

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

ПСЕВДОПОТЕНЦИАЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛАЗМЕ

Т.С. Рамазанов, Ж.А. Молдабеков, К.Н. Джумагулова
НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы

В этой статье рассматриваются эффективные потенциалы взаимодействия в комплексной пылевой плазме. Исследуются взаимодействия электронов с атомами и взаимодействия пылинок по методу функции диэлектрического отклика. При выводе эффективного потенциала взаимодействия электронов с атомами были учтены квантовые эффекты дифракции. На кривой потенциала взаимодействия пылинок при определенных условиях были замечены осцилляции.

Введение

В настоящее время проводятся активные исследования плазмы сложного состава в лабораторных условиях. Исследования комплексной плазмы в практических целях стали особенно актуальны после открытия пылевых структур в установках по плазменному напылению, поскольку такие структуры оказывали негативное влияние на качество напыляемых образцов. Позже стало известно, что комплексная плазма широко распространена в межзвездном пространстве.

Квантовые эффекты в комплексной плазме газового разряда не играют большую роль, однако существенны в космической плазме. Поэтому актуально исследование, как в классическом, так и в квазиклассическом приближении. Тот или иной подход должен быть отражен в потенциале взаимодействия частиц. Для классической плазмы важен учет экранирования на больших расстояниях, в то время как в квазиклассическом приближении учитываются эффекты дифракции на малых межчастичных расстояниях, что снимает сингулярность взаимодействия.

В большинстве экспериментов по исследованию комплексной плазмы пылевая компонента является сильно неидеальной, а плазменное окружение (буферная плазма), напротив, слабо неидеальной. Последнее оправдывает использование метода теории линейного диэлектрического отклика для нахождения потенциала взаимодействия. Потенциалы взаимодействия электронов, ионов и атомов в широком диапазоне температуры и концентрации в классическом и квазиклассическом приближении рассмотрены в работах [1],[2],[3].

Безразмерные параметры

Рассматривается плазма сложного состава, состоящая из электронов, ионов, атомов и пылевых частиц. Среднее расстояние между пылевыми частицами определяется через их концентрацию:

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}$$

Параметр связи определяется как отношение энергии взаимодействия к энергии теплового движения:

$$\Gamma = (Ze)^2 / (ak_B T),$$

где Z зарядовое число, T температура плазмы и k_B постоянная Больцмана. Параметр плотности: $r_s = a / a_B$, где $a_B = \hbar^2 / (me^2)$ радиус Бора.

Степень вырождения определяется через энергию Ферми:

$$\Theta = \frac{k_B T}{E_F} = 2 \left(\frac{2}{9\pi} \right)^{2/3} Z^{5/3} \frac{r_s}{\Gamma},$$

где E_F энергия Ферми электронов.

Псевдопотенциал взаимодействия электрон - атом

У нейтрального атома при взаимодействии со свободным электроном поляризуется внешне электронное облако. На дальних расстояниях потенциал взаимодействия изолированного атома с электроном дается формулой:

$$\varphi_0 = -\frac{e^2 \alpha}{2r^4} \quad (1)$$

Сингулярность на малом расстоянии снимается при учете конечности размеров атома. При этом вводится радиус обрезания:

$$\varphi_0 = -\frac{e^2 \alpha}{2(r^2 + r_B^2)^2}, \quad (2)$$

где $r_B^4 = \frac{\alpha a_B}{2}$, $a_B = \hbar^2 / (me^2)$ радиус Бора.

Известно, что в плазме любое электростатическое взаимодействие экранируется на больших расстояниях. В статье [4] приводится полуэмпирический потенциал для учета экранирования:

$$\Phi = -\frac{e^2 \alpha}{2(r^2 + r_B^2)^2} \left(-\frac{2r}{r_D} \right) \left(1 + \frac{r}{r_D} \right)^2, \quad (3)$$

где $r_D = \sqrt{kT_e / 4\pi n_e e^2}$ радиус Дебая электронов. В работе [5] найден эффективный потенциал взаимодействия с учетом эффектов экранировки и дифракции:

$$\Phi = -\frac{e^2 \alpha}{2r^4 (1 - 4\tilde{\lambda}^2 / r_D^2)} \left(e^{-Br} (1 + Br) - e^{-Ar} (1 + Ar) \right)^2, \quad (4)$$

где $\tilde{\lambda}$ длина волны частиц,

$$A^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}^2} \left(1 + \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}^2 / r_D^2} \right),$$

$$B^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}^2} \left(1 - \sqrt{1 - 4\tilde{\lambda}^2 / r_D^2} \right).$$

Мы найдем псевдопотенциал взаимодействия в приближении случайных фаз на основе микрopotенциала (1). Из теории линейного отклика известно, что Фурье образ псевдопотенциала находится из соотношения:

$$\tilde{\Phi}(q) = \frac{\tilde{\varphi}(q)}{\varepsilon(q)}, \quad (5)$$

где $\varepsilon(q)$ диэлектрическая проницаемость плазмы, $\tilde{\varphi}(q)$ Фурье образ микро потенциала. Фурье образ вычисляется по формуле:

$$\tilde{\varphi}(q) = \frac{4\pi}{q} \int_0^{\infty} r \varphi(r) \sin(qr) dr \quad (6)$$

Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(q)$ в приближении случайных фаз выражается как:

$$\varepsilon(q) = 1 + \sum_{\alpha} n_{\alpha} \tilde{\varphi}(q) / k_B T \quad (7)$$

Фурье образ микро потенциала (2), найденный по формуле (6):

$$\tilde{\varphi}(q) = -\frac{\pi^2 e^2 \alpha}{2r_B} \exp(-qr_B) \quad (8)$$

В случае кулоновского взаимодействия в классическом пределе для диэлектрической функции получается:

$$\varepsilon(q) = \frac{q^2 + k_D^2}{k_D^2}, \quad (9)$$

где $k_D^2 = (4\pi n e^2) / (k_B T) = 1 / r_D^2$. Из формулы (5), используя (8),(9) находим:

$$\Phi = -\frac{e^2 \alpha}{2(r^2 + r_B^2)^2} + \frac{e^2 \alpha}{4r_B r_D^2} \frac{iG(r)}{r}$$

где $G(r) = e^{-ir_B/r_D} (Ei((r + ir_B)/r_D) - Ei(-(r - ir_B)/r_D)) + e^{ir_B/r_D} (Ei(-(r + ir_B)/r_D) - Ei((r - ir_B)/r_D))$,

$Ei(z) = -\Gamma(0, ze^{-z}) = -\int_z^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$ - интегральная показательная функция.

Если разложить спецфункции в ряд и оставить только члены до третьего порядка малости, получим:

$$\Phi = -\frac{e^2 \alpha}{2(r^2 + r_B^2)^2} + \frac{e^2 \alpha \cos(r_B / r_D)}{4r_B r_D^2} \frac{[\pi / 2 - \arctg(r_B / r)]}{r}, \quad (10)$$

где $r_D > r_B$. Первый член в правой части (10) равен микропотенциалу (2), а второй член описывает экранировку на больших расстояниях и стремится к нулю на малых.

При выборе в качестве микропотенциала взаимодействия электронов потенциал Дойча $\phi = e^2 \exp[-\lambda / r] / r$ в квазиклассическом пределе для диэлектрической функции получим:

$$\varepsilon(q) = \frac{k^2(k^2 + 1/\lambda^2) + k_D^2/\lambda^2}{k^2(k^2 + 1/\lambda^2)} \quad (11)$$

Из формулы (5), используя (8),(11) и проведя расчеты аналогичные для определения (10), находим:

$$\Phi = -\frac{e^2\alpha}{2(r^2 + r_B^2)^2} + \frac{e^2\alpha(\cos(r_B C_2) - \cos(r_B C_1))[\pi/2 - \text{arctg}(r_B/r)]}{4r_B r_D^2 \sqrt{1 - 4\lambda^2/r_D^2} r}, \quad (12)$$

где:

$$C_1^2 = \left(1 + \sqrt{1 - 4\lambda^2/r_D^2}\right)/(2\lambda^2), \quad (13)$$

$$C_2^2 = \left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda^2/r_D^2}\right)/(2\lambda^2),$$

где $r_D > r_B$. Второе слагаемое в (12) описывает эффекты экранировки на больших расстояниях и дифракции на малых.

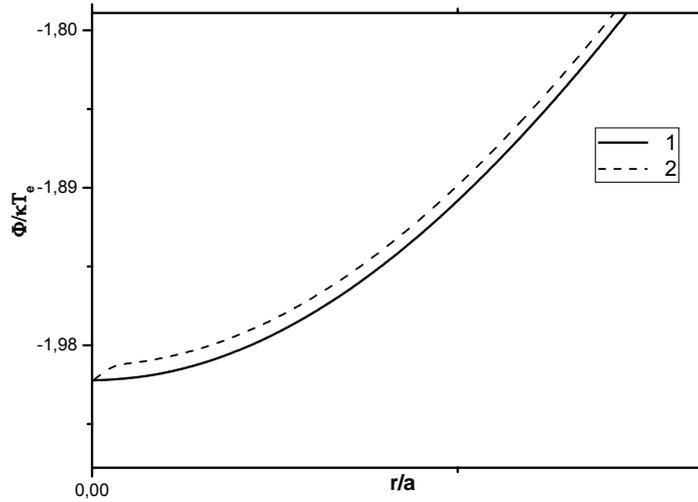


Рис. 1. Потенциал взаимодействия атома с электроном
1- микропотенциал (2), 2- эффективный потенциал (10). $\Gamma = 0.2, r_s = 10$

На рисунке 1 показан микропотенциал (2) и эффективный потенциал (10) при $\Gamma = 0.2, r_s = 10$ для атома водорода с $\alpha = 4.5a_B^3$, откуда видно, что потенциал (10) лежит выше потенциала (2), что обусловлено эффектом экранировки. На рисунке 2 приведены графики для потенциалов (2), (10), (12) при $\Gamma = 1, r_s = 10$. На больших расстояниях потенциалы (10) и (12) совпадают, а на малых кривая (12) проходит выше кривой (10) за счет эффектов дифракции. Потенциалы (2), (10), (12) совпадают при $r = 0$. Здесь приближенно полагалось, что α постоянна на любом расстоянии.

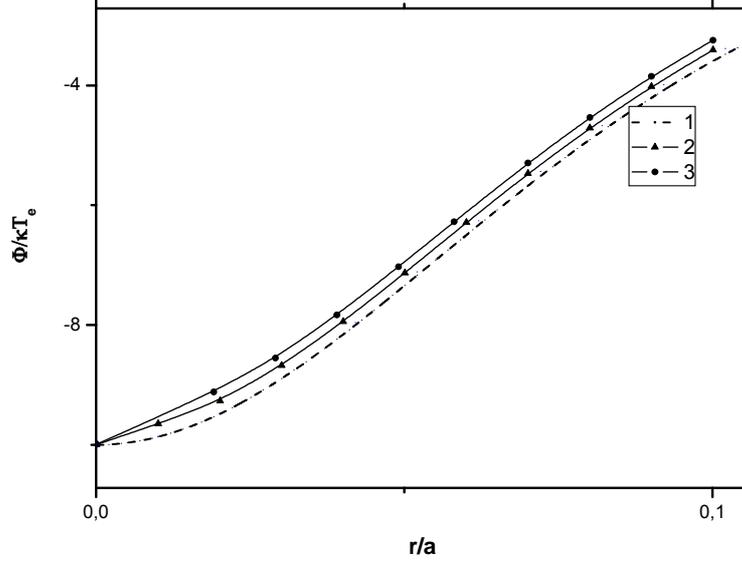


Рис. 2. Потенциал взаимодействия атома с электроном
1-микрopotенциал (2), 2- эффективный потенциал (10), 3- эффективный потенциал (12).
 $\Gamma = 1, r_s = 10$

Потенциал взаимодействия заряженных частиц плазмы обладающих дипольным моментом

Рассмотрим систему зарядов: пылевая частица, ионное облако, находящегося во внешнем поле второй пылевой частицы. Предположим, что поле по отношению к системе пылевая частица и облако ионов, квазиоднородно. Тогда полную потенциальную энергию системы можно разложить в ряд [6]:

$$U = U_0 + U_1 + \dots$$

Здесь
$$U_0 = \varphi_0 \sum eZ = \frac{e^2 Z^2}{R} - \frac{\vec{d}_1 \vec{n}}{R^2} eZ, \quad (14)$$

$$U_1 = -\vec{d}_2 \vec{E}_0 = \frac{eZ}{R^2} \vec{n} \vec{d}_2 + \frac{\vec{d}_1 \vec{d}_2 - 3(\vec{n} \vec{d}_1) \vec{n} \vec{d}_2}{R^3}, \quad (15)$$

\vec{d}_1, \vec{d}_2 - дипольные моменты частиц, при условии $\frac{2d^2}{R^3} \ll 1$ получим следующее выражение:

$$U \approx \frac{e^2 Z^2}{R} + \frac{eZ}{R^2} (\vec{d}_2 - \vec{d}_1) \vec{n}. \quad (16)$$

Обозначим $\vec{n} \Delta \vec{d} = m_{ij}$, основываясь на этом, возьмем в качестве микро потенциала взаимодействия пылевых частиц:

$$\varphi = \frac{eZ}{R} \left(eZ + \frac{m_{ij}}{R} \right). \quad (17)$$

Его Фурье-образ имеет вид:

$$\tilde{\varphi} = \frac{4\pi e^2 Z}{k^2} - \frac{2\pi^2 e Z m_{ij}}{k}.$$

В качестве диэлектрической проницаемости берем :

$$\varepsilon = 1 + \frac{n_e}{k_B T} \tilde{\phi}_{ee} + \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\phi}_{de}. \quad (18)$$

Здесь $\tilde{\phi}_{ed}$ -Фурье образ микропотенциала взаимодействия электрон- пылевая частица:

$$\phi(r)_{ed} = \frac{e^2 Z}{r} - \frac{e \vec{d} \vec{n}}{r^2}, \quad \tilde{\phi}_{ed} = \frac{4\pi e^2 Z}{k^2} - \frac{2\pi^2 e p_i}{k},$$

где $p_i = \vec{d} \vec{n}$

Обозначая $\mu = \frac{k_B T}{2\pi^2 n_e e p_i}$, для Фурье образа эффективного экранированного потенциала находим :

$$\tilde{\Phi} = \frac{\tilde{\varphi}}{\varepsilon} = \frac{4\pi e^2 Z^2 + 2\pi^2 e Z m_{ij} k}{k^2 - k / \mu + Z / r_D^2},$$

В целях удобства определяем следующую функцию и коэффициенты :

$$h(ar) = \cos(ar)(\pi + Si(ar)) - Ci(ar)\sin(ar),$$

$$A = 2\pi^2 e^2 Z^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 - 4Z\mu^2 / r_D^2}} \right) + \frac{e Z m_{ij}}{\mu} \left(1 + \frac{1 - Z\mu^2 / r_D^2}{\sqrt{1 - 4Z\mu^2 / r_D^2}} \right), \quad (19)$$

$$B = 2\pi e^2 Z^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 - 4Z\mu^2 / r_D^2}} \right) + \frac{e Z m_{ij}}{\mu} \left(1 + \frac{1 - Z\mu^2 / r_D^2}{\sqrt{1 - 4Z\mu^2 / r_D^2}} \right),$$

$$K_{1/2} = \frac{1}{2} \left(1 / \mu \pm \sqrt{1 / \mu^2 - 4Z / r_D^2} \right),$$

Для потенциала взаимодействия получим:

$$\Phi = \frac{1}{r} [Ah(K_1 r) + Bh(K_2 r)] + \frac{e Z m_{ij}}{r^2}, \quad (20)$$

На рисунках 3,4 показаны графики $\Phi^* = \Phi / k_B T$ в зависимости от расстояния $R = r / r_{De}$ и μ , при различных знаках m_{ij}

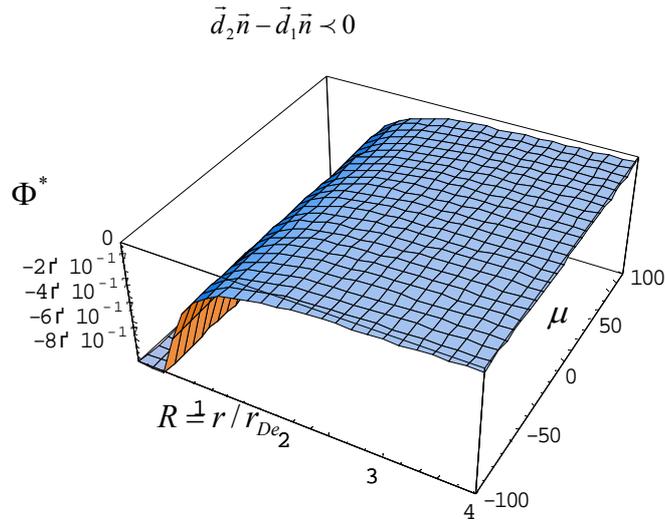


Рис. 3. График $\Phi^* = \Phi/k_B T$ по формуле (20) в зависимости от расстояния $R = r/r_{De}$ и параметра μ , при $m_{ij} < 0$.

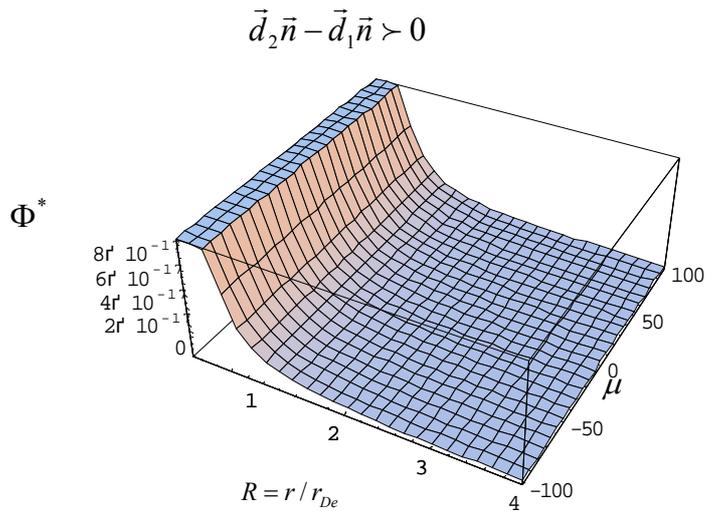


Рис. 4. График $\Phi^* = \Phi/k_B T$ в зависимости от расстояния $R = r/r_{De}$ и μ , при $m_{ij} > 0$

В случае, когда $m_{ij} < 0$ положительное облако ионов первой частицы и отрицательно заряженная вторая частица находятся по одну сторону, вследствие чего преобладает притяжение, в противном случае, когда $m_{ij} > 0$ преобладает отталкивание. Остается рассмотреть $m_{ij} = 0$. На рисунке 5 представлен график, из которого видно, что на кривой потенциала взаимодействия может иметь место осцилляция.

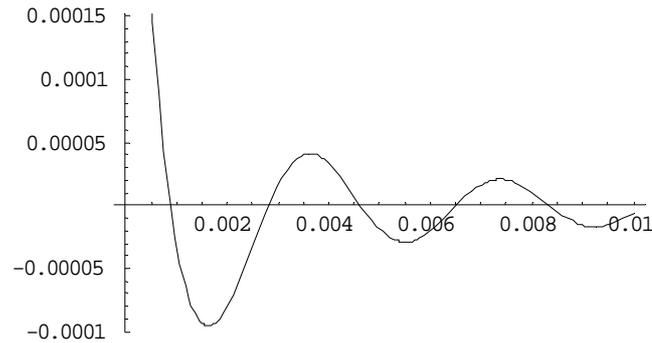


Рис.5. Зависимость $\Phi^* = \Phi/k_B T$ от расстояния $R = r/r_{De}$, при $m_{ij} = 0$

Выводы

В работе рассмотрены эффективные потенциалы взаимодействия частиц в комплексной плазме. Получены псевдопотенциалы взаимодействия электрон-атом в классическом и квазиклассическом приближениях. Было показано, что при учете эффектов дифракции эффективный потенциал взаимодействия совпадает с экранированным на больших расстояниях, но различается на малых.

Исследовано взаимодействие пылевых частиц в плазме и плазменно-пылевых структурах. Показано, что при определенных условиях возникает сила притяжения между пылевыми частицами. Осуществлен анализ характера взаимодействия при различных параметрах. Для всех расчетов использовался метод линейного диэлектрического отклика

Литература

1. Baimbetov F.B., Nurekenov Kh.T., Ramazanov T. S. // Phys. Letters A.–1995.-Vol. 198.
2. Baimbetov F.B., Bekenov M.A., Ramazanov T.S.// Phys.Rev. – 1994.- Vol. 50.- N8.
3. Ramazanov T.S. , Dzhumagulova K.N. // Physics of Plasmas. 9, 3758 (2002)
4. Redmer R. Phys.Rep. 282, 35 (1997)
5. Ramazanov T. S., Dzhumagulova K. N. and Omarbakiyeva Yu. A.// Phys. Plasmas. -2005. – Vol.12. –P. 0927002
6. Ландау Л.Д., Лифшиц У.М. Теория поля. Москва Физматлит (2003)

КОМПЛЕКСТІ ПЛАЗМАДАҒЫ ӘСЕРЛЕСУ ПСЕВДОПОТЕНЦИАЛДАРЫ

Т.С. Рамазанов, Ж.А. Молдабеков, Қ.Н. Жұмағұлова

Бұл мақалада комплексті плазмадағы эффективті әсерлесу потенциалдары қарастырылған. Диэлектрлік функция әдісімен атомның электронмен және тозаңды бөлшектердің әсерлесуі қарастырылған. Электронның атоммен әсерлесу псевдопотенциалын қорытқанда кванттық дифракция эффектісі ескерілген. Белгілі бір жағдайларда тозаңды бөлшектердің әсерлесу графигінде осциляциялар байқалады.

PSEUDOPOTENTIALS INTERACTION IN COMPLEX PLASMAS

T.S. Ramazanov, Zh.A. Moldabekov, K.N. Dzhumagulova

This article discusses the effective interaction potentials in a complex dusty plasma. The interaction of electrons with atoms and the interaction between dusty particles are studied by the method of the dielectric response function. In deriving of the effective interaction potential between electrons and atoms the quantum effects of diffraction were taken into account. On the curve of the interaction potential of dust particles under certain conditions, the oscillations were observed.