

## Чечин Л.М.<sup>1,2</sup>, Курманов Е.Б.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова, Казахстан, г. Алматы

<sup>2</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы, e-mail: ergaly\_90@mail.ru

### О НОВОМ НАПРАВЛЕНИИ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ЛИНЗИРОВАНИЯ

В данной работе дается краткий обзор состояния проблемы гравитационного линзирования. Данное исследование, как показывает анализ литературы, можно разделить на три части. Первая – изучает гравитационные линзы в пределах солнечной системы; вторая – гравитационные линзы в масштабах галактик и их скоплений; третья – исследование гравитационных линз в масштабе Вселенной.

Мы отмечаем, что дальнейшее исследование гравитационного линзирования в масштабе галактик и их скоплений следует рассматривать и с учетом наличия гало темной материи, включая его нестационарный характер.

**Ключевые слова:** гравитационные линзы, темная материя, гало темная материя.

Chechin L.M.<sup>1,2</sup>, Kurmanov E.B.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Fesenkov Astrophysical Institute, Kazakhstan, Almaty

<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan, Almaty, e-mail: ergaly\_90@mail.ru

### On the new direction in the theory of gravitational lensing

In this paper provides a brief overview of the state of the gravitational lensing problem. Its research, as the analysis of the literature shows, can be divided into three parts. The first is studying gravitational lenses within the solar system, the second is gravitational lenses on the scales of galaxies and their clusters, the third is the study of gravitational lenses on the scales of the Universe.

We note that further study of gravitational lensing on the scales of galaxies and their clusters should be considered taking into account the presence of dark matter halo, including its non-stationary nature.

**Key words:** gravitational lenses, dark matter, dark matter halo.

Чечин Л.М.<sup>1,2</sup>, Құрманов Е.Б.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>В.Г. Фесенков атындағы астрофизика институты, Қазақстан, Алматы қ.

<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан, Алматы қ., e-mail: ergaly\_90@mail.ru

### Гравитациялық линзалар теориясындағы жаңа бағыт туралы

Бұл жұмыста гравитациялық линзалар мәселесі күйіне қысқаша шолу жасалынады. Оны зерттеу, әдебиеттерді талдау көрсетіп отырғандай, үш бөлікке бөлуге болады. Біріншісі – гравитациялық линзаларды күн жүйесі шегінде зерттеу, екіншісі – гравитациялық линзаларды галактикалар мен олардың шоғырлануындағы масштабтарда зерттеу, үшіншісі – гравитациялық линзаларды Әлемнің масштабтарында зерттеу.

Гравитациялық линзаларды галактикалармен және олардың шоғырлануындағы масштабтарында одан әрі зерттеу үшін қараңғы материяның галосы мен оның стационар еместігін ескере отырып қарастыру керек.

**Түйін сөздер:** гравитациялық линзалар, қараңғы материя, қараңғы материяның галосы.

## Введение

После создания ОТО возникли вопросы по ее экспериментальной проверке. Классическими экспериментами являются смещение частоты в гравитационном поле, смещение перигелия Меркурия в гравитационном поле Солнца, а также отклонение лучей света в центрально-симметричном гравитационном поле (поле Шварцшильда) [1]. Этот эффект стал началом исследований по гравитационным линзам, включающие как слабое, так и сильное линзирование. Семейство гравитационных линз было расширено до вращающихся тел, заряженных тел, до нескольких тел и т.д.

Важный этап в изучении гравитационных линз был связан с новыми представлениями о материальной структуре Вселенной. К числу новых субстанций во Вселенной, относится темная энергия и темная материя. Темная энергия в космологии – гипотетическая форма энергии, имеющая отрицательное давление и равномерно заполняющая все пространство Вселенной. Она не собирается в сгустки. Согласно ОТО, гравитация зависит не только от массы, но и от давления, причем отрицательное давление должно породить отталкивание, антигравитацию [2].

Другой актуальной проблемой современной космологии, как отмечено выше, является темная материя. Астрономические наблюдения показывают, что темная материя в основном концентрируется вокруг крупномасштабных космических объектов типа галактик и их кластеров.

В начале прошлого века астрономы установили, что некоторые звезды и галактики ведут себя иначе, чем предсказывала теория.

Вращение более отдаленных частей галактик не поддалось законам небесной механики. Это положило начало поискам новой, скрытой массы, которую впоследствии назвали темной материей.

Основные проявления темной материи – необычно большие отношения масса – светимость в группах и скоплениях галактик, плоские кривые вращения на периферии дисковых галактик и избыточное гравитационное линзирование объектов заднего фона на скоплениях галактик [3].

Существует несколько способов измерения гравитационного поля в скоплениях галактик, один из которых – гравитационное линзирование.

Распределение темной материи наблюдают по сильному и слабому гравитационному линзированию – появлению множественных изображений галактик и искажению их формы. Одной из первых книг, в которой дается изложение физики гравитационных линз, является монография [4]. К числу недавних статей посвященных гравитационному линзированию относятся, например, следующие работы.

В работе [5] в метрике Фрийдмана-Робертсона-Уокера была вычислена слабая картина линзирования, возникающая из крупномасштабной структуры для произвольной  $\Omega_0$  и нулевой космологической константы  $\Lambda$ . Для данной космологической модели заданной  $\Omega_0$  и спектр мощности флуктуаций плотности, автором вычислены статистические свойства поля поляризации для произвольного распределения красного смещения источника в простой замкнутой форме.

$$\begin{aligned} \sigma_p^2(0) &= C_{pp} \approx 36\pi^2 \left[ 2 \left[ 1 - (1+z)^{-1/2} \right] \right]^3 \Omega_0^2 \left( \frac{1+z}{1+\Omega_{0z}} \right)^2 \int_0^\infty dk k P(k) \quad \text{для } z \leq 1, \\ \sigma_p^2(0) &= C_{pp} \approx 36\pi^2 z^3 (1+2(1-\Omega_0)z) \Omega_0^2 \int_0^\infty dk k P(k) \quad \text{для } z \ll 1 \\ C(\Omega_0, z) &\approx \Omega(\Omega_0, z) = \frac{\Omega_0 + \Omega_0 z}{1 + \Omega_0 z} \\ Q(\varpi) &= \frac{1}{2} \int_0^\infty d\theta \theta C_{pp}(\theta) J(\varpi\theta) = 18\pi\Omega_0^2 \int_0^{2/\Omega_0} dx \theta f^2 \omega^2(2) P(\varpi/x) \\ \frac{Q(\varpi)}{\varpi} &= \frac{9\Omega_0^2}{8\pi G^2} \int_{\frac{\varpi\Omega_0}{2}}^\infty dk f(\varpi/k) \omega^2(\varpi/k) P_\Phi(k) k^2 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z$  – красное смещение,  $C$  – коррекция кривизны,  $C_{pp}$  – корреляционная функция,  $Q(\varpi)$  – спектр мощности поляризационных флуктуаций. (1) показывает, что вклад в спектр мощности поляризационных флуктуаций при обратном угле  $\varpi$  от структуры на расстоянии  $x$  исходит из спектра мощности флуктуации

$$x'(\bar{\theta}) = \int_0^{\chi_s} d\chi (\chi_s - \chi) = \left( \frac{U_N^J}{c^2} + \frac{V_N^J}{c^2} \right) + \frac{2}{c^4} (U_p + V_p)^J + \frac{(U_N + V_N)^{J,J}}{c^4} \int_0^{\chi} (\chi - \chi') [U_N^{J,J} + V_N^{J,J}] d\chi' + \frac{B_3^J}{c^3} + \frac{\alpha \dot{B}^J}{c^4} + \frac{h_{33}^{J,J}}{2c^4} \quad (2)$$

(2) уравнение является основным результатом данной работы. Он содержит все термины, которые требуется для полного описания угла отклонения слабой линзы до порядка  $c^{-4}$  на нелинейных шкалах.

В работе [7] рассмотрен изгиб света в более общем случае гравитирующего объекта на космологическом фоне с переменной скоростью расширения  $H(t)$ . Сохранив значения расстояний от наблюдателя до объекта линзирования и до фиксированного источника, авторы построили зависимость угла изгиба, измеренного двумя различными наборами наблюдателей в этом пространстве-времени, от скорости изменения  $H(t)$ :

$$H(t) = H_0 + A(t - t_0) \quad (3)$$

$$\theta_M = \sqrt{\left( 1 - \frac{2m}{r_L} - H_0^2 r_L^2 \right)} \frac{4mr_{SL}}{r_L r_S} \quad (4)$$

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4mr_{SL}}{r_L r_S}} \quad (5)$$

где  $r_S = r_{SL} + r_L$ ,  $r_{SL}$  – расстояние от источника до объекта,  $r_L$  – расстояние от наблюдателя до объекта,  $H(t)$  – параметр Хаббла.

А в [8] показаны результаты приближения тонкой линзы на основе модифицированного профиля плотности Наварро-Френка-Уайта на фоне метрики Фридмана-Робертсона-Уокера.

плотности при волновых числах больше чем  $\varpi/x$ . В [6] исследуется слабое космологическое линзирование в нелинейных масштабах. Авторами рассчитан полный угол отклонения слабой линзы вплоть до порядка  $c^{-4}$ . Получен полный набор уравнений для вычисления всех возможных членов линзирования.

Однако, приближение тонкой линзы, основанное на нормальном профиле Наварро-Френка-Уайта, отличается от точного релятивистского расчета.

Угол отклонения для профиля плотности НФУ:

$$\hat{\alpha} = \frac{4M_{\text{sing}}}{xR_S} + 16\pi\rho_b\delta_c \frac{R_s^2}{x} \left( \log \frac{x}{2} + F(x) \right) \quad (6)$$

где

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\arctan h(\sqrt{1-x^2})}{(\sqrt{1-x^2})}, & x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ \frac{\arctan(\sqrt{x^2-1})}{(\sqrt{x^2-1})}, & x > 1 \end{cases} \quad (7)$$

А

$$\rho(R, t_1) = \rho_b(t_1) \left[ \left( \delta_1 e^{-\left(\frac{R}{R_0}\right)^2} - b_1 \right) e^{-\left(\frac{R}{R_0}\right)^2} + 1 \right],$$

$$\rho(R, t_2) = (\rho_{NFW} - b_2 \rho_b(t_2)) e^{-\left(\frac{R}{R_0}\right)^2} + \rho_b(t_2), \quad (8)$$

$$\rho_{NFW} = \rho_b(t_2) \frac{\delta_c}{\left(\frac{R}{R_s}\right) \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}.$$

### Барионные гравитационные линзы

Эффект гравитационной линзы был предсказан А. Эйнштейном, который в рамках общей теории относительности впервые правильно вычислил угол отклонения луча света в гравитационном поле [9, 10]. Закон об отклонении луча света в гравитационном поле:

$$\theta = \frac{2GM}{c^2 R}, \quad (9)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная,  $c$  – скорость света,  $M$  и  $R$  – соответственно масса и радиус гравитационного шара. Одним из первых специалистов, кто исследовал гравитационные линзы был казахстанский астрофизик Г.А. Тихов [4].

Известно, что гравитационные линзы позволяют получить независимую от других методов исследований, оценку величины постоянной Хаббла, позволяет оценить массы гравитационных линз, большая часть которой излучает мало электромагнитной энергии для того, чтобы быть обнаруженной с помощью стандартных астрономических методов. С помощью этого метода можно восстановить распределение поверхностной плотности удаленных скоплений галактик.

Сейчас известно уже несколько надежных гравитационных линз. В основном это далекие квазары ULAS J1342+0928, ULAS J1120+0641 изображения которых размножены попадающими на луч зрения более близкими галактиками.

В конце 80-х годов стали наблюдаться гравитационные линзы на скоплениях галактик. При этом было обнаружено, что слабые голубые галактики, находящиеся за линзирующим скоплением, имеют вытянутые дугообразные формы. Изучая изображения этих галактик, искаженные скоплением, можно сделать вывод о распределении вещества в скоплении и о его полной массе. Когда в качестве линзы выступает целая галактика или скопление галактик, свет проходит сквозь саму линзу.

Исследование гравитационных линз дает важную информацию для обнаружения темной материи. Обзор современных представлений о составе и природе темной материи дан в недавних работах [11-24]. В этих статьях авторы также обсуждают различные способы прямого и косвенного детектирования темной материи. В них обосновывается, что подавляющая часть

темной материи имеет небарионную природу и практически не взаимодействует с барионной материей отличными от гравитации способами.

### О гравитационном линзировании в пространстве – времени – де Ситтера

Наша Вселенная, как показывают многочисленные исследования [25], обладает рядом глобальных внешних физических характеристик. К ним, в частности, относятся расширение Вселенной, ускоренное расширение Вселенной и вращение Вселенной. Эти свойства Вселенной можно объяснить на базе концепции космического вакуума [26]. Так что в качестве метрики пространства-времени Вселенной выберем метрику де Ситтера.

В дальнейшем будем считать, что свет распространяется в плоскости  $\theta = \pi/2$ , а само пространство – время приближенно является сферически – симметричным, так что можно считать  $\varphi = 0$ . При этих условиях метрика де Ситтера приобретает следующий вид:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2M}{r} + \frac{\Lambda r^2}{3}\right) dr^2 + \left(-1 + \frac{2M}{r} + \frac{\Lambda r^2}{3}\right) dt^2. \quad (10)$$

где  $M$  – масса галактики или их скопления.

Используя метод, изложенный в работах [27-28], можно показать, что ей соответствует показатель преломления гравитационного поля:

$$n \approx 1 + \frac{2M}{r} + \frac{\Lambda r^2}{3}. \quad (11)$$

Отсюда легко вычислить угол отклонения лучей света. Он имеет вид:

$$\theta \approx \frac{4M}{p} + \frac{2\Lambda p^2}{3}, \quad (12)$$

в котором выписаны слагаемые, обусловленные массой гравитирующего объекта и космологическим  $\Lambda$  – членом.

Для дальнейшего обсуждения выберем следующие скопления в сверхскоплении Девы:

**Таблица 1** – Радиус, масса скопления галактик

Название	$r \cdot 10^{25} \text{ см}$	$m \cdot 10^{49} \text{ }_2$
Скопление NGC 7582	9.00	1.20
Скопление NGC 5033	7.20	1.00
Скопление NGC 2997	14.40	5.00
Скопление NGC 1023	17.10	6.00
Скопление Девы III	6.30	0.80
Скопление Дракона	12.00	1.55
Скопление Золотой Рыбы	16.00	5.50

Опираясь на значения этих параметров и оценим их наибольшие вклады в показатель величину космологического члена  $\Lambda = 10^{-56} \text{ см}^{-2}$ , преломления (12).

**Таблица 2** – Вклады – показатель преломления скопления галактик

Название	$(2M/r) \cdot 10^{-5}$	$(\Lambda r^2/3) \cdot 10^{-5}$
Скопление NGC 7582	1.97	2.70
Скопление NGC 5033	2.05	1.73
Скопление NGC 2997	5.14	6.91
Скопление NGC 1023	5.19	9.75
Скопление Девы III	1.88	1.32
Скопление Дракона	1.85	4.80
Скопление Золотой Рыбы	5.08	8.53

Поэтому углы отклонения лучей света будут соответственно равны:

**Таблица 3** – Показатель преломления скопления галактик и угол отклонения лучей света

Название	$n \cdot 10^{-5}$	$\theta$
Скопление NGC 7582	4.67	9.34"
Скопление NGC 5033	3.78	7.56"
Скопление NGC 2997	12.05	24.10"
Скопление NGC 1023	14.94	29.88"
Скопление Девы III	3.20	6.40"
Скопление Дракона	6.65	13.30"
Скопление Золотой Рыбы	13.61	27.22"

### Заключение

В работе дается обзор некоторых теоретических исследований гравитационного линзирования, включая результаты отечественных исследований. При этом была подчеркнута тенденция исследования гравитационного линзирования с учетом вероятной нестационарности параметра Хаббла. Умнообразие этих работ позволяет думать о целесообразности рассмотрения

временной переменности и других космологических параметров в теории гравитационного линзирования. В частности, речь может идти о нестационарности гало темной материи. Необходимость такого рассмотрения обусловлена тем, что масса гало галактики составляет ее большую часть (порядка 90 % всей ее массы). Целью наших исследований является формирование теории гравитационного линзирования при заданной (новой) нестационарности темной материи.

### Литература

- 1 Byrd Gene G., Chernin Arthur D., Valtonen Mauri *Cosmology: Foundations and Frontiers* . – 2007. – 488 p.
- 2 Сажин М.В. *Современная космология*. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 240 с.
- 3 www.astronet.ru
- 4 Блюх П.В., Минаков А.А. *Гравитационные линзы*. – Киев: Наука, 1989. – 41 с.
- 5 Villumsen, Jens Verner *Weak lensing by large-scale structure in open, flat and closed universes // Monthly Notices of Royal Astronomical Society*. – 1996. – Vol.281. – Iss. 2 P.369–83, 9.
- 6 Thomas D.B., Bruni M., Wands D. *Relativistic weak lensing from a fully non-linear cosmological density field. //Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – 2015. – Sep 8. –2015(9). – P.021.
- 7 Mir Emad Aghili, Brett Bolen, Luca Bombelli *Effect of accelerated global expansion on the bending of light // General Relativity and Gravitation*. – 2014. – Vol.49(1).
- 8 Mood M. Parsi, Firouzjaee Javad T., Mansouri Reza *Gravitational lensing by a structure in a cosmological background // Physical Review D*. – 2013. – Vol. 88(8).
- 9 Захаров А. Ф. *Гравитационные линзы и микролинзы*. – М.: Янус-К, 1997. – 328 с.
- 10 Блюх П.В., Минаков А.А. *Гравитационные линзы*. – М.: Знание, 1990. – 64 с.
- 11 Schaf Jacob, // *J. Modern Phys*. – 2015. – Vol. 6. – P. 224 -238
- 12 Cheung C., Sanford D. // *Journal of Cosmology and Astroparticle Phys*. – 2014. – Vol.02. id. 011.
- 13 Jennifer M. Gaskins *A review of indirect searches for particle dark matter // Contemporary Physics*. – 2016. – P.32.
- 14 Antonov A. A. *Nature of Dark Matter and Dark Energy // Journal of Modern Physics*. – 2017. – Vol. 8. – P. 567-582.
- 15 Marrodan Undagoitia Teresa, Rauch Ludwig *Dark matter direct-detection experiments // J. Phys. G43*. – 2016. – №.1.
- 16 Michael Klasen, Martin Pohl, Günter Sigl *Indirect and direct search for dark matter // Progress in Particle and Nuclear Physics*. – 2015. – P. 74.
- 17 Auguste Meessen *Astrophysics and Dark Matter Theory // Journal of Modern Physics*. – 2017. – Vol.8. – № 2.
- 18 Gianfranco Bertone, Dan Hooper *A History of Dark Matter ev. // Mod. Phys*. 90. – 2018.
- 19 Xiao-Jun Bi, Peng-Fei Yin, Qiang Yuan *Status of dark matter detection // Front. Phys*. – 2013. – Vol. 8(6). – P. 794–827.
- 20 C. Jess Riedel *Direct Detection of Classically Undetectable Dark Matter through Quantum Decoherence // Phys. Rev. D 88*. – 2013.
- 21 Baudis Laura *Dark matter searches //Annalen der Physik*. – 2015. – Vol. 528. – Iss. 1-2. – P. –74-83.
- 22 Grijalva-Castillo, Sergio Calcano-Roldan *Gravitational Lensing by Dark Matter Halos // APS March Meeting*. – 2018. – abstract id.G60.010.
- 23 Nunez Darío *Discussion on dark matter nature // AIP Conference Proceedings*. – 2014. – Vol. – 1577. – Iss. 1. – P. 208-212.
- 24 Mayet F., Green A.M., JBattat. B.R., Billard J., Bozorgnia N., Gelmini G.B., Gondolo P., Kavanagh B.J., Le S.K.E, Loomba D., Monroe J., Morgan B., O'Hare C.A J., Peter A.H.G., Phan N.S., Vensen S.E. *Indirect and direct search for dark matter // Physics Reports*. – 2016. –Iss. 1.
- 25 Chechin L.M. *The Universe Evolution – Global Astrophysical Properties in The Universe Evolution – Astrophysical and Nuclear Aspects // Nova Science Publishers*. – 2013. – p. 429-470.
- 26 Чечин Л.М. *Космический вакуум и вращение галактик // Астрономический журнал*. – 2010. – Т. 87. – №8. – С. 784-789.
- 27 Иваницкая О.С. *Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновой теории тяготения*. – М.: «Наука и техника», 1979. – С. 14-18.
- 28 Чечин Л.М., Авхунбаева Г.М. *Двухкомпонентная гравитационная линза // Известия ВУЗов. Физика*. – 2013. – Т. 56. – С. 30-35.

### References

- 1 Byrd Gene G., Chernini Arthur D. and Valtonen Mauri *Cosmology: Foundations and Frontiers*, 2007, 488 p.
- 2 Sazhin M.V. *Sovremennaja kosmologija*, (Moscow: Editorial URSS, 2002), 240 (in Russ)
- 3 www.astronet.ru
- 4 P.V. Blioh and A.A. Minakov *Gravitacionnye linzy*, (Kiev: Nauka, 1989), 41. (in Russ)
- 5 Villumsen Jens Verner, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Soc.*B28, 369–83, (1996).
- 6 D.B. Thomas, M. Bruni and D. Wands *J. of Cosmology and Astroparticle Phys*. 2015(9). 021 (2015).
- 7 Mir Emad Aghili, Brett Bolen and Luca Bombelli *General Relativity and Gravitation*, B49(1) (2014).
- 8 Mood M. Parsi, Firouzjaee Javad T. and Mansouri Reza *Physical Review D*., B.88(8), (2013).
- 9 A.F. Zaharov *Gravitacionnye linzy i mikrolinzy* (Moskva: Janus-K, 1997), 328. (in Russ)
- 10 P.V. Blioh and A.A. Minakov *Gravitacionnye linzy* (Moskva: Znanie,1990), 64. (in Russ)
- 11 Schaf Jacob, *J. Modern Phys.*, B 6., P. 224 -238 (2015).
- 12 C. Cheung and D. Sanford, *J. of Cosmology and Astroparticle Phys*. B 02, (2014).
- 13 M. Jennifer Gaskins *Contemporary Phys*. P.32, (2016).
- 14 A.A. Antonov, *J. of Modern Phys.*, B8., 567-582 (2017).
- 15 Marrodan Undagoitia Teresa, *J. Phys. G43.*, 1, (2016).
- 16 Michael Klasen, Martin Pohl and Günter Sigl, *Progress in Particle and Nuclear Phys*. 74, (2015).
- 17 Auguste Meessen, *J. of Modern Phys*. B.8, 2 (2017)

- 18 Gianfranco Bertone and Dan Hooper, *Mod. Phys.* 90. (2018).
- 19 Xiao-Jun Bi, Peng-Fei Yin and Qiang Yuan, *Front. Phys. B.* 8(6), 794–827, (2013).
- 20 C. Jess Riedel, *Phys. Rev. D* 88 (2013).
- 21 Baudis *Annalen der Physik. B.* 528, 1-2, 74-83 (2015).
- 22 Grijalva-Castillo and Sergio Calcano-Roldan, *APS March Meeting. 2018*, abstract id.G60.010.
- 23 Nunez Darío, *AIP Conference Proceedings. B.* 1577, 1, 208-212 (2014).
- 24 F. Mayet, A.M. Green, J.B.R. Battat, J. Billard, N. Bozorgnia, G. B. Gelmini, P. Gondolo, B. J. Kavanagh, S. K. Lee, D. Loomba, J. Monroe, B. Morgan, C. A. J. O'Hare, A. H. G. Peter, N. S. Phan and S. E. Vensen, *Phys. Reports.* (2016).
- 25 L.M. Chechin, *Nova Science Publishers*, 429-470 (2013).
- 26 L.M. Chechin, *Astronomicheskij zhurnal.* 8, 784-789 (2010). (in Russ)
- 27 O.S. Ivanickaja, *Lorencev bazis i gravitacionnye jeffekty v jejshtejnovoј teorii tјagotenija*, (Nauka i tehnika, 1979), 14-18. (in Russ)
- 28 L.M. Chechin and G.M. Avhunbaeva, *Izvestie VUZov*, 30-35 (2013). (in Russ)