

где

$$U = \frac{\gamma m_0}{r},\ \ \vec{U} = -\frac{\gamma}{2r^3}\left[\vec{r}\vec{S}_0\right], \qquad (2)$$

- гравитационные скалярный и векторный потенциалы.

Лагранжиан

$$L = -mc^2 + \frac{mv^2}{2} + mU - \frac{mU^2}{2c^2} + \frac{3mUv^2}{2c^2} + \frac{mv^4}{8c^2} - \frac{4m(\vec{U}\vec{v})}{c^2} - \frac{2\gamma m}{7m_0c^2}\left(\vec{S}_0\vec{\nabla}\right)\left(\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right). \qquad (3)$$

Импульс

$$\vec{p} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \left[1 + \frac{1}{c^2}\left(3U + \frac{v^2}{2}\right)\right]m\vec{v} - \frac{4m}{c^2}\vec{U}. \qquad (4)$$

Гамильтониан

$$\mathrm{H} = mc^2 + \frac{p^2}{2m} - mU - \frac{1}{c^2}\left(\frac{p^4}{8m^3} + \frac{3Up^2}{2m} - \frac{mU^2}{2}\right) - \frac{2\gamma}{c^2}\left(\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right]\vec{p}\right) - $$
$$- \frac{2\gamma m}{7m_0c^2}\left(\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\left[\vec{S}_0\vec{\nabla}\frac{1}{r}\right]\right]\right). \qquad (5)$$

Для нашей задачи выполняется система уравнений Гамильтона

$$\dot{\vec{r}} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}}, \dot{\vec{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{r}}. \quad (6)$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{p}}{m} - \frac{3U\vec{p}}{mc^2} - \frac{p^2\vec{p}}{2m^3c^2} + \frac{4\vec{U}}{c^2}, \quad (7)$$

$$\dot{\vec{p}} = -\frac{\gamma m m_0}{r^3}\vec{r} - \frac{mU}{c^2}\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} + \frac{3p^2}{2mc^2}\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - \frac{4}{c^2}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{p}\vec{U}\right). \quad (8)$$

Теперь составим ускорение пробного тела движущегося в поле вращающегося шара [1]

$$\dot{\vec{v}} = \left(1 - \frac{3U}{c^2} - \frac{p^2}{2m^2c^2}\right)\frac{\dot{\vec{p}}}{m} - \frac{\vec{p}}{mc^2}\frac{d}{dt}\left(3U + \frac{p^2}{2m^2}\right) + \frac{4}{c^2}\frac{d\vec{U}}{dt}. \quad (9)$$

Первое слагаемое в правой части (9)

$$\left(1 - \frac{3U}{c^2} - \frac{p^2}{2m^2c^2}\right)\frac{\dot{\vec{p}}}{m} = -\frac{\gamma m_0}{r^3}\vec{r} - \frac{4U}{c^2}\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} + \frac{p^2}{m^2c^2}\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - \frac{4}{mc^2}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}(\vec{p}\vec{U}). \quad (10)$$

Далее, рассмотрим ускорение $\dot{\vec{v}}$ как функцию канонически сопряженных переменных $\vec{r}$ и $\vec{p}$, т.е. как функцию состояния и составим выражение

$$\frac{1}{2}rot\dot{\vec{v}} = -\frac{6\gamma m_0(\vec{r}\vec{v})\vec{M}}{mc^2r^5} + \frac{3\gamma\vec{v}\left(\vec{r}\vec{S}_0\right)}{c^2r^5} + \frac{3\gamma\vec{r}\left(\vec{v}\vec{S}_0\right)}{c^2r^5} + \frac{3\gamma\vec{S}_0(\vec{v}\vec{r})}{c^2r^5} - \frac{15\gamma\vec{r}(\vec{r}\vec{v})\left(\vec{r}\vec{S}_0\right)}{c^2r^7}. \quad (11)$$

С другой стороны, уравнение вращательного движения пробного тела в поле шара, полученное Брумбергом, имеет вид [1]

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = -\frac{6\gamma m_0(\vec{r}\vec{v})[\vec{r}\vec{v}]}{c^2r^5} + \frac{3\gamma\vec{v}\left(\vec{r}\vec{S}_0\right)}{c^2r^5} + \frac{3\gamma\vec{r}\left(\vec{v}\vec{S}_0\right)}{c^2r^5} + \frac{3\gamma\vec{S}_0(\vec{v}\vec{r})}{c^2r^5} - \frac{15\gamma\vec{r}(\vec{r}\vec{v})\left(\vec{r}\vec{S}_0\right)}{c^2r^7}. \quad (12)$$

Сравнивая (11) и (12), получим

$$\frac{1}{2}rot\dot{\vec{v}} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (13)$$

Далее легко показать, что

$$div\vec{\omega} = 0. \quad (14)$$

Отсюда ясно, что уравнения механики тел в ОТО (13) и (14) аналогичны первой паре уравнений Максвелла в электродинамике

$$\begin{cases} rot\,\vec{\mathrm{E}} = -\dfrac{1}{\mathrm{c}}\dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ div\,\vec{\mathrm{H}} = 0. \end{cases} \tag{15}$$

В связи с таким обстоятельством мы в свое время [2] сделали следующие выводы:

1. Имеет место новая оптико-механическая аналогия в ОТО.

2. Уравнение вращательного движения пробного тела движущегося в поле вращающегося центрального тела (12) не обязательно выводить из уравнений поля, как это обычно делают, а достаточно знать уравнение поступательного движения и взять rot из $\dot{\vec{v}}$. Уравнение вращательного движения – следствие уравнений поступательного движения.

Эти выводы справедливы. Однако, из уравнений (13) и (14) можно извлечь еще один, на наш взгляд, важный вывод касательно интерпретации ОТО. В этом – основная цель данной заметки.

3. Если рассматривать $\dot{\vec{v}}$ и $\vec{\omega}$ как функции от канонически сопряженных переменных $\vec{r}$ и $\vec{p}$, то они выступают как функции состояния. Они определяют как бы поле ускорения и вихревое поле в каждой точке пространства. Более того, мы можем их взять за определение гравитационного поля. Пространство – время в целом выступает как псевдоэвклидовый фон, а гравитационное поле – как совокупность полей ускорения и вихря, и описывается векторами состояния $\dot{\vec{v}}$ и $\vec{\omega}$, по существу антисимметричным тензором второго ранга.

Литература

1. Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. Алма-Ата, 1988, - 198 с.
2. Абдильдин М.М., Абишев М.Е. К оптико-механической аналогии в ОТО. // Вестник КазНУ, серия физическая, 2005, №2(20), с.3-5.

ЖСТ ИНТЕРПРЕТАЦИЯСЫ ТУРАЛЫ

М.М. Әбділдин

Бұл мақалада ЖСТ шеңберінде гравитациялық өрісті инерциялық өріс пен құйындық өрістен құралған өріс ретінде қарастыруға болатыны көрсетілген.

NOTES ON THE INTERPRETATION OF GR

M.M. Abdildin

This article pointed to another possible interpretation of the general relativity (GR).