




А.М. Темирбек^{1*} , М.М. Муратов^{1,2} ,
 М.Т. Габдуллин³, Т.С. Рамазанов¹ 

¹НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы,

²Институт прикладных наук и информационных технологий, Казахстан, г. Алматы

³Казахстанско-Британский технический университет, Казахстан, г. Алматы

*e-mail: temirbek.asema@gmail.com

ВЛИЯНИЕ КВАНТОВОЙ НЕЛОКАЛЬНОСТИ И ЭЛЕКТРОННОЙ НЕИДЕАЛЬНОСТИ НА ДЛИНУ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА НА АТОМЕ ГЕЛИЯ В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ

В данной работе использован экранированный потенциал Хартри – Фока и поляризационный потенциал для описания электрон-гелиевого рассеяния в плотной плазме. Транспортные, парциальные и полные упругие сечения рассчитаны с использованием экранированного потенциала Хартри – Фока, поляризационного и оптического (полного) потенциалов. Используя данные расчетов сечения рассеяния, была найдена длина рассеяния при различных параметрах плотной плазмы с учетом эффектов электронной неидеальности и без учета электронной неидеальности. Эффекты квантовой нелокальности и корреляции свободных электронов учитываются в диэлектрической функции плотной плазмы. Поляризация плазмы приводит к значительному увеличению сечения переноса при малых волновых числах $ka < 2$ по сравнению со случаем рассеяния электронов на изолированном атоме, где a – это среднее расстояние между электронами плазмы. В работе также показано, что учет квантовой нелокальности и корреляций важен при $ka < 2$. Нами было проанализировано и влияние квантовых эффектов на экранирование. Было показано, что поляризация плотной плазмы вокруг атома приводит к дополнительному отталкиванию (притяжению) между электроном (протоном) и атомом гелия.

Ключевые слова: плотная плазма, эффективные потенциалы парного взаимодействия, экранирование

A.M. Temirbek^{1*}, M.M. Muratov^{1,2}, M.T. Gabdullin³, T.S. Ramazanov¹

¹IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan, Almaty,

²Institute of Applied Sciences and Information Technologies, Kazakhstan, Almaty

³Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

*e-mail: temirbek.asema@gmail.com

The effect of quantum nonlocality and electron nonideality on the scattering length of an electron on a helium atom in a dense plasma

In this paper, the screened Hartree – Fock potential and polarization potential are used to describe electron-helium scattering in dense plasma. Transport, partial and total elastic sections are calculated using the screened Hartree-Fock potential, polarization and optical (full) potentials. Using the data of the scattering cross-section calculations, the scattering length was found for different plasma parameters taking into account the effects of electron nonideality and without taking into account electron nonideality. The effects of quantum nonlocality and free electron correlation are taken into account in the dielectric function of the dense plasma. Plasma polarization leads to a significant increase in the transport cross-section at small wave numbers $ka < 2$ compared to the case of electron scattering on an isolated atom, where a is the average distance between plasma electrons. It is shown that accounting for quantum nonlocality and correlations is important for $ka < 2$. The effect of quantum effects on shielding was analyzed. It was shown that the plasma polarization around the atom leads to additional repulsion (attraction) between the electron (proton) and the helium atom.

Key words: dense plasma, the effective potential of pair interaction, screening.

Ә.М. Темірбек^{1*}, М.М. Муратов^{1,2}, М.Т. Габдуллин³, Т.С. Рамазанов¹

¹ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан, Алматы қ.,

²Қолданбалы ғылымдар және ақпараттық технологиялар институты, Қазақстан, Алматы қ.

³Қазақстан-Британ техникалық университеті, Қазақстан, Алматы қ.

*e-mail: temirbek.asema@gmail.com

Тығыз плазмадағы гелий атомында электронның шашырауы ұзындығына кванттық локалдық емес және электрондық идеалдық емес эффектеріне әсері

Бұл ұсынылған жұмыста тығыз плазмадағы электрон-гелий шашырауын сипаттау үшін Хартри – Фоктың экрандалған потенциалы мен поляризациялық потенциалы пайдаланылды. Транспортты, парциалды және толық серпімділік қималар Хартри – Фоктың экрандалған потенциалды, поляризациялық және оптикалық (толық) потенциалдарды пайдалана отырып есептелген. Шашырау қимасы есебінің деректерін пайдалана отырып, электрондық идеалдық емес әсерлерін ескере отырып және электрондық идеалдық емес әсерлерін ескермегенде плазманың әр түрлі параметрлері кезінде шашыраудың ұзындығы табылды. Еркін электрондардың локалдық емес кванттық және корреляциясының әсері тығыз плазманың диэлектрлік функциясында ескеріледі. Тығыз плазманың поляризациясы оқшауланған атомда электрондардың шашырауы жағдайымен салыстырғанда $ka < 2$ шағын толқындық сандарында тасымалдау қимасының едәуір ұлғаюына әкеледі, мұнда a – плазма электрондарының арасындағы орташа қашықтық. Локалдық емес кванттық және корреляция есебі $ka < 2$ кезінде маңызды екендігі көрсетілген. Сонымен қатар кванттық әсерлердің экрандауға әсері талданды. Алынған нәтижелер екі кесте түрінде келтірілді. Нәтижесінде, атомның айналасындағы плазманың поляризациясы электрон (протон) мен гелий атомының арасында қосымша итеруге (тартылуға) әкелетінін көрсетілді.

Түйін сөздер: тығызплазма, өзара әрекеттесудің тиімді потенциалдары, экрандау.

Введение

Плотная плазма с ионами и атомами гелия важна для понимания эволюции планет и звезд о чем свидетельствуют многочисленные экспериментальные работы зарубежных ученых [1–3]. Например, расслоение в водородно-гелиевых смесях при высоких давлениях в несколько мегабар в недрах таких планет-гигантов, как Сатурн и Юпитер [4, 5] имеет решающее значение для понимания их эволюции и внутренней структуры. Экспериментальные исследования гелия в экстремальных условиях включают ударное сжатие [6-9] и лазерный нагрев [10].

Стоит отметить, что проблема фазового перехода первого порядка в водородно-гелиевых смесях изучалась с использованием химических моделей [11-16] и первопринципных методов моделирования плотностной молекулярной динамики [17-18]. Первопринципный метод моделирования представляет фазовый переход первого порядка в жидкости с критической температурой ниже 2000 К. Однако экспериментальная проверка этого фазового перехода жидкость-жидкость не была получена.

В настоящее время теоретический метод исследования плотной плазмы включает моделирование функционала плотности молекулярной динамики.

Основополагающим параметром плотной плазмы являются транспортные свойства. Следовательно важно знать точные значения транспортных коэффициентов для гелия. Исследование электрон-гелиевого рассеяния позволяет рассчитать транспортные свойства плазмы [19-23]. Точный расчет сечений рассеяния (например, упругих, транспортных) требует построения потенциала парного взаимодействия с учетом экранирования свободными электронами, частичного экранирования связанными электронами и обменных эффектов при взаимодействии рассеяния электрона с оболочкой электрона.

В данной работе обсуждается метод моделирования построения полных электронных (протонных) -He и электронных (протонных) - He + экранированных парных потенциалов взаимодействия в виде суммы производных потенциалов с поляризационным потенциалом и обменным потенциалом. Так же приводятся данные длин рассеяния при различных параметрах плазмы с учетом эффектов электронной неидеальности и без учета электронной неидеальности, используя данные расчетов сечения рассеяния.

Были отражены эффективные потенциалы парного взаимодействия электронного (протонного) -He и электронного (протонного) -He +,

возникающего в результате частичного экранирования поля ядра гелия связанными электронами, с учетом как экранирования свободными заряженными частицами, так и квантово-дифракционного эффекта в плотной плазме. Было проанализировано влияние квантовых эффектов на экранирование. Было показано, что поляризация плазмы вокруг атома приводит к

дополнительному отталкиванию (притяжению) между электроном (протоном) и атомом гелия.

Метод моделирования

В данной работе был использован экранированный потенциал Хартри-Фока (ХФ) [24], измененный для учета электронных корреляций и представленный в следующем виде:

$$\Phi_{HF} = -\frac{e^2}{r} \left[a_1 \xi(a_1 r) + a_2 \xi(a_2 r) + a_3 \xi\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, r\right) \right], \quad (1)$$

$$\xi(a, r) = \exp(-\alpha r) [c_1(\alpha) + c_2(\alpha)r - c_3(\alpha)r] + \exp(-Ar)c_4(\alpha) + \exp(-Br)c_5(\alpha), \quad (2)$$

$$A^2 = \frac{k_i^2 + 1/\lambda^2}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2k_D}{\lambda(k_i^2 + 1/\lambda^2)} \right)} \right], \quad B^2 = \frac{k_i^2 + 1/\lambda^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2k_D}{\lambda(k_i^2 + 1/\lambda^2)} \right)} \right], \quad (3)$$

Г

$$\text{де } \lambda^2 = \frac{\tilde{a}_2 / \tilde{a}_0}{1 + 2\pi e^2 \gamma / \tilde{a}_0},$$

$$k_D^2 = \lambda_D^{-2} = k_S^2 + k_i^2, \quad k_i^2 = 4\pi n_i Z_i^2 e^2 / k_B T_i, \quad k_S^2 = k_Y^2 / (1 + 2\pi e^2 \gamma / \tilde{a}_0),$$

$$\gamma = -\frac{k_F^2}{4\pi e} \frac{\partial^2 n_e f_{xc}}{\partial n_e^2} - \text{коэффициент зависящий от}$$

плотности обменно-корреляционной свободной энергии электронов, $\tilde{a}_0 = -2\pi e^2 / k_Y^2$, $k_Y^2 = k_{TF}^2 \theta^{1/2} I_{-1/2}(\eta) / 2$ – обратная длина экранирования, η – химический потенциал в единицах $k_B T_e$, I_ν – Ферми интеграл порядка ν .

Константы в эффективных потенциалах парного взаимодействия имеют следующий вид

$$c_1(\alpha) = -\frac{\alpha^4}{(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^4}{(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2}{\lambda_{ee}^2 (\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} -$$

$$-\frac{\alpha^2}{\lambda_{ee}^2 (\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} + \frac{3\alpha^6 C}{(B^2 - A^2)} - \frac{2\alpha^4 D}{(B^2 - A^2)} - \frac{3\alpha^6 C_1}{(B^2 - A^2)} + \frac{2\alpha^4 D_1}{\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)} -$$

$$-\frac{2\alpha^4 C}{\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2 D}{\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)} + \frac{2\alpha^4 C_1}{\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2 D}{\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)},$$

$$c_2(\alpha) = \frac{\alpha^5 D}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^7 C_1}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^5 C}{2\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^3 D_1}{2\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)},$$

$$c_3(\alpha) = \frac{\alpha^7 C}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^3 D_1}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^3 D}{2\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^5 C_1}{2\lambda_{ee}^2 (B^2 - A^2)},$$

$$c_4(\alpha) = \frac{A^4}{(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} - \frac{A^2}{\lambda_{ee}^2(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2 A^4 E}{(B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2 A^2 E}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)},$$

$$c_5(\alpha) = -\frac{B^4}{(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} + \frac{B^2}{\lambda_{ee}^2(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2 B^4 E_1}{(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2 B^2 E_1}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)},$$

где

$$C = -\frac{1}{(\alpha^2 - A^2)^2}, \quad C_1 = -\frac{1}{(\alpha^2 - B^2)^2},$$

$$D = -\frac{A^2 - 2\alpha^2}{(\alpha^2 - A^2)^2}, \quad D_1 = -\frac{B^2 - 2\alpha^2}{(\alpha^2 - B^2)^2},$$

$$E = -\frac{1}{(\alpha^2 - A^2)^2}, \quad E_1 = -\frac{1}{(\alpha^2 - B^2)^2},$$

Используя метод мультипольного разложения [25] с учетом поправок за счет электронных корреляций, была получена следующая формула для поляризационного взаимодействия атома с электроном в квантовой плазме:

$$\Phi_p(R) = -\frac{\bar{\alpha}e^2}{2(R^2 + r_c^2)^2} [f_2(R)]^2, \quad (4)$$

$$f_2(R) = \frac{1}{(k_i^2 + 1/\lambda^2)\sqrt{1 - (2k_D/\lambda(k_i^2 + 1/\lambda^2))^2}} \left[\left(\frac{1}{\lambda^2} - B^2 \right) (1 + RB) \exp(-RB) - \left(\frac{1}{\lambda^2} - A^2 \right) (1 + RA) \exp(-RA) \right]. \quad (5)$$

где $\bar{\alpha}, r_c$ – коэффициент атомной поляризации и радиус обрезания, соответственно.

Оптический (полный) потенциал определяется как сумма экранированного ХФ потенциала (1), экранированного поляризационного потенциала (4)

и обменного потенциала φ_{ex} , появляющегося вследствие взаимодействия рассеивающегося электрона с электронами оболочки атома.

Фазовые сдвиги рассчитаны, используя уравнение Калоджеро [26]:

$$\frac{d\delta_l^{\alpha\beta}(k, r)}{dr} = -\frac{1}{k} U(r) \left[\cos \delta_l^{\alpha\beta}(kr) j_l(k, r) - \sin \delta_l^{\alpha\beta}(k, r) n_l(k, r) \right]^2, \quad (6)$$

с граничным условием $\delta_l^{\alpha\beta}(k, 0) = 0$, где k – волновое число, l показывает орбитальное квантовое число, α с β обозначает тип частиц, участвующих в бинарном столкновении (в нашем случае электрон и гелий), j_l и n_l – функции Риккати-Бесселя, и $U(r)$ – парный потенциал взаимодействия.

Уравнения для расчета парциального и полного упругого сечения, и транспортного сечения имеют следующий вид:

$$Q_l^{\alpha\beta}(k) = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l^{\alpha\beta}(k), \quad (7)$$

$$Q^{\alpha\beta}(k) = \sum_l Q_l^{\alpha\beta}(k),$$

$$Q_{\alpha\beta}^T(k) =$$

$$= \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (l+1) \sin^2 (\delta_l^{\alpha\beta}(k) - \delta_{l+1}^{\alpha\beta}(k)), \quad (8)$$

где $\delta_l^{\alpha\beta}(k) \equiv \delta_l^{\alpha\beta}(k, r \rightarrow \infty)$. Уравнение Калоджеро было решено использованием метода Рунге-Кутта четвертого порядка.

Результаты и обсуждения

Для начала рассмотрим случай $\gamma = 0$. Радиус обрезания задан равным $0.9 \times a_B$ и поляризационный коэффициент принят равным $1.3831 \times a_B^3$. При малом значении волнового числа (предел $k \rightarrow 0$) фазовые сдвиги

удовлетворяют известную теореме Левинсона [27].

В случае, когда потенциал взаимодействия убывает быстрее чем $1/r^3$, при малых энергиях ($ka < 1$):

$$Q(ka \ll 1) \approx 4\pi a_s^2, \quad (9)$$

где a_s – длина рассеяния при $l=0$.

Используя вышеприведенные данные расчетов сечения рассеяния, была найдена длина рассеяния при различных параметрах плазмы с учетом эффектов электронной неидеальности и без учета электронной неидеальности. Результаты расчетов приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Длина рассеяния a_s определенная по формуле (9) при $\theta=0.6$ и $r_s=2.0$ в единицах $(a\sqrt{\pi})$: I – результаты, полученные, используя потенциал Хартри-Фока, II – данные, рассчитанные для поляризационного потенциала, III – результаты, вычисленные для оптического потенциала (Хартри-Фок плюс поляризационный потенциал); $\lambda \neq 0$ соответствует случаю учета электронных корреляций и $\lambda=0$ данные без учета электронных корреляций

	I	II	III
$\lambda \neq 0$	0.9	0.16566	0.8639
$\lambda = 0$	0.7	1.7449	0.68919

Таблица 2 – Длина рассеяния a_s определенная по формуле (9) при $\theta=1.0$, $r_s=2.0$ в единицах $(a\sqrt{\pi})$: I – результаты, полученные, используя потенциал Хартри-Фока, II – данные, рассчитанные для поляризационного потенциала, III – результаты, вычисленные для оптического потенциала (Хартри-Фок плюс поляризационный потенциал); $\lambda \neq 0$ соответствует случаю учета электронных корреляций и $\lambda=0$ данные без учета электронных корреляций

	I	II	III
$\lambda \neq 0$	2.1686	0.19349	0.73539
$\lambda = 0$	1.20179	0.1698	0.65622

Зная длину рассеяния, можно найти эффективный радиус действия (так же известный как эффективный радиус непроницаемости) атома r_0 по формуле Блата-Джексона:

$$kctg\delta_0 = -\frac{1}{a_s} + \frac{k^2 r_0}{2}, \quad (10)$$

где $ka \ll 1$.

Выводы

В данной работе представлен экранированный потенциал Хартри-Фока и поляризационные потенциалы для оптической модели с учетом квантовой нелокальности, а также электронных корреляций. Было рассмотрено влияние квантовой нелокальности и электронных корреляций на фазовые сдвиги рассеяния, частичное (полное) поперечное сечение и транспортное поперечное сечение вследствие модификации экранирования. В случае $\Gamma < 1$ основной

результат состоит в том, что в плотной, частично вырожденной плазме на частичное (полное) упругое и транспортное сечения сильно влияет квантовая нелокальность при $ka < 2$. Так же приведены таблицы длин рассеяния, которые позволяют определить эффективный радиус непроницаемости атома.

При параметрах плазмы $\Gamma > 1$ необходимо учитывать как квантовую нелокальность, так и электронные корреляции. В этом режиме вышеупомянутые эффекты оказывают существенное влияние на сечение переноса при энергиях, соответствующих $ka < 2$, тогда как изменение парциального и полного упругих сечений наблюдалось для всех рассмотренных значений волнового числа, то есть $0 < ka < 10$.

Благодарность

Работа была выполнена при поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан по программно-целевому финансированию BR05236730.

Литература

- 1 Fortney J. J. Characterizing the structure of giant planets // *Contrib. Plasma Phys.* – 2013. – Vol.53. – P.385–391.
- 2 Monserrat B., Drummond N.D., Pickard C.J., Needs R.J. Electron–phonon coupling and the metallization of solid helium at terapascal pressures // *Phys.Rev.Lett.* – 2014. – Vol.112. – Art.No.055504.
- 3 Militzer B. Equation of state calculations of hydrogen–helium mixtures in solar and extrasolar giant planets // *Phys.Rev.B.* – 2013. – Vol.87. – Art.No.014202.
- 4 Lorenzen W., Holst B., Redmer R. Metallization in hydrogen–helium mixtures // *Phys. Rev. B.* – 2011. – Vol. 84. – Art.No.235109.
- 5 Lorenzen W., Holst B., Redmer R. Demixing of hydrogen and helium at megabar pressures // *Phys.Rev Lett.* – 2009. – Vol.102. – Art.No.115701
- 6 Nellis W.J., Holmes N.C., Mitchell A.C. Shock compression of liquid helium to 56 GPa (560 kbar) // *Phys.Rev.Lett.*– 1984. – Vol.53. – P.1248.
- 7 Ternovoi V.Ya., Filimonov A.S., Pyalling A.A., et al., in “Shock Compression of Condensed Matter” – 2001, Ed. By M.D. Furnish, N.N. Thadhani, and Y. Horie. – 2002. – P.107.
- 8 Eggert J., Brygoo S., Loubeyre P., McWilliams R.S., Celliers P.M., Hicks D.G., Boehly T.R., Jeanloz R., Collins G.W. Hugoniot data for helium in the ionization regime // *Phys. Rev. Letters.*–2008. – Vol.100. – Art.No.124503.
- 9 Zhernokletov M.V., Gryaznov V.K., Arinin V.A., Buzin V.N., Davydov N.B., Il’kaev R.I., Iosilevskiy I.L., Mikhailov A. L., Novikov M.G., Khrustalev V.V., Fortov V.E. Quasi–isentropic compression of dense gaseous helium at pressures up to 500 GPa// *JETP Letters.*–2012.–Vol. – 96. –P.432–436.
- 10 McWilliams R.S., Daltona D.A., Kon’opkovra Z., Mohammad F. Mahmooda, Goncharova A.F. // *Proc. Natl. Acad.Sci.* – 2015. – Vol.112. – P.925.
- 11 Schlanges M., Bonitz M., Tchttschjan A. Plasma Phase Transition in Fluid Hydrogen–Helium Mixtures // *Contrib. Plasma Phys.* – 1995.–Vol.35. – P.109–125.
- 12 Ebeling W., Richert W. Plasma phase transition in hydrogen // *Phys. Lett. A.* – 1985.–Vol.108.– P.80–82.
- 13 Saumon D., Chabrier G. Fluid hydrogen at high density: The plasma phase transition // *Phys. Rev. Lett.* – 1989. – Vol. 62. – P.2397.
- 14 Reinholz H., Redmer R., Nagel S. Thermodynamic and transport properties of dense hydrogen plasmas // *Phys. Rev. E.* – 1995. – Vol.52. – P.5368–5386.
- 15 Beule D., Ebeling W., Föörster A., Juranek H., Nagel S., Redmer R., Röpke G. Equation of state for hydrogen below 10000 k: from the fluid to the plasma // *Phys. Rev. B.* – 1999. – Vol.59. – Art.No.14177.
- 16 Holst B., Nettelmann N., Redmer R. Equation of state for dense hydrogen and plasma phase transition // *Contrib. Plasma Phys.* – 2007. – Vol. – 47.–P.368–374.
- 17 Morales M.A., Schwegler E., Ceperley D., Pierleoni C., Hamel S., Caspersen K. Phase separation in hydrogen–helium mixtures at Mbar pressures // *Proc.Natl. Acad. Sci.* – 2009. – Vol.106. – P.1324–1329.
- 18 Lorenzen W., Holst B., Redmer R. First–order liquid–liquid phase transition in dense hydrogen // *Phys. Rev. B.* –2010.–Vol. 82. – P.195107.
- 19 Kodanova S.K., Ramazanov T.S., Issanova M.K., Nigmatova G.N., Moldabekov Zh.A. Investigation of coulomb logarithm and relaxation processes in dense plasma on the basis of effective potentials // *Contrib. Plasma Phys.* – 2015. – Vol.55. – P. 271–276.
- 20 Ramazanov T.S., Kodanova S.K., Moldabekov Zh.A., Issanova M.K. Dynamical properties of non–ideal plasma on the basis of effective potentials // *Phys. Plasmas.*–2013.–Vol. 20.–P. 112702.
- 21 Kodanova S.K., Ramazanov T.S., Bastykova N.Kh., Moldabekov Zh.A. Effect of dust particle polarization on scattering processes in complex plasmas // *Phys. Plasmas.*–2015.–Vol. 22. –P.063703.
- 22 Baimbetov F.B., Nurekenov K.T., Ramazanov T.S. Electrical conductivity and scattering sections of strongly coupled hydrogen plasmas // *Physica A.* – 1996. – Vol. 226. – P.181–190.
- 23 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbar A.Zh., Redmer R., J. A scattering cross–section and ionization equilibrium in dense metal plasmas // *Phys. A: Math. Theor.*–2009. – Vol. 42. – P. 14049.
- 24 Ramazanov T.S., Amirov S.M., Moldabekov Z.A. Effective Potentials for Charge–Helium and Charge–Singly–Ionized Helium Interactions in a Dense Plasma // *Contrib. Plasma Phys.* – 2016. – Vol. 56. – P. 411–418.
- 25 Ramazanov T.S., Moldabekov Z.A., Gabdullin M.T. Multipole expansion in plasmas: Effective interaction potentials between compound particle s// *Phys. Rev. E*– 2016. – Vol. 93. –P. 053204.
- 26 Calogero F. Variable Phase Approach to Potential Scattering.– Academic Press, New York. – 1967.
- 27 Newton R.G. The spectrum of the Schrödinger S matrix: Low energies and a new Levinson theorem // *Ann. Phys.* – 1989. – Vol.194. – P.173–196.

References

- 1 J.J. Fortney, *Contrib. Plasma Phys*, 53, 385–391 (2013).
- 2 B. Monserrat, N.D. Drummond, C.J. Pickard, R.J. Needs, *Phys. Rev. Lett*, 112, 055504 (2014).
- 3 B. Militzer, *Phys. Rev. B.*, 87, 014202 (2013).
- 4 W. Lorenzen, B. Holst, R.Redmer, *r Phys. Rev. B*, 84, 235109 (2011).
- 5 W. Lorenzen, B. Holst, R.Redmer, *Phys. Rev. Lett.*, 102, 115701 (2009).
- 6 W.J. Nellis, N.C. Holmes, A.C. Mitchell, et al., *Phys. Rev. Lett.* 53, 1248 (1984).
- 7 V.Ya. Ternovoi, A.S. Filimonov, A.A. Pyalling, et al., in “Shock Compression of Condensed Matter” – 2001, Ed. By M.D. Furnish, N.N. Thadhani, and Y. Horie, p.107 (2002).

- 8 J. Eggert, S. Brygoo, P. Loubeyre, R.S. McWilliams, P.M. Celliers, D.G. Hicks, T.R. Boehly, R. Jeanloz, and G.W. Collins, *Phys. Rev. Letters* 100, 124503 (2008).
- 9 M.V. Zhernokletov, V.K. Gryaznov, V.A. Arinin, V.N. Buzin, N.B. Davydov, R.I. Il'kaev, I.L. Iosilevskiy, A. L. Mikhailov, M.G. Novikov, V.V. Khrustalev, and V.E. Fortov, *JETP Letters*, 96, 432-436 (2012).
- 10 R.S. McWilliams, D.A. Daltona, Z. Kon'opkova, Mohammad F. Mahmooda, and A.F. Goncharova, *Proc. Natl. Acad.Sci.* 112, 7925 (2015).
- 11 M. Schlanges, M. Bonitz, A. Tchttschjan, *Contrib. Plasma Phys.* 35, 109-125 (1995).
- 12 W. Ebeling and W. Richert, *Phys. Lett. A* 108, 80-82 (1985).
- 13 D. Saumon and G. Chabrier, *Phys. Rev. Lett.* 62, 2397 (1989).
- 14 H. Reinholz, R. Redmer, and S. Nagel, *Phys. Rev. E* 52, 5368-5386 (1995).
- 15 D. Beule, W. Ebeling, A. Fëorster, H. Juranek, S. Nagel, R. Redmer, and G. Rëopke, *Phys. Rev. B* 59, 14177 (1999).
- 16 B. Holst, N. Nettelmann, and R. Redmer, *Contrib. Plasma Phys.* 47, 368-374 (2007).
- 17 M.A. Morales, E. Schwegler, D. Ceperley, C. Pierleoni, S. Hamel, and K. Caspersen, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 106, 1324-1329 (2009).
- 18 W. Lorenzen, B. Holst, and R. Redmer, *Phys. Rev. B* 82, 195107 (2010).
- 19 S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, M.K. Issanova, G.N. Nigmatova, and Zh.A. Moldabekov, *Contrib. Plasma Phys.* 55, 271-276 (2015).
- 20 T.S. Ramazanov, S.K. Kodanova, Zh.A. Moldabekov, and M.K. Issanova, *Phys. Plasmas* 20, 112702 (2013).
- 21 S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, N.Kh. Bastykova, and Zh.A. Moldabekov, *Phys. Plasmas* 22, 063703 (2015).
- 22 F.B. Baimbetov, K.T. Nurekenov, T.S. Ramazanov, *Physica A* 226, 181-190 (1996).
- 23 T.S. Ramazanov, K.N. Dzhumagulova, M.T. Gabdullin, A.Zh. Akbar, and R. Redmer, *J. Phys. A: Math. Theor.* 42, 214049 (2009).
- 24 T.S. Ramazanov, S.M. Amirov, Z.A. Moldabekov, *Contrib. Plasma Phys.* 56, 411-418 (2016).
- 25 T.S. Ramazanov, Z.A. Moldabekov, M.T. Gabdullin, *Phys. Rev. E*, 93, 053204 (2016).
- 26 F. Calogero *Variable Phase Approach to Potential Scattering*, Academic Press, New York (1967).
- 27 R.G. Newton, *Ann. Phys.* 194, 173 (1989).