МРНТИ 29.05.41 https://doi.org/10.26577/RCPh-2019-i3-1

Джунушалиев В.Д.[1,2], Фоломеев В.[3], Нуртаева Г.К.[1,2*], Серикболова А.А.[1,2], Ким С.В.[4]

[1]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы
[2]НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы
[3]Институт физики им. Ж.Жеенбаева НАН Кыргызской Республики, Кыргызстан, г. Бишкек
[4]Ewha Womans University, Корея, г. Сеул.
[*]e-mail: nurtayevagalyia2017@gmail.com

D-БРАНЫ С КОРАЗМЕРНОСТЬЮ 1 В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ГРАВИТАЦИЯХ

Модифицированные теории гравитации являются одной из конкурирующих моделей для объяснения современного ускоренного расширения Вселенной. Эти теории являются, по-видимому, простейшим геометрическим обобщением общей теории относительности. Они основаны на замене лагранжиана Эйнштейна-Гильберта R на произвольную функцию от скалярной кривизны $f(R)$. С математической точки зрения, полевые уравнения, получаемые варьированием модифицированного действия по метрике, имеют более богатую структуру возможных решений, что и позволяет применять их для получения новых физических результатов. В данной статье получены вакуумные плоско-симметричные решения в многомерных модифицированных теориях гравитации типа $f(R) = -\alpha R^n$, которые можно рассматривать как thick branes с коразмерностью $=1$ в *N*-мерном пространстве-времени. Эти решения определяются четырьмя параметрами. Численно исследованы зависимости полученных решений от этих параметров. Показано, что в некоторых случаях, при стремлении соответствующего параметра к бесконечности, имеется насыщение. Показано, что асимптотическое поведение всех решений является антидеситтеровским.

Ключевые слова: модифицированные теории гравитации, теория струн, густая брана.

Dzhunushaliev V.[1,2], Folomeev V.[3], Nurtayeva G.K.[1,2*], Serikbolova A.A.[1,2], Kim Sung-Won[4]

[1]Al-Farabi Kazakh National University,
[2]IETP, Kazakhstan, Almaty
[3]Zh.Zheenbayev physics institute of the NAS of the Kyrgyz Republic, Kyrgyzstan, Bishkek
[4]Ewha Womans University, Korea, Seoul
[*]e-mail: nurtayevagalyia2017@gmail.com

D-brane with codimension 1 in modified gravity

Modified gravity theories are one of the competing models for explaining the modern accelerated expansion of the universe. These theories are, apparently, the simplest geometric generalization of the general theory of relativity. They are based on replacing the Einstein-Hilbert Lagrangian *R* by an arbitrary function of the scalar curvature *f*(*R*). From a mathematical point of view, the field equations obtained by varying the modified action in the metric have a richer structure of possible solutions, which allows them to be used to obtain new physical results. In this paper, vacuum flat-symmetric solutions in multidimensional modified gravity theories of type $f(R) = -\alpha R^n$, which can be considered as thick branes with codimension $=1$ in N-dimensional space-time are obtained. These solutions are defined by four parameters. The dependences of the obtained solutions on these parameters are numerically investigated. It is shown that in some cases, when the corresponding parameter tends to infinity, there is saturation. It is shown that the asymptotic behavior of all solutions is antidesitteric.

Key words: the modified gravity theories, the string theory, thick brane.

 © 2019 Al-Farabi Kazakh National University

Джунушалиев В.Д.[1,2], Фоломеев В.[3], Нуртаева Г.К.[1,2*],
Серикболова А.А.[1,2], Ким С.В.[4]

[1]әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, [2]ЭТФҒЗИ, Қазақстан, Алматы қ.
[3]Ж. Жеенбаев атындағы физика институты, Қырғызстан, Бішкек қ.
[4]Ewha Womans University, Корея, Сеул қ.
[*]e-mail: nurtayevagalyia2017@gmail.com

Модификацияланған гравитациядағы өлшемділігі 1 тең *D*-браналар

Гравитацияның модификацияланған теориялары қазіргі әлемнің шапшаң кеңеюін түсіндіретін бәсекелес модельдердің бірі болып табылады. Бұл теориялар жалпы салыстырмалылық теориясын қарапайым геометриялық жалпылау болып табылады. Олар R Эйнштейн-Гильберт лагранжианді $f(R)$ скалярлық қисықтықтың еркіті функциясымен алмастыруға негізделген. Математикалық тұрғыдан алғанда, метрикалық түрлендірілген әрекетті өзгерту арқылы алынған өріс теңдеулері жаңа физикалық нәтижелер алу үшін қолдануға мүмкіндік беретін шешімдердің бай құрылымына ие. Бұл жұмыста $f(R) = -\alpha R^n$ типті көпөлшемді модификацияланған гравитация теориясында вакуумды жазық-симметриялық шешімдер алынған. Бұл шешімдерді өлшемділігі 1 тең $N-$ өлшемді уақыттық кеңістікте қалың брана ретінде қарастыруға болады. Осы шешімдер төрт параметрмен анықталады. Алынған шешімдердің осы параметрлерге байланысты тәуелділігі санды зерттелген. Сәйкес параметрдің шексіздікке ұмтылуы кейбір жағдайларда қанықтыру құбылысы бар екенін көрсетеді. Барлық шешімдердің асимптотикалық тәртібі антидеситтер екені көрсетілген.

Түйін сөздер: модификацияланған гравитация теориясы, ішектер теориясы, қалың брана.

Введение

D – branes является весьма важным объектом в теории струн. В их присутствии концы струн прикрепляются к D – brane и двигаются в некоем объемлющем пространстве. В [1] было показано, что D – branes на самом деле являются решениями типа black p-brane в супергравитации. В свою очередь, p-brane являются протяженными решениями в низкоэнергетической теории струн [2], в которых имеется горизонт событий. Эти решения получены при наличии скалярного и тензорного полей. Естественно, что в этом случае возникает вопрос о существовании вакуумных решений, являющихся D – бранами. В данной статье мы исследуем этот вопрос и показываем, что регулярные вакуумные бранные решения могут существовать в многомерных модифицированных теориях гравитации.

В настоящее время D_4 – branes (так называемый brane world scenario) активно используются для решения некоторых проблем в физике высоких энергий (см., например, [3]-[5]). В этих моделях предполагается, что наша Вселенная является такого рода браной в некотором объемлющем пространстве, что, возможно, позволяет решить некоторые проблемы в физике высоких энергий: проблема иерархии фермионных масс [6, 7], природа темной энергии [8] и темной материи [9].

В ОТО имеется много решений, описывающих D – браны, (см., например обзор [10]). Насколько нам известно, для получения всех этих решений необходимо наличие материи. И это физически понятно, так как в ОТО регулярные решения практически всегда (а может быть и всегда) могут быть получены при наличии некоторых источников. Такими примерами могут являться решения со скалярными [11], векторными и спинорными [12, 13] полями. Естественный вопрос, возникающий в этой связи, это вопрос о наличии или отсутствии вакуумных регулярных бранных решений. В [14] было показано, что в 5-мерном пространстве может существовать 4-мерная брана, являющаяся регулярным вакуумным решением. В этом исследовании мы даем положительный ответ на вопрос о существовании таких бранных решений с коразмерностью = 1 в пространстве с произвольной размерностью, но при этом необходимо перейти от ОТО к модифицированным теориям гравитации.

Модифицированные теории гравитации являются одной из конкурирующих моделей для объяснения современного ускоренного расширения Вселенной, открытого в недавнее время [15, 16]. Эти теории являются, по-видимому, простейшим геометрическим обобщением общей теории относительности (см. обзор [17]). Они основаны на замене лагранжиана Эйнштейна-Гильберта R на произвольную функцию от скалярной кривизны $f(R)$. С математической точки зрения, полевые уравнения, получаемые варьированием модифицированного действия по метрике, имеют более богатую структуру возможных решений, что и позволяет применять их для получения новых физических результатов.

В данном исследовании мы хотим показать, что D – branes с коразмерностью $\mathrm{codim} = 1$ можно получить как регулярные вакуумные решения в модифицированных теориях гравитации. Это означает, что для построения таких D – branes присутствие материи не обязательно.

Уравнения и решения в $f(R) \sim R^n$ теории

Рассмотрим D – branes with codim $= 1$ в многомерном пространстве-времени с размерностью N. Соответствующее гравитационное действие может быть представлено в следующей форме

$$S = \int d^N x \sqrt{-G}[-R + f(R)], \qquad (1)$$

где $f(R)$ – произвольная функция скалярной кривизны R; G_{AB} – многомерная метрика.

Вариация действия (1) относительно N-мерной метрики G_{AB} приводит к уравнениям модифицированной гравитации

$$R_A^B - \frac{1}{2}\delta_A^B R = \hat{T}_A^B, \qquad (2)$$

где заглавные латинские буквы $A, B = 0,1,\dots,N-2,N$; правая часть определяется следующим образом:

$$\hat{T}_A^B = -\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right) R_A^B - \frac{1}{2}\delta_A^B f + \left(\delta_A^B g^{LM} - \delta_A^L g^{BM}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)_{;L;M}\right\}. \qquad (3)$$

Мы рассматриваем следующий специальный выбор модифицированной гравитации

$$f(R) = -\alpha R^n, \qquad (4)$$

где $\alpha > 0$ и n константы. В этой статье мы ищем D-branes с codim $= 1$ в N-мерном пространстве, поэтому метрика имеет вид

$$ds^2 = e^{2\beta(x^N)}[(dx^0)^2 - (dx^1)^2 - \dots - (dx^{N-1})^2] - (dx^N)^2. \qquad (5)$$

Метрика (5) имеет следующие компоненты тензора Риччи:

$$R_{00} = e^{2\beta}\beta'' + N{\beta'}^2\varepsilon^{2\beta}, \qquad (6)$$

$$R_{AA} = -e^{2\beta}\left(\beta'' + N{\beta'}^2\right), \quad A = 1,2,\dots,N-1, \qquad (7)$$

$$R_{NN} = -N\left(\beta'' + {\beta'}^2\right). \qquad (8)$$

Здесь $'$ означает производную по x^N координате. Уравнение (2) имеет структуру, которая совпадает со стандартными уравнениями общей теории относительности, где источником гравитационного поля является эффективный тензор энергии-импульса (3).

После подстановки метрики (5) и компонент тензора Риччи (6)-(8) в уравнения модифицированной гравитации (2), получим следующие уравнения:

$$(1-N)\beta'' + \frac{N(1-N)}{2}\beta'^2 = -\left(\beta'' + N{\beta'}^2\right)f_R + \frac{1}{2}f +$$
$$\left[4N^2\beta'\beta''' + 2N(N^2-1){\beta'}^2\beta'' + 2N\beta + 2N(N+1){\beta''}^2\right]f_{RR} +$$
$$\left[4N^2{\beta'''}^2 + 8N^2(N+1)\beta'\beta''\beta''' + 4N^2(N+1)^2{\beta'}^2{\beta''}^2\right]f_{RRR} \qquad (9)$$

$$\frac{N(1-N)}{2}\beta'^2 = -N\left(\beta'' + {\beta'}^2\right)f_R + \frac{1}{2}f + 2N^2\beta'[\beta''' + (N+1)\beta'\beta'']f_{RR}. \qquad (10)$$

Здесь мы использовали следующие обозначения: $f_R = dF(R)/dR$, $f_{RR} = d^2F(R)/dR^2$ и $f_{RRR} = d^3F(R)/dR^3$. Примем также во внимание, что скаляр Риччи имеет вид:

$$R = 2N\beta'' + N(N+1)\beta'^2. \qquad (11)$$

Рассмотрим уравнение (10), так как, согласно тождеству Бьянки, уравнение (9) является следствием уравнения (10). Поделив всё уравнение (10) на коэффициенты при β''', получаем следующее уравнение:

$$\beta''' - \frac{1}{n}\frac{\beta''^2}{\beta'} + \frac{(N-1)(1+N-2n)}{4n(n-1)}\beta'^3 + \frac{2(N+1)(n^2+1)-n(3N+5)}{2n(n-1)}\beta'\beta'' - \frac{N-1}{4\alpha Nn(n-1)}\left[N(N+1)\beta'^2 + 2N\beta''\right]^{2-n}\beta' = 0. \qquad (12)$$

Решение в начале координат, совмещенном с центром D —brane, ищем в виде

$$\beta(x^N) = \beta_0 + \gamma(x^N)^\delta + \cdots. \qquad (13)$$

Без ограничения общности мы можем положить $\beta_0 = 0$ что соответствует переопределению координат $e^{\beta_0}x^A \to x^A$, $A = 1,2, \ldots$.

Поскольку в уравнении (12) имеется третья производная по x^N, то для того чтобы это слагаемое было конечным, необходимо положить $\delta > 3$. Лидирующими слагаемыми в этом уравнении являются слагаемые с β''' и $\frac{\beta''^2}{\beta'}$. Тогда, подставляя разложение (13) в (12) и приравнивая к нулю коэффициент при $(x^N)^{\delta-3}$, получаем следующее выражение для параметра δ:

$$\delta = \frac{2n-1}{n-1}. \qquad (14)$$

В результате имеем интересный результат: связь между параметрами δ и n не зависит от размерности объемлющего пространства. С учетом того, что $\delta > 3$, мы получаем следующее неравенство для n:

$$n < 2. \qquad (15)$$

Асимптотическое поведение описывается в виде

$$\beta \approx k|x^N|, \qquad (16)$$

и после подстановки в (12) получаем

$$k = \left\{\frac{[N(N+1)]^{2-n}}{\alpha N(N-2n+1)}\right\}^{\frac{1}{2(n-1)}}. \qquad (17)$$

Численные решения

По всей видимости получение аналитического решения уравнения (12) с ограничениями (13) и (14), описывающего thick D – brane с codim $= 1$, невозможно. Численное исследование этого уравнения для произвольной размерности также невозможно; поэтому мы выполним численное исследование для некоторых размерностей.

Очевидно, что решения с четными значениями параметра $\delta = 2p$ (где p – целое число) являются четными функциями относительно переменной x^N . Независимыми параметрами для уравнения (12), определяющими решение, являются размерность пространства N , показатель степени n и величина γ, определяющая значение функции β в центре браны.

Намного более сложные решения существуют при произвольном значении показателя степени n:

- Численный анализ показал, что при показателе степени $n = (2p+1)/(2q+1)$, где p, q – целые числа, регулярное решение существует при $x^N > 0$, а при $x^N < 0$ решение становится сингулярным. Наш анализ показал, что этом случае могут существовать регулярные решения при $\gamma < 0$. В таком случае можно получить регулярную брану, сшивая эти регулярные решения при $x^N = 0$. Это возможно сделать, так как при нашем выборе показателя степени δ значение функции $\beta(0)$, а также ее первая и вторая производные в центре браны равны нулю: $\beta(0) = \beta'(0) = \beta''(0) = 0$.
- Намного более сложной задачей является построение решений для иррациональных чисел δ. Дело в том, что при $x^N < 0$ вблизи начала координат может возникнуть ситуация, когда необходимо будет вычислить степень некоторого отрицательного числа. Выделяя знак минус перед таким числом, возникает проблема вычисление числа $(-1)^\delta$ для иррационального числа δ. Как известно $(-1)^\delta = \exp(im\pi\delta) = \cos(m\pi\delta) + i\sin(m\pi\delta)$, m – целое число. В общем случае это число становится комплексным, и в этом случае решения, по всей видимости, не существуют.

Исследуемые нами решения зависят от следующих параметров: показатель степени δ и константа γ в выражении (13) для поведения функции $\beta(x^N)$ вблизи начала координат $x^N = 0$; константы α и n из выражения (4) для вида модифицированной теории гравитации, причем α является некоторым параметром, выражающимся через новую фундаментальную длину в модифицированных гравитациях этого вида, а n определяет тип модифицированной гравитации,

На рисунке 1 показана зависимость метрической функции $\beta'(x^N)$ от показателя степени δ в выражении (13). На рисунке 2 – фазовый портрет уравнения (12), то есть зависимость $\beta'(\beta)$. На рисунке 3 показана зависимость плотности энергии от координаты x^N. Рисунки 1 и 2 демонстрируют асимптотическое AdS поведение метрической функции β: $\beta'(x^N \to \infty) \to k$, где константа k определяется выражением (17).

На рисунках 4-6 представлены, соответственно, метрическая функция $\beta(x^N)$, фазовый портрет $\beta''(\beta')$ и плотность энергии T_0^0 при различных γ.

На рисунках 7-9 представлены, соответственно, метрическая функция $\beta(x^N)$, фазовый портрет $\beta''(\beta')$ и плотность энергии T_0^0 при различных α.

На рисунках 10-12 представлены, соответственно, метрическая функция $\beta(x^N)$, фазовый портрет $\beta''(\beta')$ и плотность энергии T_0^0 при различных N.

Анализируя эти результаты, можно сделать следующие выводы:

• При увеличении параметра α происходит насыщение: все кривые стремятся к некоторому пределу. Этот результат легко объясним: дело в том, что из уравнения (12) видно, что последнее слагаемое в этом уравнении стремится к нулю при увеличении α, что и приводит к уравнению

$$\beta''' - \frac{1}{n}\frac{\beta''^2}{\beta'} + \frac{(N-1)(1+N-2n)}{4n(n-1)}\beta'^3 + $$

$$+ \frac{2(N+1)(n^2+1)-n(3N+5)}{2n(n-1)}\beta'\beta'' = 0, \qquad (18)$$

не содержащему параметр α. Это уравнение дает решение, к которому стремятся решения уравнения (12) при увеличении α.

• С ростом величины параметра n также имеется насыщение: все кривые стремятся к некоторому пределу. Это можно объяснить аналогичным образом: при стремлении $n \to \infty$ уравнение (12) приобретает следующий простой вид

$$\beta''' + (N+1)\beta'\beta'' = 0, \qquad (19)$$

решение которого есть

$$\beta = c_3 + \frac{2\ln\cosh\sqrt{c_1\frac{N+1}{2}}(x^N+c_2)}{N+1}, \qquad (20)$$

и оно является приближенным решением уравнения (12) при больших n.

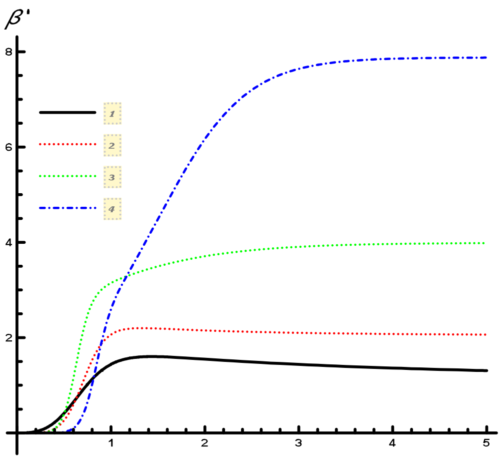

Рисунок 1 – Поведение функции $\beta'(x)$ в зависимости от различных значений параметра δ.
Для кривых 1, 2, 3, 4 соответственно $\delta = 4{,}6{,}8{,}10$.
Это соответствует показателю степени n в модифицированной теории гравитации
$f(R) = -\alpha R^n$:$n = 3/2, 5/4, 7/6, 9/8.N = 3$, $\alpha = 1$,$\gamma = 1$

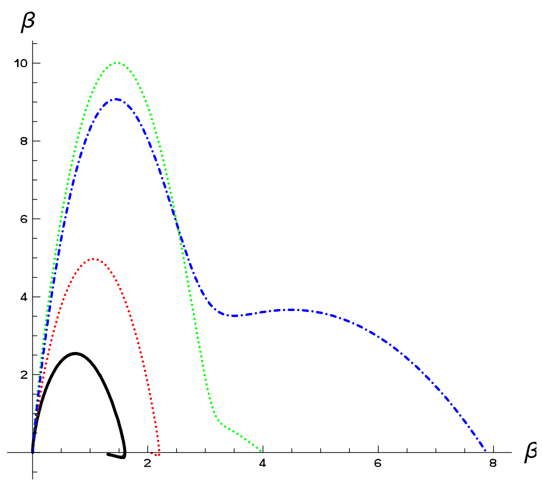

Рисунок 2 – Фазовый портрет в зависимости от различных значений параметра δ.
Для кривых 1, 2, 3, 4 соответственно $\delta = 4{,}6{,}8{,}1$.
Это соответствует показателю степени n в модифицированной теории гравитации
$f(R) = -\alpha R^n$:$n = 3/2{,}5/4{,}7/6{,}9/8$. $N = 3$, $\alpha = 1$,$\gamma = 1$

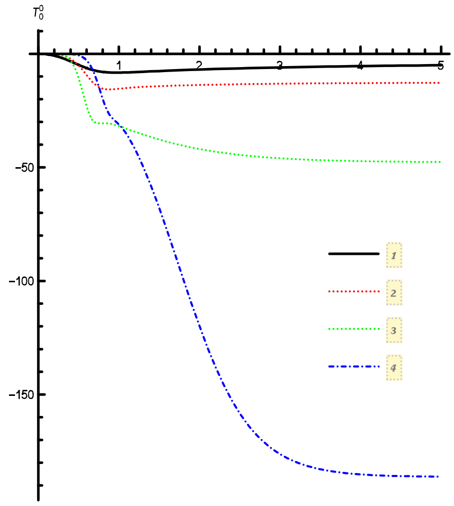

Рисунок 3 – Плотность энергии T_0^0 в зависимости от различных значений параметра δ.
Для кривых 1, 2, 3, 4 соответственно $\delta = 4,6,8,10$.
Это соответствует показателю степени n в модифицированной теории гравитации
$f(R) = -\alpha R^n$:$n = 3/2, 5/4,7/6,9/8$. $N = 3,\alpha = 1,\ \gamma = 1$

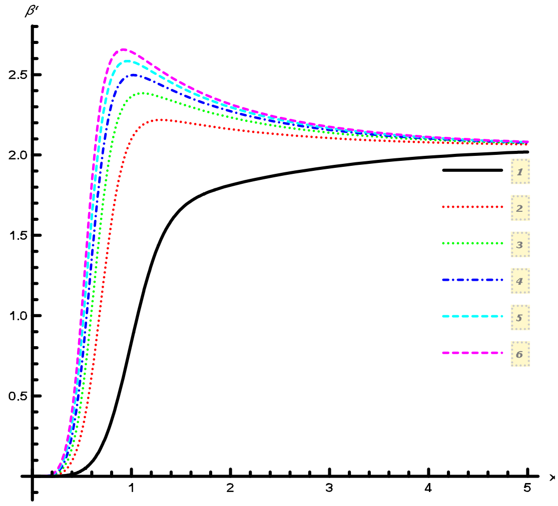

Рисунок 4 – Поведение функции $\beta'(x)$
в зависимости от различных значений параметра γ.
Для кривых 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно
$\gamma = 0.1,1.08,2.06,3.04,4.02,5.0$.
$N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \alpha = 1$

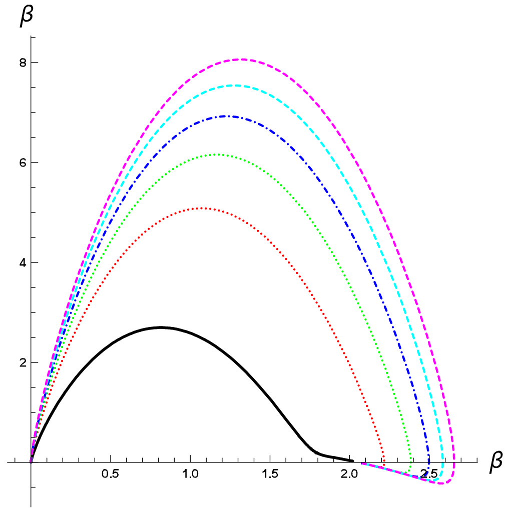

Рисунок 5 – Фазовый портрет в зависимости от различных значений параметра γ.
Для кривых 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно
$\gamma = 0.1,1.08,2.06,3.04,4.02,5.0$.
$N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \alpha = 1$

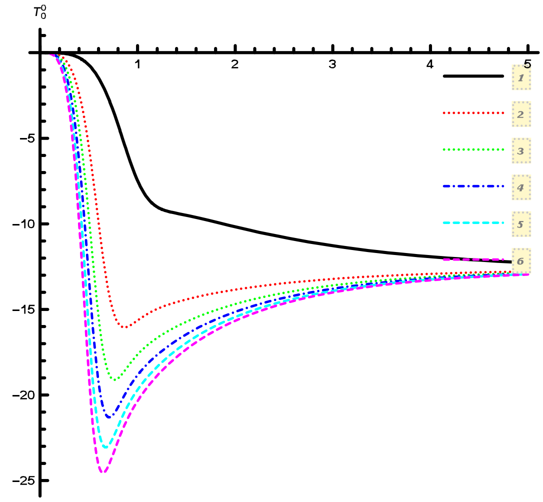

Рисунок 6 – Плотность энергии в зависимости от различных значений параметра γ.
Для кривых 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно
$\gamma = 0.1,1.08,2.06,3.04,4.02,5.0$.
$N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \alpha = 1$

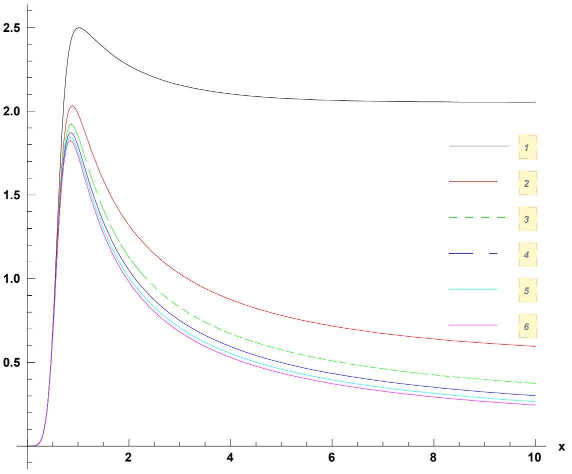

Рисунок 7 – Поведение функции $\beta'(x)$ в зависимости от различных значений параметра α. Для кривых 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно $\alpha = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0$. $N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \gamma = 1.0$

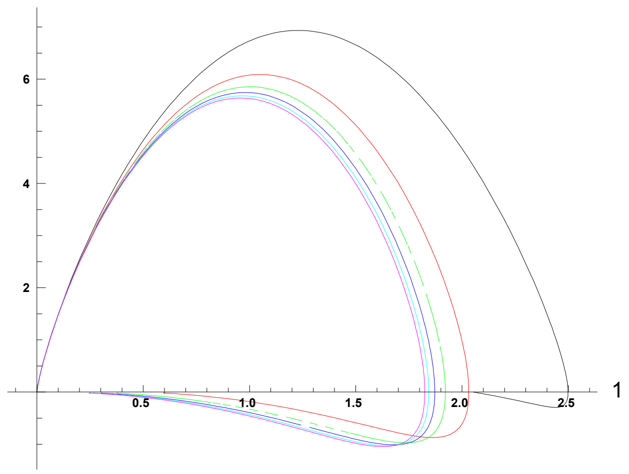

Рисунок 8 – Фазовый портрет в зависимости от различных значений параметра α. Для кривых 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно $\alpha = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0$. $N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \gamma = 1.0$

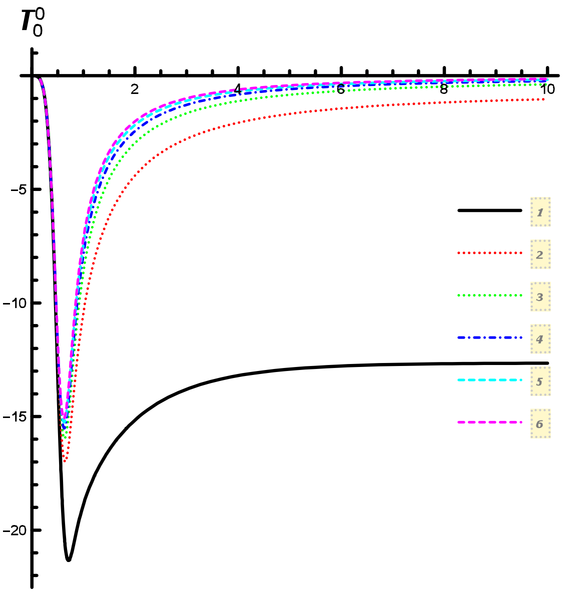

Рисунок 9 – Плотность энергии в зависимости от различных значений параметра α. Для кривых 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответственно $\alpha = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0$. $N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \gamma = 1.0$

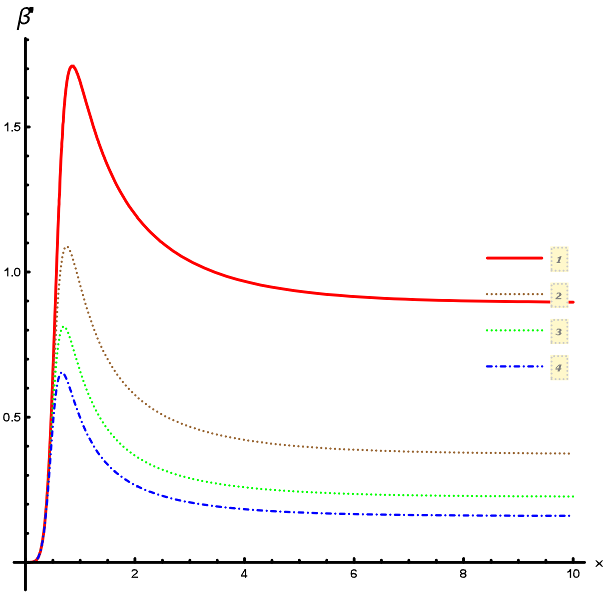

Рисунок 10 – Поведение функции $\beta'(x)$ в зависимости от различных значений размерности пространства $N = 4, 6, 8, 10$. $N = 3,\ \delta = 6,\ n = 5/4,\ \gamma = 1.0,\ \alpha = 1$

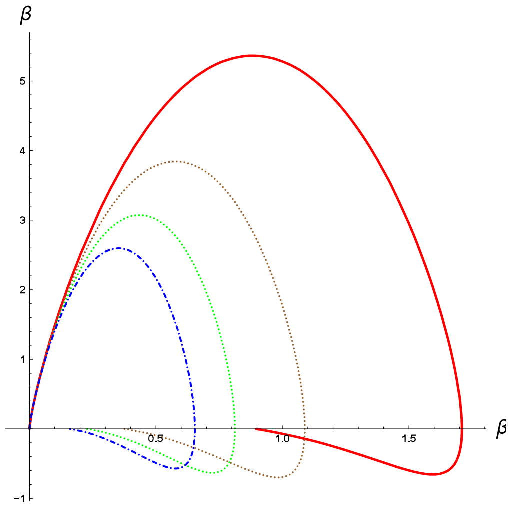

Рисунок 11 – Фазовый портрет в зависимости от различных значений размерности пространства $N = 4,6,8,10$. $N = 3$, $\delta = 6, n = 5/4$, $\gamma = 1.0$, $\alpha = 1$

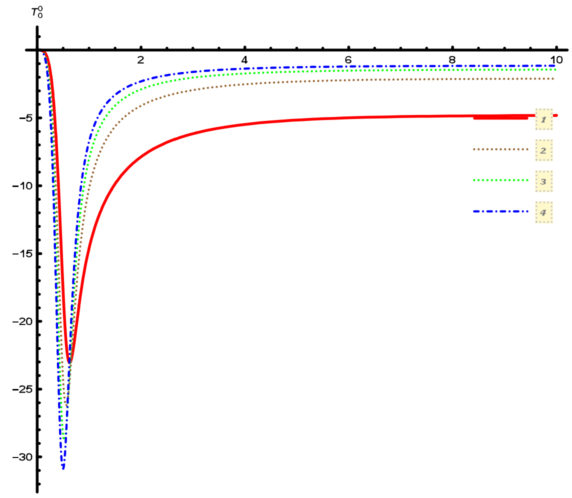

Рисунок 12 – Плотность энергии T_0^0 в зависимости от различных значений размерности пространства $N = 4,6,8,10$. $N = 3$, $\delta = 6$, $n = 5/4$, $\gamma = 1.0$, $\alpha = 1$

Обсуждение и заключение

Таким образом, в данном исследовании мы получили регулярные четные плоско-симметричные решения в многомерных модифицированных теориях гравитации типа $f(R) = -\alpha R^n$. С физической точки зрения эти решения представляют собой thick branes с коразмерностью 1.

Свойства этих бран зависят от четырех величин: параметров γ и δ, описывающих свойства решения около начала координат, и параметров α и n, описывающих тип модифицированной теории гравитации. Для анализа полученных решений были найдены семейства решений при фиксированных значениях трех параметров и меняющемся значении оставшегося четвёртого параметра.

В результате мы показали, что:

• Все регулярные решения имеют AdS асимптотику.

• При увеличении параметров $\alpha, n \to \infty$ решения стремятся к некоторому пределу, уже не зависящему от значений этих параметров.

• Не при всех значениях параметра n существуют решения:

- если $n = (2p+1)/(2q+1)$, где p, q – целые числа, то решение регулярно при $x^N > 0$ и может быть сингулярным при $x^N < 0$;

- если показатель степени n является иррациональным числом, то решений в общем случае не существует.

• Согласно уравнению (2) его правая часть играет роль эффективного тензора энергии-импульса $\hat{T}_{\mu\nu}$. Мы показали, что в этом случае эффективная плотность энергии T_0^0 является отрицательной и исследовали ее зависимость от значений параметров $\gamma, \delta, \alpha, N$.

В.Д. и В.Ф. благодарны за поддержку в рамках гранта BR05236322 по фундаментальным исследованиям в области естественных наук Министерства образования и науки Республики Казахстан. Они также благодарны Research Group Linkage Programme Фонда Гумбольдта за поддержку этого исследования.

Литература

1 Polchinski J. Dirichlet Branes and Ramond-Ramond Charges // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol.75. – P.4724-4727.

2 Horowitz G. T. and Strominger A. Black strings and *p*-branes // Nucl. Phys. B. – 1991. – Vol.360. – P.197-209.

3 Arkani-Hamed N., Dimopoulos S. and Dvali G. The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol.429. – P.263-272; Antoniadis I., Arkani-Hamed N., Dimopoulos S. and Dvali G. New dimensions at a millimeter to a fermi and superstrings at a TeV // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol.436. – P.257-263.

4 Gogberashvili M. Hierarchy problem in the shell-Universe model // Int. J. Mod. Phys. D. – 2002. – Vol.11. – P.1635-1638; Gogberashvili M. Our world as an expanding shell // Europhys. Lett. – 2000. – Vol.49. – P.396-399; Gogberashvili M. Four dimensionality in non-compact Kaluza–Klein model // Mod. Phys. Lett.A – 1999. – Vol.14. – P.2025-2031.

5 Randall L. and Sundrum R. An Alternative to Compactification // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol.83. – P.3370; ibid. 4690.
6 Arkani-Hamed N. and Schmaltz M. Hierarchies without symmetries from extra dimensions // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 61. – P.033005; Mirabelli A. and Schmaltz M. Yukawa hierarchies from split fermions in extra dimensions // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol.61. – P.113011.
7 Aguilar S. and Singleton D. Fermion generations, masses, and mixings in a 6D brane model // Phys. Rev. D. – 2006. – Vol.73. – P.085007.
8 Deffayet C., Dvali G.R., and Gabadadze G. Nonperturbative continuity in graviton mass versus perturbative discontinuity // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol.65. – P.044023; Gogberashvili M. Acceleration of a spherical brane-universe // Phys. Lett. B. – 2006. – Vol.636. – P.147-149.
9 Gogberashvili M. and Maziashvili M. Dark Matter in the Framework of Shell-Universe // Gen. Rel. Grav. – 2005. – Vol.37. – P.1129.
10 Dzhunushaliev V., Folomeev V., and Minamitsuji M. Thick brane solutions // Rept. Prog. Phys. – 2010. – Vol.73. – P.066901.
11 Schunck F.E. and Mielke E.W. General relativistic boson stars // Class. Quant. Grav. – 2003. – Vol.20. – P.R301.
12 Asymptotically flat scalar, Dirac and Proca stars: Discretevs.continuous families of solutions // Phys. Lett. -2017. -V. B773. -P.654-662.
13 Dzhunushaliev V. and Folomeev V. Dirac star in the presence of Maxwell and Proca fields // Phys. Rev. D. – 2019. – Vol.99, no. 10. – P.104066.
14 Dzhunushaliev V., Folomeev V., Kleihaus B. and Kunz J. Some thick brane solutions in f(R)-gravity // JHEP. – 2010. – Vol.1004. – P.130.
15 Riess A. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // Astron. J. – 1998. – Vol.116. – P.1009-1038.
16 Perlmutter S.J. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae // Astroph. J. – 1999. – Vol.517. – P.565-586.
17 Nojiri S. and Odintsov S.D. Unified cosmic history in modified gravity: from F(R) theory to Lorentz non-invariant models //Phys. Rept. – 2011. – Vol.505. – P.59-144.

References

1 J. Polchinski, Phys. Rev. Lett. 75, 4724 (1995).
2 G. T. Horowitz and A. Strominger, Nucl. Phys. B 360, 197 (1991).
3 N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. B 429 263 (1998); I.Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. B 436 257 (1998).
4 M. Gogberashvili, Int. J. Mod. Phys. D 11, 1635 (2002); ibid. 1639 (2002); M. Gogberashvili, Europhys. Lett., 49, 396 (2000); M. Gogberashvili, Mod. Phys. Lett., A 14, 2025 (1999).
5 L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 3370 (1999); ibid. 4690.
6 N. Arkani-Hamed and M. Schmaltz, Phys. Rev. D 61, 033005 (2000); A. Mirabelli and M. Schmaltz, Phys. Rev. D 61, 113011 (2000).
7 S. Aguilar and D. Singleton, Phys. Rev. D 73, 085007 (2006).
8 C. Deffayet, G.R. Dvali, and G. Gabadadze, Phys. Rev. D 65, 044023 (2002); M. Gogberashvili, Phys. Lett. B 636, 147 (2006).
9 M. Gogberashvili and M. Maziashvili, Gen. Rel. Grav. 37, 1129 (2005).
10 V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, and M. Minamitsuji, Rept. Prog. Phys. 73, 066901 (2010).
11 F.E. Schunck and E. W. Mielke, Class. Quant. Grav. 20, R301 (2003)
12 C. A. R. Herdeiro, A. M. Pombo and E. Radu, Phys. Lett. B 773, 654 (2017)
13 V. Dzhunushaliev and V. Folomeev, Phys. Rev. D 99, no. 10, 104066 (2019)
14 V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, B. Kleihaus and J. Kunz, JHEP 1004, 130 (2010).
15 A. Riess et al., Astron. J. 116, 1009 (1998), astro-ph/9805201.
16 S. J. Perlmutter et al., Astroph. J. 517, 565 (1999), astro-ph/9812133.
17 S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rept. 505, 59 (2011).