

# РАСЧЕТ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ШЛИКЕРОВ ОКСИДА БЕРИЛЛИЯ В ПЛОСКОЙ ФИЛЬЕРЕ

У.К. Жапбасбаев, З.К. Саттинова

*Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы*

Проведен расчет движения и теплообмена термопластичных шликеров в плоской фильере установки литья при различных режимных параметрах, определены плотности теплового потока на стенке и положение фронта кристаллизации вдоль формообразующей полости. В результате расчетов получены поля скорости, температуры, плотности, динамической вязкости, предельного напряжения сдвига. Определены критерия Нуссельта и характер изменения числа  $Bi$  в плоской фильере.

## **Введение**

Высокоплотная керамика из оксида бериллия находит широкое применение благодаря ряду ценных свойств и, прежде всего, уникальной теплопроводности. В настоящее время основным методом формования сложных изделий, а также деталей в виде трубок и стержней является метод литья термопластичных шликеров [1]. Сущность этого метода изготовления заключается в придании жидкому термопластичному шликеру конфигурации изделия при заполнении формообразующей полости под давлением и последующей фиксации приобретенной формы посредством изменения агрегатного состояния среды по мере его охлаждения.

Литейная система представляет собой многофазную среду, в которой в качестве дисперсионной фазы используется термопластичная связка сложного состава с коагуляционным свойством [2,3]. Реологические характеристики шликера определяются соотношением между кинетически свободной и связанной дисперсионной фазы. Сведения о свойствах оксида бериллия показывают, что он является перспективным материалом для ряда специальных областей техники. Однако его уникальная теплопроводность на этапе формования обуславливает повышенную «жесткость» литейных систем, что затрудняет управление структурообразованием при движении шликера. В связи с тем современная технология производства керамических изделий из конструкционного бериллия требует более точного расчета характеристик технологических процессов для поиска оптимальных литейных режимов, направленных на повышение качества изделий, снижение энергоемкости и повышения производительности литья.

Решением проблемы, и создание высокопроизводительной технологии изготовления качественного изделия являются эффективное управление процессом литья и деформационным поведением термопластичного шликера оксида бериллия. Исследование физико-химического механизма воздействия ультразвука в процессе литья и определение оптимальных условий путем математического описания позволили найти эффективное техническое решение. Постоянные требования все более точного определения характеристик при поиске оптимальных конструкторских и технологических решений делают необходимым применение математических моделей процесса движения и отвердевания термопластичного шликера, а также алгоритмов их реализации.

## **Математическая модель**

Рассматриваются процесс теплообмена неизотермического течения жидкого термопластичного шликера в плоской фильере установки литья (рис.1). Горячий, жидкий шликер поступает в узкой зазор плоского канала с толщиной  $h = 0.75 \text{ мм}$ , температурой  $75^\circ \text{C}$ . По опытным данным максимальное значение скорости литья не превышает  $2 \text{ мм/мин}$ , процесс литья происходит в ламинарном режиме. Шликерная масса, двигаясь вдоль полости, охлаждается за счет теплообмена через внешнюю стенку. Контур охлаждения

разделен на три части, в первой части температура охлаждающей воды равна  $T_1 = 73^{\circ}C$ , во второй –  $T_2 = 59^{\circ}C$ , в третьей  $T_3 = 45^{\circ}C$ . Общая длина фильеры  $L = 0,108м$ , длины горячей, теплой и холодной части фильеры равны, соответственно  $L_1 = 0,022м$ ,  $L_2 = 0,045м$ ,  $L_3 = 0,041м$ .

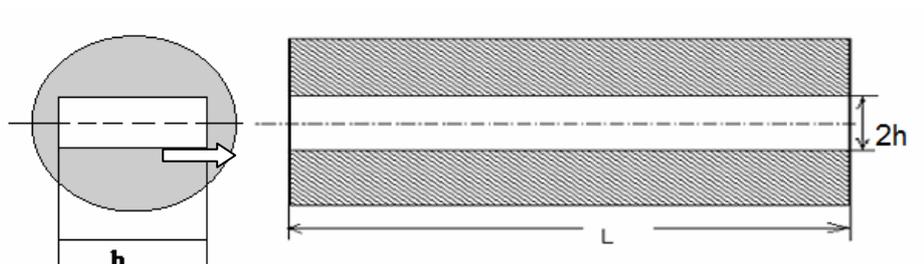


Рис. 1. Схема течения в плоской фильере

Математическая модель включает систему уравнений движения неньютоновской бингамской жидкости, неразрывности и теплообмена с учетом теплоты кристаллизации шликера. Теплофизические свойства шликера (плотность, вязкость, предельное напряжение сдвига, теплопроводность, теплоемкость, теплота кристаллизации) считаются функцией от температуры.

Движение шликера происходит вертикально вниз по оси OX и считается установившимся. Для описания течения использовалась система уравнений гидродинамики, на основе модели Шведова – Бингама. Толщина плоского зазора ( $h = 0.75$  мм) намного меньше его ширины ( $b = 45$  мм), поэтому движение и теплообмен шликера можно рассмотреть в постановке узкого канала:

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau) + \rho g \\ \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + L_k \frac{d\rho}{dt} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

Здесь приняты следующие обозначения:  $x, y$  – декартовы координаты,  $u, v$  – компоненты скорости;  $p, \rho, T, c_p, \tau, \mu$  – давление, плотность, температура, теплоемкость, предельное напряжение сдвига и коэффициент динамической вязкости шликера, соответственно.

В уравнении переноса тепла учитывается теплота кристаллизации ( $L_k$ ), которая находится по опытным данным при различных концентрациях связующего вещества. Теплофизические свойства термопластичных шликеров оксида бериллия с ультразвуковой активацией были найдены по результатам лабораторных исследований [1,3] в интервале температуры  $30^{\circ}C \leq T \leq 80^{\circ}C$  и обобщены в виде эмпирических зависимостей:

$$\begin{aligned} \rho &= 0,8325 + 0,0618 \cdot \cos[\pi(0,035T/T_0 - 5,15)] \quad (\text{кг/м}^3) \\ \mu &= 1,17 \cdot 10^9 \cdot \exp(-0,28 \cdot T/T_0) + 49,415 \quad (\text{Па} \cdot \text{с}) \\ \lambda &= 1,6 + 4,8 \cdot \exp(-0,017 \cdot T/T_0) \quad (\text{Вт/м} \cdot \text{град}) \\ \tau_0 &= 2,61 \cdot 10^{10} \exp(-0,339 \cdot T/T_0) + 22,34 \quad (\text{Па}) \\ c_p &= 1000 \exp(T/(T_0 \cdot 290)) \quad (\text{Дж/кг} \cdot \text{град}) \end{aligned} \quad (2)$$

Градиент давления в уравнении движения определяется из условия сохранения массового расхода:

$$\int_0^h \rho_j^{n+1} u_j^{n+1} dy = \dot{m} \quad (3)$$

Значения скорости и температуры на входном сечении канала - постоянные, соответственно постоянны все теплофизические характеристики шликера:

$$\text{при } x = 0: u = u_0, v = 0, T = T_0 \quad (4)$$

Предполагается непроницаемость стенок канала и имеет место скольжения шликера на стенках канала из-за ультразвуковой вибрации.

$$\text{при } x > 0, y = h: -\frac{dp}{dx} = \left( \tau_w + \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \right) \quad (5)$$

Теплообмен на внешней стенке определяется в согласии с температурой в контурах охлаждения фильеры. Обозначая температуру воды в горячем, теплом и холодном контурах  $T_1, T_2, T_3$ , соответственно, имеем граничные условия для температуры на внутренней поверхности стенки:

$$\begin{aligned} \text{при } 0 \leq x < l_1, & -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = k(T_m - T_1), \\ \text{при } l_1 \leq x < l_2, & -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = k(T_m - T_2), \\ \text{при } l_2 \leq x < l_3, & -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = k(T_m - T_3). \end{aligned} \quad (6)$$

На плоскости симметрии задается условие адиабатичности:

$$\text{при } x > 0, y = 0: v = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

Коэффициент теплопередачи  $k$  для плоского канала [5]:

$$\frac{1}{k} = \frac{d_e}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (8)$$

где  $\lambda_s$  - коэффициент теплопроводности материала стенки,  $\alpha_1, \alpha_2$  - внутренний и внешний коэффициенты теплоотдачи.

Внутренний коэффициент теплоотдачи  $\alpha_1$  и закон изменения теплообмена в каналах прямоугольного сечения  $Nu$  определяется выражением [6]:

$$\alpha_1 = \frac{q_w}{(T_m - T_w)}, \quad Nu = \frac{\alpha_1 d_e}{\lambda}, \quad (9)$$

где  $q_w = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)$  - плотность теплового потока на стенке,  $T_w$  - температура стенки.

Средняя массовая температура шликера в полости [6]:

$$T_m = \frac{\int_0^1 \rho u T dy}{\int_0^1 \rho u dy} \quad (10)$$

Зная распределения температуры и продольной скорости по плоскому сечению, нетрудно вычислить внутренний коэффициент теплоотдачи  $\alpha_1$  [6,7].

Внешний коэффициент теплоотдачи  $\alpha_2$  зависит от свойства охлаждающей жидкости и размеров кожуха и находится по формуле Форхмейера [8]:

$$\alpha_2 = \frac{2\lambda_b}{d_3 \ln(4d_3 / d_e)}, \quad (11)$$

где  $d_e = \frac{4S}{P}$  – эквивалентный диаметр,  $S$  – площадь поперечного сечения сектора, а  $P$  – ее периметр и  $d_3$  – наружный диаметр внешней стенки,  $\lambda_b$  – коэффициент теплопроводности воды.

Таким образом, используя выражения (8–11), находится коэффициент теплопередачи  $k$ . Система уравнений (1)–(7) приводится к безразмерным переменным:

$$\tilde{y} = \frac{y}{h}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{h}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{u_0}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{u_0}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho_0 u_0^2}, \quad \tilde{\tau}_0 = \frac{\tau_0}{\rho_0 u_0^2}, \quad \rho, \tau, \mu, \lambda, c_p - \text{ на значения этих}$$

величин при температуре  $T_0$ . В результате перехода к безразмерным переменным в систему уравнения будет входить числа Рейнольдса ( $Re = u_0 h / \nu$ ), Прандтля ( $Pr = c_p \mu / \lambda$ ) и Био ( $Bio = kh / \lambda$ ). Критерии Био (Bio) выражает теплопередачу и вычисляется по геометрическим размерам фильеры, теплофизическим свойствам металла стенки, шликера и охлаждающей жидкости.

Решение системы уравнений (1)–(7) проводится численным методом. Разностные аналоги (1) получены схемой Кранка-Никольсона второго порядка точности и решаются методом прогонки [7]. Градиент давления находится из условия сохранения массового расхода (3) на каждом маршевом слое [7].

### Обсуждение результатов расчета

Расчеты проводились при двух значениях толщины формообразующей полости  $h = 0.75 \text{ мм}$ ,  $h = 1.5 \text{ мм}$ , ширины  $b = 45 \text{ мм}$ ,  $u_0 = 2 \text{ мм/мин}$ .  $Re = 2.28 \cdot 10^{-6}$ ,  $Re = 4.65 \cdot 10^{-6}$ ,  $Pr = 2,5 \cdot 10^3$

Температура охлаждающей воды для горячего, теплого и холодного контуров поддерживалась  $73^\circ \text{C}$ ,  $59^\circ \text{C}$ ,  $45^\circ \text{C}$ . Температура кристаллизации шликера согласно опытным данным равна  $T_k = 59^\circ \text{C}$ . На рис. 2 представлены распределения температуры и продольной скорости в трех тепловых контурах плоского канала при толщине полости, равного  $h = 0.75 \text{ мм}$ .

Профили продольной скорости показывают движение шликера по длине фильеры. Входной профиль  $U_0$  – однородный, стержневой, вытягивается и приобретает параболическую форму под действием сил давления, инерции и вязкости в пределах горячего контура. Как видно из рисунка, шликерная масса, двигаясь вдоль полости за счет температуры охлаждающей жидкости, начиная с зоны теплого контура, проявляет неньютоновский характер течения. С изменением реологических свойств шликера, заметно происходит интенсивный теплообмен, и наблюдается эффект деформации профиля скорости отражающий скорость скольжения на стенке.

В пределах холодного контура деформация профиля продольной скорости увеличивается, приближаясь к профилям скорости изотермического течения. Профиль скорости выпрямляется вследствие увеличения вязкости за счет охлаждающей воды. Изотермы температурного поля иллюстрируют охлаждение шликера (рис.2а). Температура шликера на стенке формообразующей полости при  $x/h = 0.13$  равна температуре кристаллизации. Фронт кристаллизации шликерной массы перемещается от внешней стенки и при  $x/h = 0.16$  достигает ось канала. Далее температурное поле выравнивается по сечению формообразующей полости.

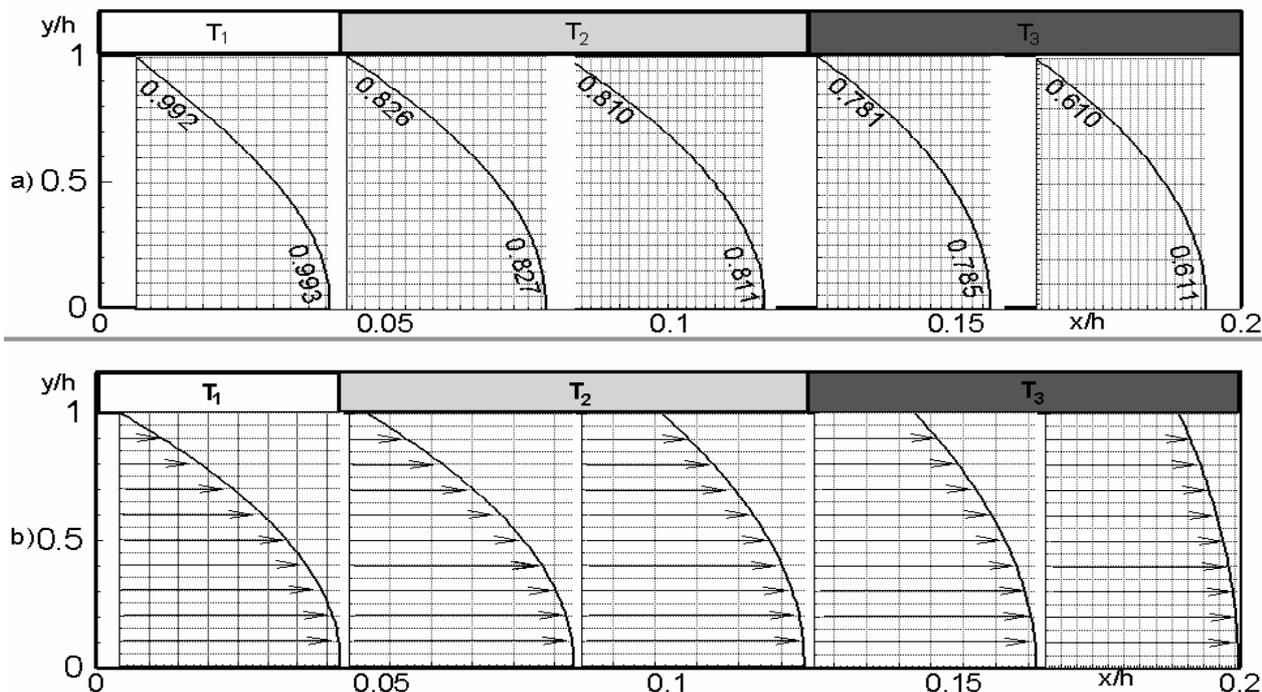


Рис. 2 Распределения а) температуры и б) продольной скорости в плоском канале:  $T_0 = 75^\circ\text{C}$ ,  $h = 0.75$ ,  $Re = 2.28 \cdot 10^{-6}$ ,  $Pr = 2.5 \cdot 10^3$ .

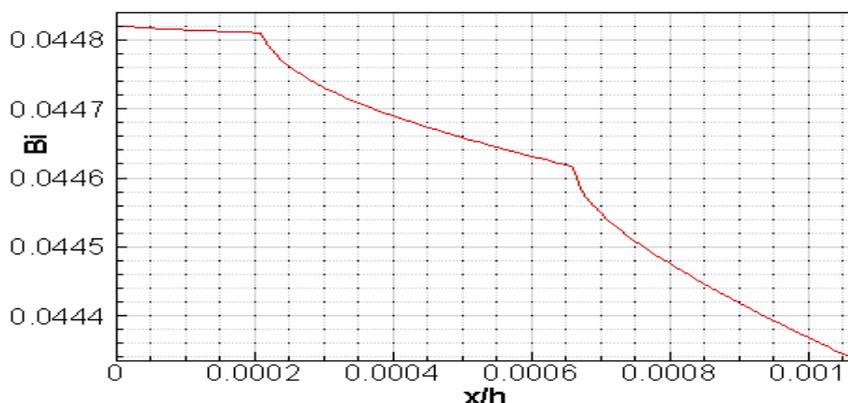


Рис. 3. Изменение критерия  $Vi$  по длине плоской фольеры

В расчетах теплообмена особо нужно отметить влияние числа  $Vi$  – параметр, которого характеризует условие на внутренней стенке формообразующей полости. Графики, построенные по результатам расчета показывают, что изменения профилей скорости и температуры обуславливают изменение критерия  $Vi$  по трем контурам плоской фольеры. Рост критерия  $Vi$  приводит к снижению интенсивности теплообмена, т.е. изменение среднemasовой температуры с малыми значениями, а уменьшение к росту интенсивности теплообмена. Интенсивность теплообмена определяется ростом градиентов аксиальной скорости на стенке. Так же как  $Vi$  с помощью критерия Нуссельта можно провести анализ влияния зависимости вязкости, теплопроводности и теплоемкости от температуры на теплообмен между шликером и охлаждающей жидкости. По результатам расчета выясняется, что с увеличением коэффициента теплоотдачи число  $Nu$  повышается за счет увеличения градиента осевой скорости на стенке фольеры

На рис. 4 показан закон изменения теплового потока на стенке, который определяется из выражения

$$q_w = -(\partial T / \partial y)_w \quad (9)$$

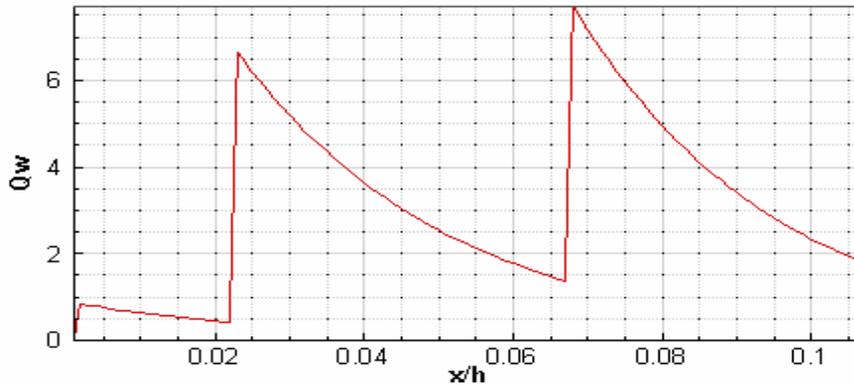


Рис. 4. Закон изменения теплового потока на стенке  $q_w$ . Плоской фильеры

$$T_0 = 75^\circ C, \quad h = 0,75, \quad Re = 2,28 \cdot 10^{-6}$$

Как видно из рисунка 4, по длине горячего контура происходит незначительное изменение плотности теплового потока. Это объясняется тем, что температура охлаждающей жидкости  $T_1 = 73^\circ C$  практически равна начальной температуре  $T_0 = 75^\circ C$  шликера. Поэтому в пределах горячего контура тепловой поток на стенке не значителен. На расстоянии  $x/h = 0.02$  начинается теплый контур, температура охлаждающей жидкости станет  $T_2 = 59^\circ C$  и теплообмен на стенке резко начинает возрастать до  $x/h = 0.022$ . Плотность теплового потока определяется градиентом температуры шликера на внешней стенке плоской фильеры. Градиент температуры достигнув максимума на расстоянии  $x/h = 0.22$ , начинает снижаться из-за выравнивания эпюры температуры вблизи внешней стенки. На расстоянии  $x/h = 0.067$  начинается холодный контур, где температура охлаждающей жидкости равна  $T_3 = 45^\circ C$ . Тепловой поток на стенке опять возрастает из-за больших разностей между среднemasсовой температурой и температурой охлаждающей жидкости и достигает максимума при  $x/h = 0.068$ . Снижение температуры шликера до температуры кристаллизации вызывает отвердевание шликерной массы.

Таким образом зигзагообразное изменение плотности теплового потока объясняется теплоотдачей по длине внешней стенки плоской фильеры за счет теплосъема в горячем, теплом и холодном контурах.

Изменение числа  $Nu$  в каждой зоне трех тепловых контуров стремится к своим предельным значениям. (рис.5). На расстояниях  $x/h = 0.00016, 0.0003, 0.0008$  наблюдается стабилизация процесса теплообмена. Как видно, начиная с зоны наступившей тепловой стабилизации в пределах каждого контура профили температуры становятся однородными, так как число  $Nu$  определяется величиной  $(T_0 - T_w)/(T_m - T_w)$ . Полученные таким способом предельные значения Нуссельта по трем контурам  $Nu_{1\infty} \approx 2.1, Nu_{2\infty} \approx 3.0, Nu_{3\infty} \approx 3.0$  хорошо согласуются с характером теоретического решения. Эти данные в ходе расчетов теплообмена позволяют получить профили температуры и скорости, объясняющие физическую суть явления, т.е. процесса застывания термопластичных шликеров в плоской фильере.

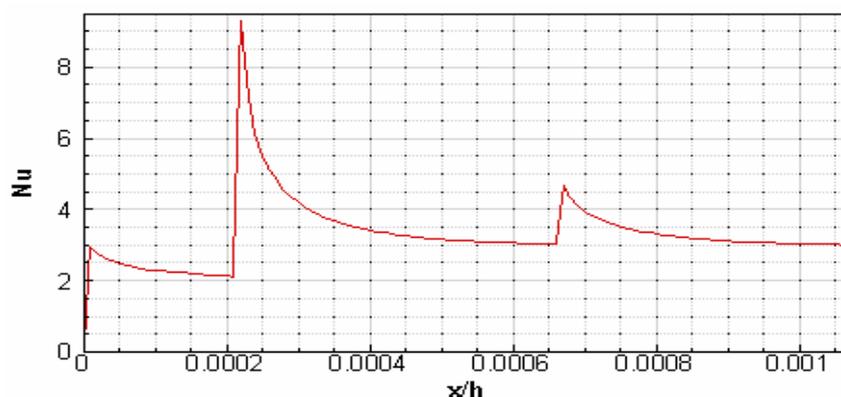


Рис. 5. Изменение числа Нуссельта по длине плоской фильеры:  $T_0 = 75^\circ C$ ,  $h = 0.75$ ,  $Re = 2,28 \cdot 10^{-6}$ .

Увеличение толщины плоского зазора  $h = 1,5$  приводит к росту неравномерности распределения температуры и скорости по толщине плоского зазора (рис.6).

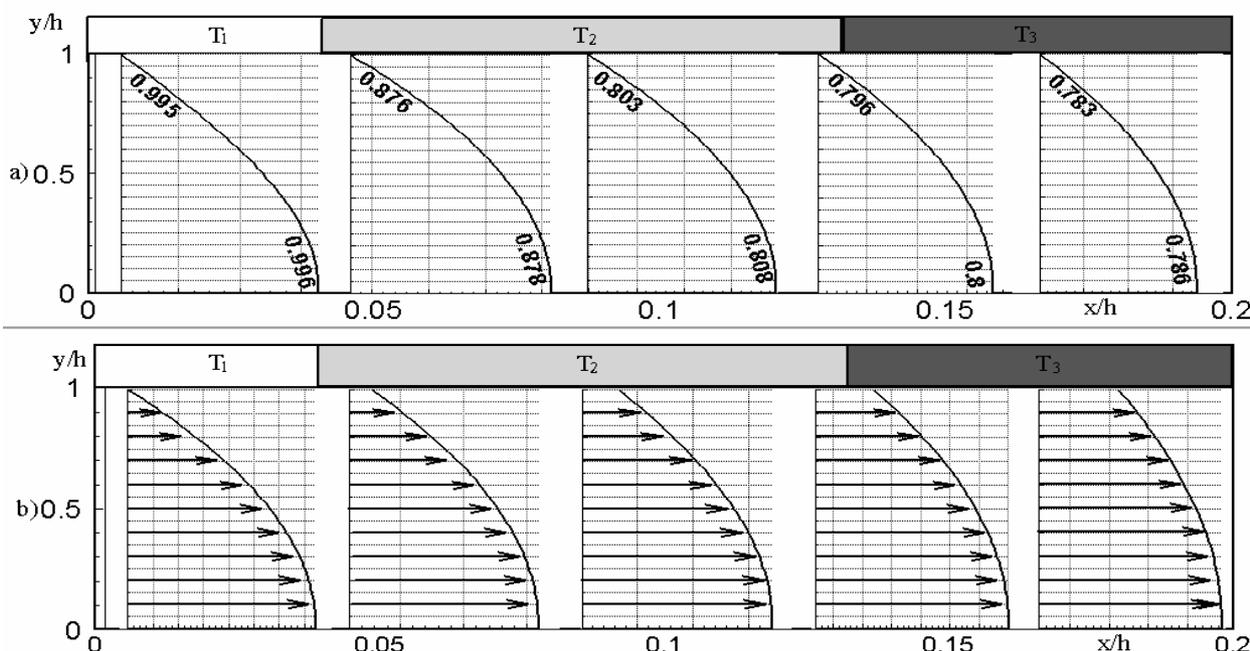


Рис.6. Распределения а) температуры и б) продольной скорости в плоской фильере:

$$T_0 = 75^\circ C, h = 1.5, Re = 4.65 \cdot 10^{-6}$$

Увеличение толщины плоского зазора  $h = 1.5$  приводят к росту неравномерности распределения температуры за счет понижения перепада давления (рис.6). Из рисунка видно, что процесс отвердевания замедляется, и температура кристаллизации шликера сравнивается на расстоянии  $x/h = 0.178$ . По мере приближения к выходу из фильеры фронт кристаллизации шликерной массы только начинает перемещаться от внешней стенки к оси трубы. Анализ изменения профиля скоростей показывает, что при увеличении толщины канала деформация профиля скорости несколько уменьшается, соответственно уменьшается и влияние неизотермических условий на коэффициенты теплообмена и на распределение теплового потока.

Таким образом, замедление процесса отвердевания объясняется тем, что в этом случае массовый расход и теплосодержание потока шликера увеличиваются. Профили температуры и скорости показывают неоднородности свойства шликера.

## **Заключение**

1. Проведен вычислительный эксперимент математической модели при различных значениях режимных параметров, получены профили скорости, температуры, изменения плотности, динамической вязкости, предельного напряжения сдвига. Данные расчетов показывают процесс отвердевания шликера по мере движения в формообразующей полости, увеличение плотности шликера в результате его кристаллизации, стремление скорости скольжения к средней скорости шликера.

2. В расчетах получена структура фронта кристаллизации шликерной массы. Темп кристаллизации зависит от режимных параметров и конструктивных данных формообразующей полости.

3. Выявлены законы изменения плотности теплового потока на стенке формообразующей полости и критерия Нуссельта для течения шликера в плоском канале. Полученные данные позволяют найти оптимальные литейные характеристики, обеспечивающие однородность теплофизических свойств и хорошие качества керамических изделий.

## **Литература**

1. Шахов С.А., Бицоев Г.Д. Применение ультразвука при производстве высокотеплопроводных керамических изделий. Усть-Каменогорск: ВКТУ, 1999. – 177 с.

2. Пивинский Ю.Е. Объемные фазовые характеристики и их влияние на свойства суспензий и керамических литейных систем //Огнеупоры. 1982. № 11. С. 50-57.

3. Двинских Ю.В., Попильский Р.Я., Костин Л.И., Кулагин В.В. Теплофизические свойства литейных шликеров некоторых высокоогнеупорных окислов //Огнеупоры. 1979. №12. С. 37-40.

4. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукамел А.С. Теплопередача. М.: Энергия. 1975. - 486с.

5. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах.//Издательство «Энергия», Москва

6. Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы: Пер. с англ. –М.: Мир, 1987. –592 с.

7. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т. Т.2: Пер. с англ. –М.: Мир, 1990. –728-392 с.

8. Есьман Б.И., Габузов Г.Г. Термогидравлические процессы при бурении скважин.//Москва «Недра». 1991

## **ЖАЗЫК ҚҰБЫРДАҒЫ БЕРИЛЛИЙ ОКСИДІ ШЛИКЕРІНІҢ ИЗОТЕРМИЯЛЫҚ ЕМЕС АҒЫНЫН ЕСЕПТЕУ**

**У.Қ. Жапбасбаев, З.К. Сәттінова**

Жазық құбырда BeO термопластикалық шликерінің изотермиялық емес қозғалысын зерттеу нәтижелері келтірілген. Шликердің кристалдануы ескеріле отырып, температура және жылдамдық өрістері алынған. Режимді параметрлерге байланысты Нуссельт критеріі және жылу ағыны тығыздығының өзгеру заңдылықтары анықталған.

## **INVESTIGATION OF NONISOTHERMAL MOTION OF DROSS BERYLLIUM OXIDE IN ROUND DRAW**

**U.K. Zhapbasbayev, Z.K. Sattinova**

The results of investigations of nonisothermal motion of thermoplastic dross of beryllium oxide in round draw plate are presented. Velocity and temperature fields with taking into account dross mass crystallization are received. Laws of change of thermal flow density and Nusselt criterion depending on regime parameters are defined.