# ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ СЕРОБЕТОНА

**Б.К. Шакенов**
*Лаборатория «Жерсу», Алматы*

Оценивается коэффициент температуропроводности серобетона вне области фазового перехода через известное решение уравнение теплопроводности для шара и экспериментально измеренные профили температур. Наблюдается удовлетворительное согласие с ранее полученными значениями данного коэффициента через теорему Остроградского-Гаусса.

## Введение

Охлаждение (или нагрев) выделенного шара радиусом R=18см в центре цилиндрической формы (Ǿ=Н=1м) может быть описано уравнением теплопроводности с заданным тепловым потоком на границе, который может быть оценён через экспериментально измеренные градиенты температуры на поверхности шара и теплопроводностью материала. Как правило, решение дифференциального уравнения выражается в виде бесконечного ряда с экспоненциальным членом вида $\exp(-\mu_n^2 \cdot \frac{a \cdot \tau}{R^2})$, где 'а'-коэффициент температуропроводности материала, $\tau$ - время, R – радиус шара. В эксперименте измеряются профили температур внутри выделенного шара T=T(r, $\tau$ ) с шагом 5 секунд. Используя экспериментальные данные и известное решение дифференциального уравнения теплопроводности с тепловым потоком на границе, можно оценить значение коэффициента температуропроводности материала для больших времен, при которых членами ряда с высокими $\mu_n^2$ можно пренебречь.

## Оценка коэффициента температуропроводности серобетона

Рассмотрим охлаждение шара радиусом R=18 см с заданным тепловым потоком на поверхности.

Уравнение теплопроводности в сферической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial(T(r,t)}{\partial\tau} = a(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T(r,\tau)}{\partial r}) \qquad (1)$$

$$\tau > 0, \quad 0 < r < R \qquad (2)$$

для простоты и для приближенной оценки коэффициента температуропроводности материала через экспериментально измеренные значения градиентов и профилей температур на поверхности и внутри шара от 128С до 50С, рассмотрим следующие начальные и граничные условия :

$$-\frac{\partial T(R,\tau)}{\partial\tau} + \frac{q_c}{\lambda} = 0$$ - значение потока тепла на границе шара (R=18 см) (3)

$$\frac{\partial T(0,\tau)}{\partial r} = 0$$ условие симметрии или отсутствие теплового потока в центре шара (4)

$$T(0,\tau) \neq \infty \qquad (5)$$

$$T(r,0) = T_0 = const \quad \text{для} \quad 0 < r < R \qquad (6)$$

Как известно, решение дифференциального уравнения (1) с начальными и граничными условиями (3)-(6) имеет вид:

$$T_0 - T(r,\tau) = \frac{q_c R}{\lambda} \cdot [(\frac{3a\tau}{R^2} - \frac{3R^2 - 5r^2}{10r^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \{ \frac{2}{\mu_n^2 \cdot \cos(\mu_n)} \cdot \frac{R\sin(\mu_n \cdot \frac{r}{R})}{r \cdot \mu_n} \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot \frac{a\tau}{R^2}) \} ] \tag{7}$$

где $\mu_n$ – корни характеристического уравнения $tg\mu = \mu$ (4.4934, 7.7253, 10.9041, 17.2203 и т.д.)

Поскольку члены ряда экспоненциально убывают по времени, при больших временах можно пренебречь членами ряда с большими $\mu_n$, что позволяет оценить величину коэффициента температуропроводности материала.

Для определённости была выбрана точка внутри шара при r=16.5 см с соответствующими временами и градиентами температур на поверхности шара. Для трёх диапазонов температур в выбранной точке с соответствующими промежутками времён (определённых из эксперимента) были оценены величины коэффициентов температуропроводности (см. Таблицу-1 и Рис-1 ниже).

Таблица-1.

| Диапазоны температур | Время остывания (или нагрева) шара | Плотность потока тепла $(q_c)$ на поверхности шара (R=18 см) ( $\lambda \cdot grad(T_{R,\tau})$ ) | Значение коэффициента температуро-проводности по формуле (7) $(м^2 / сек)$ | Значение коэффициента температуро-проводности, рассчитанное по формуле Остроградского-Гаусса: $(м^2 / сек)$ |
|---|---|---|---|---|
| Экспериментальные данные | | | | |
| 125C - 117C | 9060 (сек.) | $\lambda \cdot 84$ | $4.7 \cdot 10^{-7}$ | $5.3 \cdot 10^{-7}$ |
| 88C – 74C | 8400 (сек.) | $\lambda \cdot 111$ | $7.1 \cdot 10^{-7}$ | $8.95 \cdot 10^{-7}$ |
| 74C – 52C | 18780 (с) | $\lambda \cdot 81$ | $8 \cdot 10^{-7}$ | $9.3 \cdot 10^{-7}$ |

Примечание: Легко заметить, что значение коэффициента теплопроводности ( $\lambda$ ) аннулируется в формуле (7).

### Грубая оценка коэффициента температуропроводности серобетона через решение уравнения теплопроводности для шара при «постоянной температуре поверхности» в диапазоне температур ниже области фазового перехода.

Как известно, из уравнения математической физики, охлаждение шара с радиусом R и с начальным и граничным условиями $T(r,t_0) = T_0$ и $T(R,t) = T_C$ описывается функцией вида:

$$T(r,t) = T_C - (T_0 - T_C) \cdot (\sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{R\sin(\mu_n \frac{r}{R})}{r\mu_n} \exp(-\mu_n{}^2 \cdot Fo)) =$$

$$T_C - (T_0 - T_C) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (K_n \cdot f(r) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot \frac{a}{R^2} \cdot t)), \tag{8}$$

( $\mu_n = \pi \cdot n$ , $A_n = 2 \cdot (1+n)^{n+1}$ )

Очевидно, что граничные условия на поверхности рассматриваемого шара в эксперименте отличаются от вышеприведённых и данный расчёт может рассматриваться только как грубая оценка «порядка» коэффициента температурапроводности материала.

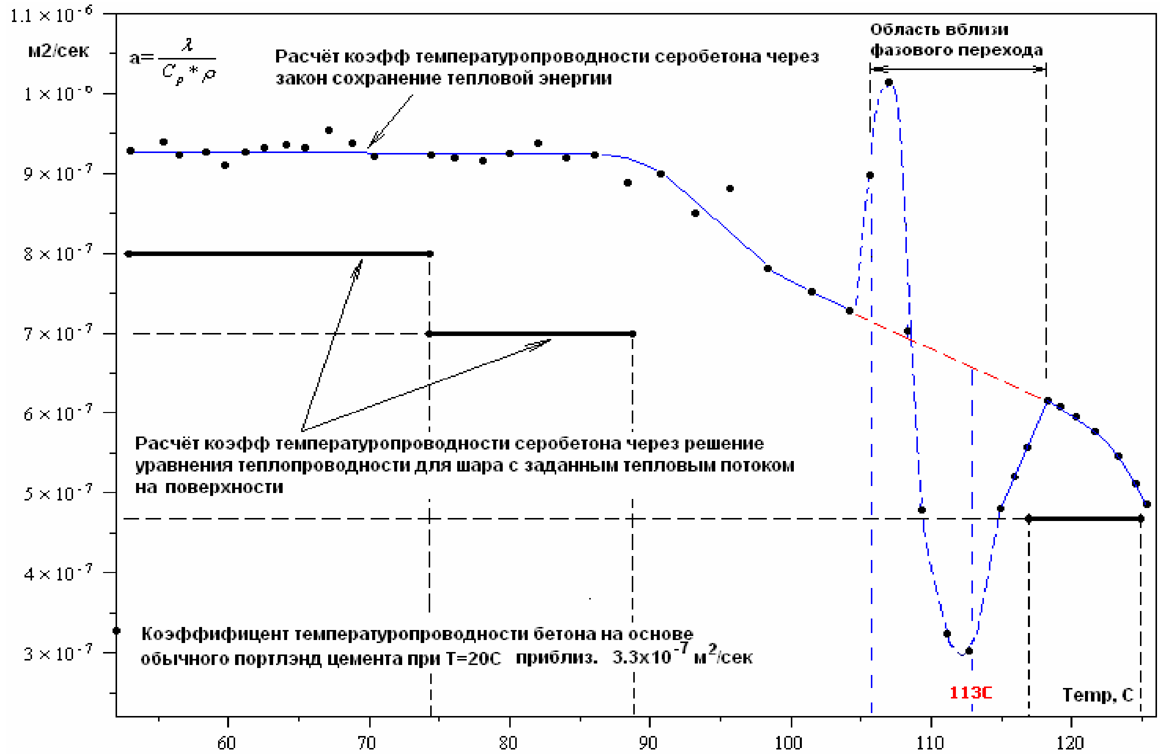


Рис.1. Оценка коэффициента температуропроводности серобетона через (1) закон сохранение тепловой энергии и (2) решение уравнение теплопроводности для шара с известным тепловым потоком на поверхности

Пренебрегая членами ряда (8) выше 7-й степени,

$$T_{конец}(r,t) = T_C - (T_{нач} - T_C)\cdot\sum_{n=1}^{7}\frac{R\sin(\mu_n \frac{r}{R})}{r\cdot\mu_n}\exp(-\mu_n^2\cdot Fo)) \qquad (9)$$

учитывая экспоненциальный характер падения температуры по времени $T_{конец}(r=10см,\cdot t) = T_{нач}\cdot\exp(-0.072\cdot t)$ (см. Рис.2 ниже) и подставляя фактически измеренные значения величин (R=18см, $T_C$=53C, $T_{нач}(r=10см, t=0)=82C$, $T_{конец}(r=10см, t=7200с)=71C$), имеем следующее алгебраическое уравнение для определения искомого коэффициента в точке r=10 см (для определённости и для целей оценки порядка искомого коэффициента была выбрана точка r=10 см, хотя это не ограничивает общности):

$$\begin{aligned}T_{конец}(r=0.1м, t=7200с) &= 53+182.8\exp(-2.19\cdot10^6\cdot a)+31.7\exp(-8.77\cdot10^6\cdot a)\\&-53.59\exp(-1.97\cdot10^7\cdot a)-29.8\exp(-3.51\cdot10^7\cdot a)\\&+23.8\exp(-5.48\cdot10^7\cdot a)+26.8\exp(-7.89\cdot10^7\cdot a)\end{aligned} \qquad (10)$$

Обозначив $\exp(-2.19\cdot10^6\cdot a)=p$, уравнение (10) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned}T_{конец}(r=0.1м, t=7200с) &= 53+182.8*p+31.7*p^4\\&-53.59*p^9-29.8*p^{16}\\&+23.8*p^{25}+26.8*p^{36}\end{aligned} \qquad (11)$$

Легко показать, что только один корень уравнения (11) является действительным (p=0.096), а следовательно имеет физически смысл, (а остальные 35 корней являются мнимыми).
Используя значение действительного корня уравнения, оценим значение коэффициента температуропроводности:

$$a = \ln(0.0959276)/(-2.19\cdot 10^{6}) = 10.7\cdot 10^{-7}\cdot(\frac{м^{2}}{сек})$$

Как видим, грубая оценка коэффициента температуропроводности дает удовлетворительное согласие с более точными расчётами данного коэффициента.

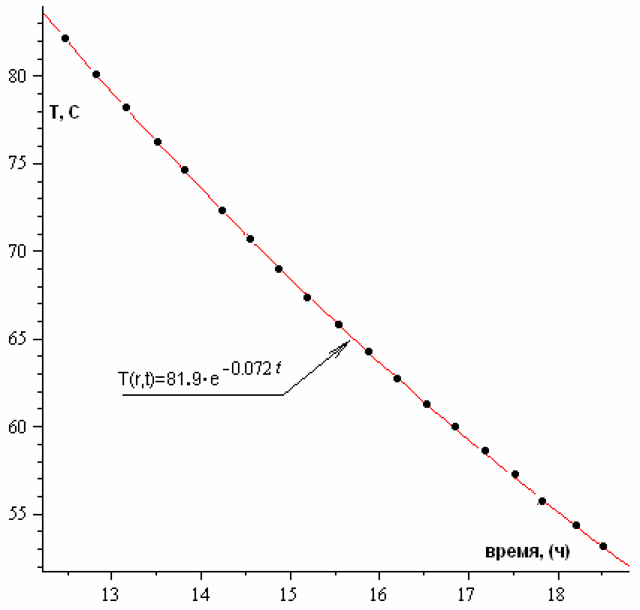


Рис. 2. Падение температуры в точке шара находящейся на расстоянии 10 см от центра (внешний радиус шара R=18 см).

**Литература**


1. Геращенко С. А., Федоров В. Г. Тепловые и температурные измерения. Справочное руководство. Издательство "Наукова думка", Киев, 1965. С. 85-153
2. Зимин Г.Ф. Проверка и калибровка термоэлектрических преобразователей. Москва: АСМС, 2002. С. 9-48.


**КҮКІРТ БЕТОНЫНЫҢ ТЕМПЕРАТУРА ӨТКІЗУ КОЭФФИЦИЕНТІН ЕСЕПТЕУ**


**Б.К. Шәкенов**



Экспериментте алынған температу профильдері және жылу өткізгіштік теңдеуінің шарға арналған белгілі шешімі бойнша күкірт бетонының фазасын өзгерту аумағының сырт жағында температура өткізгіштік коэффициенті есептелінді. Бұл есептеулердің нәтижесі бұрынғы Остроградский-Гаусс теоремасы арқылы алынған есептеулермен жақсы келіседі.


**EVALUATION OF THE COEFFICIENT OF TEMPERATURE CONDUCTIVITY OF SULFUR CONCRETE**


**B.K. Chakenov**



The coefficient of temperature conductivity of sulfur concrete out of the phase transference zone has been evaluated through the well known decision of the heat conductivity equation for spherical body and through the profiles of temperature measured experimentally. A good agreement with calculation of the coefficient through the Ostrogradsky-Gauss theorem has been observed.