ВЫЧИСЛЕНИЕ УДЛИНЕНИЕ СТЕРЖНЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ ИЗ ЖАРОПРОЧНОГО ТУГОПЛАВОГО МАТЕРИАЛА ПРИ НАЛИЧИИ ТЕМПЕРАТУРЫ, ТЕПЛООБМЕНА, ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ И ОСЕВОЙ РАСТЯГИВАЮЩЕЙ СИЛЫ

Б.З. Кенжегулов
Атырауский государственный университет им.Х. Досмухамедова, г.Атырау

В статье приведены результаты вычисления удлинения стержня ограниченной длины из жаропрочного тугоплавого материала при наличии температуры, теплообмена, теплоизоляции и осевой растягивающей силы.

Несущие стержневые элементы газотурбинных генераторов, реактивных двигателей, двигателей работающих на водородном топливе и т.д. испытывают большие температуры и осевых сил. По этому эти элементы изготавливаются из высококачественных жаропрочных тугоплавых сплавов которые выдерживают эксплуатационные температуры до $950\,^{\circ}C$. Предел прочности таких элементов конструкции превышают на порядок обычных сталей. В связи с этим рассмотрим вертикальный стержень из жаропрочного тугоплавого силова. Верхней конец стержня жестко защемлена. Длина стержня L[см] на нижнем конце стержня приложена осевая растягивающая сила $P[\kappa\Gamma]$. На участке $0 \le x \le L_1$ стержня задано поле температур меняющейся по координате $T = T(x)$. Боковая поверхность остальной части $L_1 \le x \le L$ стержня полностью теплоизолирована. Через площади поперечного сечения $S[см^2]$ нижнего конца стержня происходит теплообмен с окружающей средой. При этом коэффициент теплообмена $h\left[\frac{Bm}{(см^2 \cdot {}^{\circ}C)}\right]$, а температура окружающей среды $T_{oc}\ [{}^{\circ}C]$. Коэффициент теплопроводности материала стержня $K_{xx}\left[\frac{Bm}{(см \cdot {}^{\circ}C)}\right]$, модуль упругости $E\left[\frac{\kappa\Gamma}{см^2}\right]$. Коэффициент теплового расширение материала α в жаропрочных тугоплавых материалах строго зависить от температуры [1] (рис.-1). В работе [1] приводится результаты натурных экспериментов для более тридцати видов жаропрочных тугоплавых сплавов по зависимости коэффициента теплового расширения от температуры.

Для математического описания поле распределение температуры по длине рассматриваемого стержня с учетом наличия локальной температуры, теплоизоляции, теплообмена и осевой растягивающий силы исходим из сохранения полной тепловой энергии.

Так как на участке $0 \le x \le L_1$ стержня задано поле температур, напишем выражение функционала J характеризующие полную тепловую энергию для оставшейся части $L_1 \le x \le L$ стержня с учетом теплоизоляции ее боковой поверхности, процесса теплообмена через площади поперечного сечения нижнего конца и заданного поле температур на верхнем участке $0 \le x \le L_1$:

$$J = \int_V \frac{K_{xx}}{2}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 dV + \int_S \frac{h}{2}\left(T - T_{oc}\right)^2 dS \qquad (1)$$

где V- объем части $L_1 \le x \le L$ стержня; S – площадь поперечного сечения нижнего конца стержня.

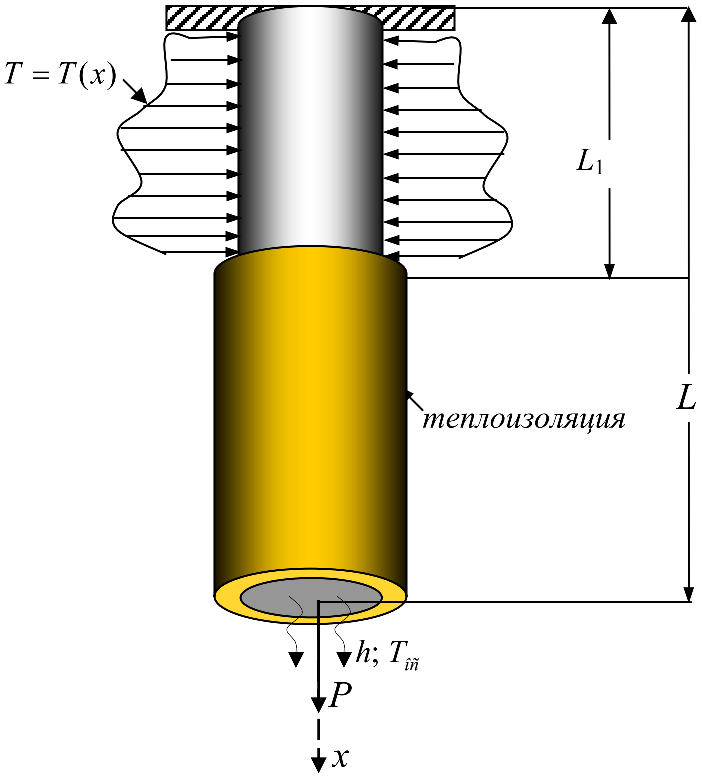

Рис.1. Расчетная схема рассматриваемой задачи

Учитывая, что рассматриваемый тепловой процесс является установившиеся, то можно аппроксимировать поле распределение температуры теплоизолированной части $L_1 \le x \le L$ стержня с помощью гладкой кривой второго порядка

$$T(x) = ax^2 + bx + c\,,\ L_1 \le x \le L \tag{2}$$

где a, b, c =*const*.

Если принять $T(x = L_1) = T_1$; $T(x = \frac{L - L_1}{2}) = T_2$; $T(x = L) = T_3$ то (2) можно переписать следующим образом [2]:

$$T(x) = \varphi_1(x) \cdot T_1 + \varphi_2(x) \cdot T_2 + \varphi_3(x) \cdot T_3\,,\ L_1 \le x \le L \tag{3}$$

$$\text{где } \varphi_1(x) = \frac{\ell^2 - 3\ell x + 2x^2}{\ell^2};\ \varphi_2(x) = \frac{4\ell x - 4x^2}{\ell^2};\ \varphi_3(x) = \frac{2x^2 - \ell x}{\ell^2}; \tag{4}$$

$\ell = L - L_1$; тогда из (3) имеем, что в пределах $L_1 \le x \le L$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \cdot T_1 + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \cdot T_2 + \frac{\partial \varphi_3}{\partial x} \cdot T_3\,,\ L_1 \le x \le L \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1) и с учетом (4) после интегрирования имеем:

$$J = \frac{K_{xx} S}{2\ell}\left[\frac{7}{3}T_1^2 - \frac{16}{3}T_1T_2 + \frac{2}{3}T_1T_3 - \frac{16}{3}T_2T_3 + \frac{16}{3}T_2^2 + \frac{7}{3}T_3^2\right] + \frac{S \cdot h}{2}\left(T_3 - T_{oc}\right)^2 \tag{6}$$

Здесь сумма коэффициентов перед узловых значений температур равно нулю. Например, в квадратной скобке $\left[\frac{7}{3} - \frac{16}{3} + \frac{2}{3} - \frac{16}{3} + \frac{16}{3} + \frac{7}{3}\right] = 0$. Аналогичное наблюдается и в обычной скобке (1-1)=0.

В выражении (6) значение T_1 определяется из заданного поле температур $T = T(x)$, $0 \le x \le L_1$ как $T_1 = T(x = L_1)$. По этому для получение разрешающих систем линейных уравнением минимизируем функционала J по T_2 и T_3.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial J}{\partial T_2} = 0; \Rightarrow \frac{K_{xx} S}{2\ell}\left[-\frac{16}{3}T_1 - \frac{16}{3}T_3 + \frac{32}{3}T_2\right] = 0 \\ &\frac{\partial J}{\partial T_3} = 0; \Rightarrow \frac{K_{xx} S}{2\ell}\left[\frac{2}{3}T_1 - \frac{16}{3}T_2 + \frac{14}{3}T_3\right] + S\cdot h\cdot T_3 - S\cdot h\cdot T_{oc} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Решая эту систему определяется значение T_2 и T_3. Уже при известных $T_i\ (i = 1 \div 3)$ на основе (3) определяется закон распределения поле температуры на участке $L_1 \le x \le L$ стержня. Таким образом при известном $T = T(x)$, $0 \le x \le L_1$ величина удлинение стержня определяется [2, 3] следующим образом

$$\Delta\ell_T = \int_0^L \alpha(T(x))\cdot T(x)dx \tag{8}$$

Здесь для определения $\alpha = \alpha(T(x))$ пользуемся данными натурных экспериментов [1] по установлению зависимости $\alpha = \alpha(T)$.
Например, такая зависимость в [1] для жаропрочного тугоплавого сплава АНВ – 300 в табличном виде имеет следующий вид:

Таблица – 1.

Т $[{}^\circ C]$	20	100	200	300	400
$\alpha\left[\frac{1}{{}^\circ C}\right]$	$10{,}1\cdot 10^{-6}$	$11{,}9\cdot 10^{-6}$	$13{,}2\cdot 10^{-6}$	$14{,}7\cdot 10^{-6}$	$17\cdot 10^{-6}$
Т$[{}^\circ C]$	500	600	700	800	
$\alpha\left[\frac{1}{{}^\circ C}\right]$	$18{,}3\cdot 10^{-6}$	$20{,}3\cdot 10^{-6}$	$22\cdot 10^{-6}$	$23{,}2\cdot 10^{-6}$	

Кроме того, обрабатывая данных натурных экспериментов, приходим к следующим данным, приведённым в таблице 2.

Таблица – 2.

№	Интервал температуры	Закон изменения $\alpha\left[\frac{1}{{}^\circ C}\right]$
1	$20 \le T \le 100$	$\alpha = 0{,}0225\cdot 10^{-6}\cdot T + 9{,}65\cdot 10^{-6}$
2	$100 \le T \le 200$	$\alpha = 0{,}013\cdot 10^{-6}\cdot T + 10{,}6\cdot 10^{-6}$
3	$200 \le T \le 300$	$\alpha = 0{,}015\cdot 10^{-6}\cdot T + 10{,}2\cdot 10^{-6}$
4	$300 \le T \le 400$	$\alpha = 0{,}023\cdot 10^{-6}\cdot T + 7{,}8\cdot 10^{-6}$
5	$400 \le T \le 500$	$\alpha = 0{,}013\cdot 10^{-6}\cdot T + 11{,}8\cdot 10^{-6}$
6	$500 \le T \le 600$	$\alpha = 0{,}02\cdot 10^{-6}\cdot T + 8{,}3\cdot 10^{-6}$
7	$600 \le T \le 700$	$\alpha = 0{,}017\cdot 10^{-6}\cdot T + 10{,}1\cdot 10^{-6}$
8	$700 \le T \le 800$	$\alpha = 0{,}012\cdot 10^{-6}\cdot T + 13{,}6\cdot 10^{-6}$

В качестве исходных данных примем следующие

$$\text{a=0; } b\text{=40; c=200; } T(x)=40x+200,\ 0\le x\le L_1;\ \ r=1[\text{см}];\ S=\pi r^2\quad L=30\,\text{см};\ \ L_1=\frac{L}{2};$$

$$K_{xx}=72\left[\frac{Вт}{(см\cdot^\circ C)}\right];\ h=10\left[\frac{Вт}{см^2}\right];\ T_{oc}=40\left[^\circ C\right];\ P=1000\ кг.\ \ E=2{,}1\cdot10^6\,\frac{кГ}{см^2}$$

При этих данных для 1-ой участки $\left(0\le x\le L_1\right)$ получим, что $T_1=T(x=0)=200\ ^\circ C$; $T_2=T(x=7{,}5\,см)=500\ ^\circ C$; $T_3=T(x=15\,см)=800\ ^\circ C$; соответственно из таблицы-2 для этой участки получим, что $\alpha_1=13{,}2\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right]$; $\alpha_2=18{,}3\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right]$; $\alpha_3=23{,}2\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right]$.

Тогда величина удлинение 1-ой участки $0\le x\le L_1$ стержня будет [2,3]:

$$\Delta\ell_{T_1}=\int_0^{L_1}\left[\varphi_1(x)\cdot\alpha_1+\varphi_2(x)\cdot\alpha_2+\varphi_3(x)\cdot\alpha_3\right]\cdot(40x+200)dx=0{,}1561\ [см];$$

При принятых исходных данных решая систему (7) для внешней части $\left(L_1\le x\le L\right)$ стержня получим

$$T_1=T(x=L_1)=800\left[^\circ C\right];\ \alpha_1=23{,}2\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right];\ T_2=T\left(x=\frac{L-L_1}{2}\right)=565{,}76\left[^\circ C\right];$$

$$\alpha_2=10{,}6\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right];\ T_3=T(x=L)=331{,}53\left[^\circ C\right];\ \alpha_3=15{,}4\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right];$$

Тогда величина удлинение нижней части $\left(L_1\le x\le L\right)$ стержня определяются следующим образом [4]

$$\Delta\ell_{T2}=\int_{L_1}^{L}\left[\varphi_1(x)\cdot\alpha_1+\varphi_2(x)\cdot\alpha_2+\varphi_3(x)\cdot\alpha_3\right]\cdot\left(\varphi_1(x)\cdot T_1+\varphi_2(x)\cdot T_2+\varphi_3(x)\cdot T_3\right)dx=0{,}17\ [см];$$

Таким образом величина удлинение рассматриваемого стержня от поле распределение температуры будет

$$\Delta\ell_T=\Delta\ell_{T1}+\Delta\ell_{T2}=0{,}3261[см].$$

Если не учесть зависимости между α и T приняв значение $\alpha=10{,}1\cdot10^{-6}\left[\frac{1}{^\circ C}\right]=const$ то при постоянном значении коэффициента теплового расширения величина удлинение стержня от поле температуры было бы

$$\Delta\ell_T(\alpha=const)=0{,}1329[см].$$

Отсюда видно, что для рассматриваемой задачи учет зависимости $\alpha=\alpha(T)$ приводит к увеличению удлинение стержня на 145,37 %.

В то время величина удлинения этого же стержня от осевой растягивающей силы будет [2, 3]:

$$\Delta\ell_p=\frac{PL}{EF}=0{,}00455[см].$$

Отсюда видно, что при имеющихся граничных условиях а также принятых исходных данных величина удлинение рассматриваемого стержня от поле температур будет больше чем удлинение от осевой растягивающей силы P в $N = \frac{\Delta\ell_T}{\Delta\ell_P} = \frac{0{,}3261\,см}{0{,}00455\,см} = 71{,}67$ раза.

Литература

1. Химущин Ф.Ф. Жаропрочные стали и сплавы. 2-ое переработанное и дополненное издания. М.: Металлургия, 1969.-749с.
2. Кенжегулов Б.З. Численное моделирование многомерных температурных и одномерных нелинейных термомеханических процессов в жаропрочных сплавах: док. дисс.: 05.13.18. – Алматы, 2010. – 250 с.
3. Писаренко Г.С. и др., Сопротивление материалов, “Вища Школа”, Киев, 1973, 672 с.

ТЕМПЕРАТУРА, ЖЫЛУАЛМАСУ, ЖӘНЕ СОЗУШЫ ОСТІК КҮШІ ӘСЕРІ БАР КЕЗДЕ ЫСТЫҚҚЫ БЕРІКТІ БАЯУ БАЛҚИТЫН МАТЕРИАЛДАН ЖАСАЛҒАН ҰЗЫНДЫҒЫ ШЕКТЕЛГЕН СЫРЫҚТЫҢ ҰЗАРТУЫН ЕСЕПТЕУ

Б.З. Кенжеғұлов

Мақалада қызуға төзімді қиын балқитын қоспадан жасалған жоғарғы жағы мықтап бекітілген, жартылай жылу өткізбейтін қабатпен қапталған шекті ұзындықтағы сырықтың температура, жылу алмасу және созушы остік күш әсерінен ұзаруын табу мәселесі қаралады.

CALCULATION LENGTHENING OF THE CORE OF THE LIMITED LENGTH FROM HEAT RESISTING THE MATERIAL IN THE PRESENCE OF TEMPERATURE, HEAT EXCHANGE, THE THERMAL PROTECTION AND AXIAL STRETCHING FORCE

B.Z. Kenzhegulov

Finding of the lengthening peg limited length is considered In become from fervour strong tight melt material at presence of the temperature, heat of the exchange, heat to insulation and axial spraining power.