ОТОБРАЖЕНИЕ ФЕРМИОННОГО ГАМИЛЬТОНИАНА В БОЗОННОЕ ПРОСТРАНСТВО

К.Б. Бактыбаев, Н.О. Койлык[1], К.Е. Раманкулов[2]

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы

[1]Казахский национальный аграрный университет, г. Алматы

[2]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г.Алматы

Разработанная микроскопическая теория фермионно динамико-симметричной модели коллективных возбуждений отображена в бозонное пространство методами Дайсона, Беляева-Зелевинского, сеньорити. Найдены спектр состояний и вероятности электромагнитных переходов. Теория приложена к исследованию структуры состояний четных изотопов осмия $^{186,188,190,192}Os$.

Оболочечно-нуклонное описание коллективных состояний ядер среднего и тяжелого атомного веса остается все еще сложной задачей. Поэтому, всегда привлекали к проблеме макроскопическое изучение коллективных возбуждений модели, связь которых с обычной оболочной структурой ядер являлась не прочной. В отличие от них фермионная модель динамической симметрии, предложенная для описания коллективных возбуждений многонуклонных систем непосредственно связана с оболочечной моделью ядер.

Тем самым ФДСМ глубоко пускает свои корни в нуклонно-оболочечную структуру ядер, выявляя коллективные моды оболочечных систем через их фермионно-симметрические свойства. Все динамико-симметрические коллективные свойства ядер, вытекающие из феноменологической модели взаимодействующих бозонов получены в ФДСМ на фундаментально-нуклонном уровне без необходимости фермионно-бозонного пространственного отображения.

Для сравнения реальных результатов простейших предельных ситуаций ФДСМ с МВБ, мы в данной работе исследуем бозонное отображение этих простейших асимптотик фермионной ФДСМ. Это дает возможность непосредственно изучить не только некоторые общие физические и математические аспекты взаимосвязи между ФДСМ и МВБ, но и также сопоставить численные величины энергетических состояний и вероятности электромагнитных переходов конкретно изучаемых ядер.

При этом рассмотрим ФДСМ без разрушенных пар и без их рассеяния между уровнями нормальной и аномальной четностями и обсудим некоторые аналитические процедуры бозонного отображения, переводящего ФДСМ-гамильтониан в бозонный и численные результаты применения их к реальным ядрам.

В данной работе мы приложили отображенный бозонный гамильтониан к четным изотопом осмия.

Перейдем к исследованию бозонного отображения фермионной ФДСМ. Для этого сначала мы немного упростили сложный гамильтониан модели, определяя остаточное парное взаимодействие только монопольными и квадрупольными членами, а также предполагая, что парные матричные элементы пропорциональны вырождению уровней, участвующих в парных корреляциях.

Кроме того, если принять отсутствие разорванных пар на уровнях как нормальной, так и аномальной четностей, то модельный гамильтониан будет иметь Sp(6) x sU(2)-динамическую симметрию для $\bar{k}$-активной схемы и SO(8) x sU(2)- динамическую симметрию для i-активной схемы. Для такого упрощенного случая общий двухчастичный гамильтониан протонной и нейтронной системы, содержащий 11 параметров имеет вид:

$$H_{ФДСМ} = \sum e_{k\,i} n_{k\,i} + \sum_{\alpha\alpha'} G_0^{\alpha\alpha'} S^+(\alpha) S(\alpha') + G_2 P_2 P_2 + \sum_{r,\alpha\alpha'} B_r^{\alpha\alpha'} P^r(\alpha) P^r(\alpha') \qquad (1)$$

Дальнейшая редукция этого гамильтониана, обладающая, лишь спаривательными и квадрупольными членами для приложения к конкретным физическим системам приводит к выражению:

$$H = G_{0\pi} S_\pi^+ S_\pi' + G_{0\nu} S_\nu^+ S_\nu + B_{2\pi} P_\pi^2 P_\pi^2 + B_{2\nu} P_\nu^2 P_\nu^2 + B_{2\pi\nu} P_\pi^2 P_\nu^2 \qquad (2)$$

где значки π-относится к протонам, ν-относится к нейтронам. Этот гамильтониан имеет всего 5 параметров.

Электромагнитный квадрупольный оператор берется в одночастичной форме:

$$T(E_2) = l_\pi P_\pi^2 + l_\nu P_\nu^2 \qquad (3)$$

Далее обсудим некоторые бозонные отображения фермионной модели. В частности рассмотрим отображения Дайсона, сеньорити и Беляева-Зелевинского. Кроме возможного появления ложных состояний конечное Дайсон-отображение дает точные результаты по отображению в бозонное пространство. Однако его не унитарная природа не позволяет прямое сравнение со стандартной феноменологической МВБ. Другие два отображения сеньорити и Беляева-Зелвинского зато дают эрмитовские бозонные структуры, сравнение которых с МВБ становится вполне законным.

В фермионной динамико-симметрической модели реализуется либо Sp(6) либо SO(8) алгебра операторов рождения и уничтожения S и D фермионных пар и мультипольных операторов P, в образовании которых активом служат либо псевдоугловой момент k=1, либо псевдоспин i=3/2. Фермионный гамильтониан, записанный посредством операторов спаривания и мультиполей в общем случае следует диагонализовать в фермионном пространстве, сконструированном последовательным действием операторов рождения и уничтожения на фермионный вакуум.

Таким путем формированный фермионный гамильтониан модели можно отобразить в бозонный различными способами. Ниже мы рассмотрим три вида бозонного отображения операторов модели: Дайсоновского, сеньорити и Беляева-Зелевинского.

А) Отображение Дайсона

Из фермионного гамильтониана рассматриваемой модели можно получить эквивалентный бозонный гамильтониан непосредственным применением обобщенного бозонного отображения Дайсона. Для фермионных Sp(6) и SO(8) алгебр бозонная реализация Дайсона записывается через s и d- бозонные операторы. В частности, монопольные, квадрупольные, дипольные и октупольные операторы ФДСМ отображаются в бозонные следующим образом:

$$S^+ \to \sqrt{\Omega}\left(s^+ - \frac{1}{\Omega} s^+ s^+ s - \frac{2}{\Omega} s^+ d^+ d - \frac{1}{\Omega} d^+ d^+ s - \frac{1}{\Omega} \chi \left(d^+ d^+\right)^{(2)} d\right) \qquad (4)$$

$$S \to \sqrt{\Omega} s \qquad (5)$$

$$P^2 \to \left(d^+ s + s^+ d\right)^{(2)} + \chi \left(d^+ d\right)^{(2)} \qquad (6)$$

$$P^1 \to \sqrt{2}\left(d^+ d\right)^{(1)}, P^3 \to -\sqrt{2}\left(d^+ d\right)^{(3)} \qquad \text{(SO(8)-случай)} \qquad (7)$$

$$P^4 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{15}\left(d^+ d\right)^{(1)} \qquad \text{(Sp(6)-случай)} \qquad (8)$$

В этих выражениях Ω-вырождение пар в фермионном пространстве, χ=7/2 для Sp(6) и χ=0 для SO(8)-алгебр.

Для того чтобы диагонализовать отображенный гамильтониан Дайсона должен быть аккуратно выбран соответствующий базис. Формализм бозонного отображения конструируется таким образом, чтобы можно было получить идентичный результат с выводами, полученными в фермионном пространстве с использованием физического базиса.

Здесь только заметим, что гамильтониан Дайсона имеет двухчастичную структуру, хотя в общем он неэрмитов. Неэрмитовость бозонного гамильтониана Дайсона отличает его от традиционного эрмитового МВБ-гамильтониана. Для того чтобы получить эрмитов-гамильтониан, эквивалентный Дайсоновскому, по крайней мере в физической области, нужны новые аналогичные методы преобразования фермионных операторов в бозонный. Для осуществления таких программ по получению эрмитов гамильтониана мы предпримем далее две практические процедуры. Во-первых, осуществим отображение сеньорити, которое приводит к SU(2)-асимптотическому пределу обычной алгебры нашей модели. Во-вторых, проведем отображения Беляева-Зелевинского, целью которого является получение точных SU(3) и SO(6)-пределов Sp(6) и SO(8) алгебр соответственно.

Б) Отображение сеньорити

Прежде всего заметим, что в Дайсоновском отображенном бозонном Кэт-состоянии не имеется прямых связей между числом сеньорити v фермионных состояний с числом всех бозонов (кроме s- бозона, что эквивалентно d-бозонам). Дайсоновский образ состояний с v=0 $\left(S^+\right)^N|0\rangle$ фактически содержит компоненты с двумя или большим четным числом d-бозонов. В отображении сеньорити, наоборот, ставится цель, чтобы установить простые соотношения между фермионными состояниями с хорошей сеньорити и бозонными состояниями с фиксированным числом d-бозонов, т.е. соотношения типа:

$$|N, v=0\rangle \leftrightarrow |n_s = N) \qquad (9)$$

$$|N, v=2\rangle \leftrightarrow |n_s = N-1, n_d = 1) \qquad (10)$$

Чтобы достичь этого следует наложить такое условие, что сеньорити- образы S^+ и S операторов дается отображением Дайсона:

$$S^+ \rightarrow \sqrt{\Omega}\left(s^+ - \frac{1}{\Omega}s^+ s^+ s - \frac{2}{\Omega}s^+ d^+ d\right) \qquad (11)$$

$$S \rightarrow \sqrt{\Omega}s\,. \qquad (12)$$

Для SU(2)-подалгебры, эти выражения заменяют равенства (18). Видно, что приведенные отображения являются лучшими. Для реализации SU(2)-алгебры, они обеспечивают эрмитовость бозонного образа фермионного парного гамильтониана $S^+ S$.

Затем легко найти образы других операторов проверкой, например, выполнения коммутационных соотношений. В принципе такая конструкция имеет несколько решений. Одно из них определяется замечанием, что образы спаривательного гамильтониана вытекающего из отображений (4) и (11) соответственно, определяются подобными преобразованиями. Такие преобразования дают возможность сконструировать сеньорити-образ фермионных операторов по их оригинальным Дайсоновским формам. Хотя существуют для SO(8)-случая замкнутая форма подобных преобразований, в общем она выражается в виде бесконечного ряда. В представленной конструкции используются только члены нижайшего порядка для того, чтобы найти сеньорити-образ генераторов в SU(2)-пределе. Для квадрупольных операторов отображение дается в виде:

$$P_c^2 = s^+ d + \left(1 - \frac{n_s}{\Omega + 1 - 2N + 2n_s}\right) d^+ s + \chi \left(1 - \frac{2n_s}{\Omega - 2N + 2n_s}\right) \left(d^+ d\right)^{(2)} \quad (13)$$

Образы дипольного и октупольного операторов P^1и P^3 инвариантны подобным преобразованиям, как это следует из утверждения что угловой момент и бозонные сеньорити сохраняются при подобных преобразованиях. Поскольку в ФДСМ-гамильтониане квадрупольное спаривание можно преобразовать перераспределением других параметров, то сеньорити образ D спаривательного оператора не будем обсуждать.

В выражениях (13) для сеньорити-квадрупольного оператора двухчастичные члены содержащие оператор числа s-бозонов n_s сохраняются. Полное число фермионных пар (или полное число бозонов) N-фиксировано. Для аппроксимации такую структуру как одночастичный оператор выполним две процедуры. Сначала, оператор n_s заменим на его значение в состоянии с сеньорити v=2 т.е. $n_s \to N - 1$. В дальнейшем это отображение обозначим как сеньорити-отображение А. Однако в действительных ФДСМ-вычислениях низколежащие состояния должны отличатся от данной схемы сеньорити. Чтобы учесть это более точно n_s заменим на , $N - 1 - \langle v \rangle / 2$, где $\langle v \rangle$-среднее значение сеньорити по основным ФДСМ-состояниям. Эту вторую процедуру обозначим как сеньорити–отображением В. Среднее значение $\langle v \rangle$ определяется из соотношения

$$\langle S^+ S \rangle = \frac{1}{4} \left(2N - \langle v \rangle\right)\left(2\Omega - 2N - \langle v \rangle + 2\right) \quad (14)$$

При каждом из этих приближений сеньорити-образ квадрупольного оператора становится одночастичным оператором. Тогда соответствующие эрмитовые сеньорити-образы квадрупольного оператора примут вид:

$$P_{C.A}^2 = \sqrt{1 - \frac{N-1}{\Omega - 1}} \left(d^+ s + s^+ d\right)^{(2)} + \chi \left(1 - \frac{2N - 2}{\Omega - 2}\right) \left(d^+ d\right)^{(2)} \quad (15)$$

$$P_{C.B}^2 = \sqrt{1 - \frac{N - \frac{1}{2}\langle\nu\rangle - 1}{\Omega - 1 - \langle\nu\rangle}}\left(d^+ s + s^+ d\right)^{(2)} + \chi\left(1 - \frac{2N - \langle\nu\rangle - 2}{\Omega - \langle\nu\rangle - 2}\right)\left(d^+ d\right)^{(2)} \quad (16)$$

При таких преобразованиях операторы D можно свести к оператором P^2.

Отображение A (15) имеет такой же вид как оно было получено Отсукой-Аримой-Якелло (ОАЯ) [1], тогда как отображения B (16) более ближе по духу к подходу Отсукой-Аримой -Якелло -Тальми (ОАЯТ) [2].

В) Отображение Беляева-Зелевинского (БЗ)

В методе БЗ бозонный образ мультипольных операторов такой же как в отображении Дайсона. А образ парных операторов конструируется так, чтобы удовлетворить алгебру коммутационных соотношении и сохранить эрмитовость фермионных операторов. В общем случае такое преобразование приводит к бесконечному ряду образов парных операторов, однако, последних можно выразить в замкнутой форме через Казимир-операторы или их собственные значения. Если мы сконструируем МВБ-подобный гамильтониан только с одно-и двух частичными членами, то в образе S –парных операторов необходимо сохранять именно эти члены. Тогда SO (8)- симметричный спаривательный оператор имеет вид:

$$S^+ \to s^+\sqrt{\Omega - 2N} + \frac{1}{2}(s^+ s^+ - d^+ d^+)s\,\frac{\sqrt{\Omega + 4} - \sqrt{\Omega - 2N}}{N + 2} \quad (17)$$

Этот оператор позволяет вычислить точные матричные элементы между следующими нижайшими состояниями SO(6)–предела SO(8)-симметрии: $|N, \delta = N>$ и $|N + 1, \delta = N \pm 1>$.

Для Sp(6) –симметрии аналогично имеем:

$$S^+ \to s^+\sqrt{\Omega - 3N} - \left[d^+ d^+ s - s^+ n_d - 2s^+ s^+ s + \frac{\sqrt{7}}{2} d^+ (d^+ d)^{(2)}\right]\frac{\sqrt{\Omega + 3/2} - \sqrt{\Omega - 3N}}{3N + 3/2} \quad (18)$$

Комбинируя каждого из выше приведенных выражении с их комплексно-сопряженными соотношениями и оставляя только одно-и двухчастичные члены в гамильтониане получаем бозонный образ фермионного парного взаимодействия подобный МВБ-гамильтониану.

Таким образом, как сеньорити так и БЗ–отображение будет самыми разумными приближениями отображения ФДСМ–гамильтониана переходящим в эрмитов гамильтониан МВБ-типа только с одно- и двухчастичными членами.

В таблице 1 приведены значения параметров гамильтониана SU(6)-симметрии МВБ для изотопов осмия в Мэв-ах. Здесь следует отметить, что в этой полной теории МВБ имеются 6 параметров отвечающих состояния определяемой операторами $s^+ s^+ ss(\varepsilon)$, $d^+ d^+ dd(C_0, C_2, C_4)$, $d^+ d^+ dd(\nu_2)$.

А в таблицах 2 и 3 приведены значения параметров гамильтониана Беляева-Зелевинского и сеньорити А, соответственно в тех же изотопах осмия. Для удобства сравнения эти параметры мы привели к единой системам, а именно, параметры a_1, a_2, a_3, a_4 относятся таким же аналогичным членам гамильтонианов операторы которых приведены высшее для полного SU(6)-гамильтониана МВБ. Как видно, эти параметры меняются плавно от ядра к ядру как в случае МВБ, как и в случаях отраженных гамильтонианов Беляева-Зелевинского и сеньорити А.

Таблица 1 – Значения параметров SU(6)-бозонного гамильтониана для изотопов осмия (Мэв)

Атомный вес	ε	C_0	C_2	C_4	ϑ_0	ϑ_2
186	-0,25	0,2	-0,10	0,04	-0,31	0,04
188	-0,89	0	-0,03	0,11	-0,37	0,03
190	-0,23	-0,08	-0,07	0,09	-0,27	0,03
192	-1,98	0,78	0,16	0,41	0,60	0,20

Таблица 2 – Значения параметров гамильтониана Беляева-Зелевинского для изотопов осмия (МэВ)

Атомный вес	a_1	a_2	a_3	a_4
186	2,01	0,70	0,25	0,02
188	2,10	0,74	0,27	0,04
190	2,15	0,80	0,32	0,05
192	1,30	0,39	0,10	0,18

Таблица 3 – Значения параметров гамильтониана сеньорити А отображения для изотопов осмия (МэВ)

Атомный вес	a_1	a_2	a_3	a_4
186	2,27	1,02	0,52	0,12
188	2,35	1,05	0,58	0,14
190	2,54	1,12	0,59	0,18
192	0,65	1,14	0,62	0,21

Хотелось бы особо обратить внимание на изменение значения параметров различных подходов с увеличением массы ядер. Видно, что каждый параметр ядер 186 осмия, 188 осмия, 190 осмия меняются плавно с ростом А, а при переходе к ядру 192 осмия все параметры претерпевает резки скачек. Такое изменение параметров имеет место и в модели МВБ. Это связано, по-видимому, с тем, что при переходе от А 190 к А-192 резко меняется симметрическая структура состояний ядер, или на языке «геометрической» модели О. Бора меняется форма ядер. С связи с этим уместно напомнить о предположениях Кумара [3] по исследованию величин $E_{2_2^+} \to E_{4_1^+}$ перехода, когда он утверждает, что происходит фазовый переход форм сплюснуто-вытянутой деформации. В работе [4] также получено дополнительное подтверждение фазового перехода от вытянутой к сплюснутой форме в изотопах осмия при А-192.

Литература

1 Otsuka T., Arima A. and Iachello F. A Shell- model description of collective states in medium –heavy and heavy nuclei // Nucl. Phys. - 1978. - Vol. A309. - P. 1-14.

2 Otsuka T., Arima A., Iachello F., Talmi I. The phenomenological describing of collective states of the nuclei // Phys. Lett. - 1978. - Vol.B76. - P. 139-151.

4 Wu Ch. L., Fend D.H., Chen X-G., Chen J.Q., Gnidry M.W. Fermion dynamical symmetry model of nuclei: Basis, Hamilatian, and symmetries // Phys. Rev. C. - 1987. - Vol. 36. - P. 1157-1180.

5 Бактыбаев К., Койлык Н., Раманкулов К.Е. Фермионная динамико-симметрическая модель коллективных возбуждений ядер // Вестник КазНУ. Сер.физ. - 2005. - №2. - С. 79-86.

6 Casten R.F., Cizewski J.A. The O(6)-rotor transition in Pt-Os nuclei // Nucl. Phys. - 1978. - Vol. A309. - P. 177-184.

7 Tamura N., Weeks K.I., Kishimova T. Analisis of nuclear collective motions in terms of theboson extension theory // Nucl. Phys. - 1980. - Vol. A.347. - P. 359- 387.

БОЗОНДЫҚ КЕҢІСТІККЕ ФЕРМИОНДЫҚ ГАМИЛЬТОНИАНДЫ КЕСКІНДЕУ

Қ.Б. Бақтыбаев, Н.О. Қойлық, К.Е. Раманкулов

Біріккен қоздырудың фермионды динамикалы-симметриялық моделінің құрылған микроскопиялық теориясы бозондық кеңістікке Дайсон, Беляев-Зелевинский және синьорити әдістерімен кескінделген. Күйлер спектрі және электромагниттік ауысудың ықтималдығы анықталған. Теория $^{186,188,190,192}Os$ осьмий жұп изотоптарының күйлерінің құрылымдарына зерттеуге келтірілген.

ОТОБРАЖЕНИЕ ФЕРМИОННОГО ГАМИЛЬТОНИАНА В БОЗОННОЕ ПРОСТРАНСТВО

K.B. Baktybayev, N.O. Koilyk, K.E. Ramankulov

Fermion theory was represented into boson's space by Daison, Belev-Zelevinski and Seniority methods. It was shown that FDSM and its boson representation gave a good explanation of experimental data. So it was shown that from the Hamiltonian of FDSM could be constructed boson type IBM-Hamiltonian by representation. So fermion theory gives microscopically base of phenomenological approaches.