АМПЛИТУДА УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ АДРОНОВ НА ЯДРЕ ^{15}C В ОБОЛОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ

А.М. Жусупов, Е.Т. Ибраева*, О. Имамбеков Г. Нурбакова*

**Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

Институт ядерной физики Национального ядерного центра РК, Алматы, Казахстан

В настоящей работе представлена техника расчета амплитуды упругого рассеяния протонов на нестабильном нейтроноизбыточном ядре ^{15}C в рамках дифракционной глауберовской теории. Пренебрежение «малыми» ядерными импульсами $\vec{Q}_i$ по сравнению с переданным $\vec{q}$, сделанное в ходе расчета, и использование оболочечных волновых функции в базисе гармонического осциллятора обеспечило вычисление динамических интегралов аналитически, что повысило точность вычислений.

Ядро ^{15}C относится к нестабильным по β-распаду нейтроноизбыточным ядрам, с тремя избыточными нейтронами. Эксперименты на таких ядрах проводятся в инверсной кинематике, когда мишенью является протон (ядро атома водорода), на который налетает пучок нестабильных ядер, полученных в ускорителе в результате ядерных реакций. Вопрос о структуре нейтроноизбыточных ядер является одним из наиболее интересных. В отношении ^{15}C он не решен до сих пор. Довольно узкое продольное импульсное распределение ядер ^{14}C, образующихся при развале ^{15}C на мишенях Be и C, малая энергия связи нейтрона (E=1.22 МэВ) и большое значение радиуса валентного нейтрона (R_{rms} = 5.53 фм [1]) дает возможность предположить его галообразную структуру [2-4], однако другие работы [5,6] не подтверждают это предположение. Поэтому при анализе всех имеющихся к тому времени данных в [7] делается вывод о неоднозначной ситуации с этим изотопом.

В настоящей работе мы рассчитываем амплитуду упругого рассеяния протонов на этом ядре, через которую выражаются все наблюдаемые в эксперименте величины: дифференциальное и полное сечения, поляризационные характеристики. Дифракционная теория Глаубера, в рамках которой выполнен расчет, позволяет изучить процесс рассеяния «микроскопически», т.е. оценить вклад в сечение от разных кратностей рассеяния и понять, какое влияние оказывает на него структура ядра.

Для расчета амплитуды необходимо знание волновой функции (ВФ) ядра и параметров элементарных протон-нуклонных амплитуд. Параметры амплитуд известны, сводка их имеется в работе [8]. Волновая функция ядра ^{15}C, которую мы используем в расчете, рассчитана в [9] в многочастичной модели оболочек. Для построения ВФ ядра ^{15}C в качестве базисных использовались состояния типа две протонные дырки в основном состоянии ядра ^{16}O плюс один нейтрон. Основное состояние ^{15}C $\left(J^{\pi}, T = \frac{1}{2}^{+}, \frac{3}{2}\right)$ на 98% определяется s-компонентой $\left|(1s)^4(1p)^{10}(2s)^1\right\rangle$,еще несколько процентов дает d-компонента: $\left|(1s)^4(1p)^{10}(1d)^1\right\rangle$, остальные волны составляют лишь доли процентов [9].

Оболочечную ВФ представим в виде

$$\Psi_{i,f}^{(JM_J)}(\vec{r}_i) = \Psi_{n_0 l_0 m_0}(\vec{r}_1,...\vec{r}_4)\,\Psi_{n_1 l_1 m_1}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14})\,\Psi_{n_2 l_2 m_2}(\vec{r}_{15}), \qquad (1)$$

где $n_i l_i m_i$ есть квантовые числа (главное, орбитальное и магнитное) соответствующей оболочки. Тогда s- и d-компоненты ВФ запишутся:

$$\left|(1s)^4(1p)^{10}(2s)^1\right\rangle = \sum_m \Psi_{000}(\vec{r}_1,...\vec{r}_4)\Psi_{11\nu}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14})\Psi_{200}(\vec{r}_{15}), \qquad (2)$$

$$\left|(1s)^4(1p)^{10}(1d)^1\right\rangle = \sum_{m_1 m_2} \Psi_{000}(\vec{r}_1,...\vec{r}_4)\Psi_{11m_1}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14})\Psi_{22m_2}(\vec{r}_{15}), \qquad (3)$$

где каждая из функций есть произведение одночастичных функций: $\Psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,...) = \prod_i \Psi(\vec{r}_i)$. Волновые функции, рассчитанные в осцилляторном базисе, факторизуются на радиальную и угловую части:

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}_i) = R_{nl}(r_i)Y_{lm}(\theta,\varphi), \qquad (4)$$

где радиальная ВФ вычисляется по формуле [10]:

$$R_{nl}(r_i) = \sqrt{\frac{2^{l+2}}{\pi^{1/2}}}\frac{1}{r_0^{3/2}}\exp\left(-\frac{r}{2r_0^2}\right)\sum_{k=0}^{\frac{n-l}{2}}\frac{(-1)^k}{k!}\frac{\sqrt{(n-l)!!(n+l+1)!!}}{(n-l-2k)!!(2l+2k+1)!!}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{l+2k}. \qquad (5)$$

Угловая часть представляет собой сферическую функцию $Y_{lm}(\theta,\varphi)$:

$$Y_{lm}(\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Theta_{lm}(\theta)\exp(im\varphi),$$

свойства которой изложены в [11].

Вероятность рассеяния частицы на ядре с ВФ $\Psi_i^{JM_J}$ и переходом в конечное состояние $\Psi_f^{J'M'_J}$ выражается через амплитуду рассеяния, которая в глауберовской теории записывается следующим образом [12]:

$$M_{if}(\vec{q}) = \sum_{M_J M_J'} \frac{ik}{2\pi}\int d^2\vec{\rho}\prod_{\nu=1}^{A} d\vec{r}_\nu \exp(i\vec{q}\vec{\rho})\left\langle\Psi_f^{JM_J}\right|\Omega\left|\Psi_i^{JM'_J}\right\rangle, \qquad (6)$$

где $\vec{\rho}$ − прицельный параметр, являющийся в теории Глаубера плоским (двумерным) вектором, соответствующим проекции радиуса-вектора рассеивающихся частиц $\vec{r}$ на плоскость, перпендикулярную направлению их распространения; $\vec{r}_\nu$ − одночастичные координаты нуклонов в мишени (или в пучке, когда рассеяние происходит в инверсной кинематике), от которых зависят ВФ $\Psi_i^{JM_J}, \Psi_f^{J'M'_J}$ в начальном и конечном состояниях (для упругого рассеяния $\Psi_i^{J'M'_J} = \Psi_f^{JM_J}$), A − число нуклонов в мишени (в данном случае A=15), $\vec{q}$ − переданный в реакции импульс:

$$\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}', \qquad (7)$$

$\vec{k},\vec{k}'$ − импульсы налетающего и вылетевшего протона. В случае упругого рассеяния $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$ и импульс q равен:

$$q = 2k\sin\frac{\theta}{2},\ k = \sqrt{\varepsilon^2 - m^2}, \qquad (8)$$

где θ - угол рассеяния, $\hbar = c = 1$.

Оператор Ω представляет собой ряд многократного рассеяния:

$$\Omega = 1 - \prod_{\nu=1}^{A}\left(1-\omega_\nu(\vec{\rho}-\vec{\rho}_\nu)\right) = \sum_{\nu=1}^{A}\omega_\nu - \sum_{\nu<\mu}\omega_\nu\omega_\mu + \sum_{\nu<\mu<\eta}\omega_\nu\omega_\mu\omega_\eta - ...(-1)^{A-1}\omega_1\omega_2...\omega_A. \qquad (9)$$

Отдельные профильные функции ω_ν выражаются через элементарные pN- амплитуды $f_{pN}(q)$:

$$\omega_\nu(\vec{\rho}-\vec{\rho}_\nu) = \frac{1}{(2\pi ik)}\int d\vec{q}_\nu \exp\left(-i\vec{q}_\nu(\vec{\rho}-\vec{\rho}_\nu)\right)f_{pN}(q_\nu). \qquad (10)$$

Сама же элементарная амплитуда записывается стандартным образом:

$$f_{pN}(q_\nu)=\frac{k\sigma_{pN}}{4\pi}\left(i+\varepsilon_{pN}\right)\exp\left(-\beta_{pN}^2 q_\nu^{\;2}\Big/2\right) \quad , \tag{11}$$

где σ_{pN} – полное сечение рассеяния протона на нуклоне, ε_{pN}– отношение действительной части амплитуды к мнимой, β_{pN}– параметр наклона конуса амплитуды. Значения параметров при разных энергиях представлены в [8].

Структура формулы (9) такова, что первый член ряда отвечает за однократные соударения протона с нуклонами ядра, второй − за двукратные, и т.д. до последнего члена, отвечающего за A-кратные соударения. В настоящем расчете мы ограничимся вторым членом ряда (9), поскольку известно, что ряд многократного рассеяния сходится быстро и члены трехкратного рассеяния на 3-4 порядка меньше членов однократного и практически вклада в сечение не дают. С другой стороны, такая запись (вместе с использованием оболочечных ВФ в базисе гармонического осциллятора) позволит рассчитать амплитуду аналитически, не прибегая к численному интегрированию (содержащему интегралы больших кратностей) на промежуточных этапах, что повышает точность расчетов.

Подстановка ряда многократного рассеяния (9) в амплитуду (6), и последующее интегрирования его по прицельному параметру $d\vec{\rho}$ и импульсам, переданным в каждом акте рассеяния $d\vec{q}_\mu,\ldots d\vec{q}_\nu$, приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned}\Omega&=\left\{\frac{2\pi}{ik}f_{pN}(q)\sum_{i=1}^{15}\exp(i\vec{q}\vec{\rho}_i)-\left(\frac{2\pi}{ik}f_{pN}\left(\frac{q}{2}\right)\right)^2\sum_{i}\exp\left(i\frac{q}{2}(\vec{\rho}_i+\vec{\rho}_j)\right)+\ldots\right\}=\\&=\frac{2\pi}{ik}f_{pN}(q)\sum_{i=1}^{15}\tilde{\omega}_i-\left(\frac{2\pi}{ik}f_{pN}\left(\frac{q}{2}\right)\right)^2\sum_{i=1}^{15}\tilde{\omega}_i\tilde{\omega}_j+\ldots\end{aligned} \tag{12}$$

Интегрирование по $d\vec{\rho}$ проводилось с помощью двумерной δ-функции:

$$\int d\vec{\rho}\exp(-i\vec{\rho}(\vec{q}-\vec{q}_\nu)=(2\pi)^2\delta^2(\vec{q}-\vec{q}_\nu)\,. \tag{13}$$

Чтобы разделить переменные для двукратного рассеяния при интегрировании вводились новые импульсы $\vec{Q}_i=\vec{q}_\nu+\vec{q}_\mu,\quad \vec{Q}_j=\frac{1}{2}\left(\vec{q}_\nu-\vec{q}_\mu\right)$. Кроме того, известно, что амплитуда нуклон-нуклонного взаимодействия является функцией, плавно меняющейся с изменением аргумента q. Поэтому в амплитуде f_{pN} мы пренебрегали импульсами Q_i (равными разности малых «ядерных» импульсов $q_\nu-q_\mu$) по сравнению с q, что для однократного рассеяния позволило вынести из-под знака интеграла амплитуду $f_{pN}(q)$, для двукратного амплитуду $-f_{pN}^2\left(\frac{q}{2}\right)$. Сравнение результатов расчетов амплитуд при пренебрежении малым «ядерным» импульсом Q_i показывает, что это завышает результат по сравнению с точным расчетом, но лишь в 1.05 раза [13]. Учитывая только одну, доминирующую s-компоненту ВФ и подставив ее в амплитуду (6), будем иметь:

$$\begin{aligned}&M_{if}(\vec{q})=\\&=\frac{ik}{2\pi}\sum_{M_J M_J'}\sum_{mm'}\int\left\langle\Psi_{000}(\vec{r}_1,\ldots\vec{r}_4)\Psi_{11m_1}(\vec{r}_5,\ldots\vec{r}_{14})\Psi_{200}(\vec{r}_{15})\right|\Omega\left|\Psi_{000}(\vec{r}_1,\ldots\vec{r}_4)\Psi_{11m_1}(\vec{r}_5,\ldots\vec{r}_{14})\Psi_{200}(\vec{r}_{15})\right\rangle\prod_{\nu=1}^{15}d\vec{r}_\nu\end{aligned} \tag{14}$$

Подставив в (14) первый член ряда многократного рассеяния (12), разделив переменные, запишем амплитуду однократного рассеяния:

$$M_{if}^{(1)}(\vec{q}) = f_{pN}(q)\left\{K_{000}(\vec{q})N_{20}\sum_m N_{11m} + N_{00}N_{20}\sum_m K_{11m}(\vec{q}) + N_{00}K_{200}(\vec{q})\sum_m N_{11m}\right\}, \qquad (15)$$

где

$$N_{00} = \prod_{i=1}^{4}\int \left|\Psi_{000}(\vec{r}_i)\right|^2 d\vec{r}_i,\ \ N_{11m} = \prod_{j=5}^{14}\int \left|\Psi_{11m}(\vec{r}_j)\right|^2 d\vec{r}_j,\ \ N_{20} = \int \left|\Psi_{200}(\vec{r}_{15})\right|^2 d\vec{r}_{15}, \qquad (16)$$

$$K_{nlm}(\vec{q}) = \prod_i \int \left|\Psi_{nlm}(\vec{r}_i)\right|^2 \sum_{i=1}^{4} \tilde{\omega}_i\, d\vec{r}_i, \qquad (17)$$

в частности:

$$K_{000}(\vec{q}) = \prod_{i=1}^{4}\int \left|\Psi_{000}(\vec{r}_i)\right|^2 \sum_{i=1}^{4} \tilde{\omega}_i\, d\vec{r}_i \qquad (18)$$

$$K_{11m}(\vec{q}) = \prod_{j=5}^{14}\int \left|\Psi_{11m}(\vec{r}_j)\right|^2 \sum_{j=5}^{14} \tilde{\omega}_j\, d\vec{r}_j \qquad (19)$$

$$K_{200}(\vec{q}) = \int \left|\Psi_{200}(\vec{r}_{15})\right|^2 \tilde{\omega}_{15}\, d\vec{r}_{15} \qquad (20)$$

Интегралы (16) являются нормировками соответствующих одночастичных функций в потенциале гармонического осциллятора, $K_{nlm}(\vec{q})$ назовем динамическими интегралами, т.к. они являются интегралами перекрывания ВФ с операторами $\tilde{\omega}_i$, действующими на координаты нуклонов находящихся в соответствующих оболочках. Так, $K_{000}(\vec{q})$ определяет рассеяние на нуклонах внутренней 1s-оболочки, $K_{11m}(\vec{q})$ − на нуклонах 1p-оболчки и $K_{200}(\vec{q})$ − на последнем нуклоне в 2s-оболочке.

Трудность в вычислении интегралов (17) − (20) состоит в том, что векторы, от которых зависят ВФ − трехмерные, одноименные же, от которых зависит оператор Ω − двумерные. Однако, заменив формально плоские вектора $\vec{\rho}_i$ на трехмерные $\vec{r}_i$, как это сделано в [12], можно интегрирование провести в сферической системе координат. Разложим экспоненту, определяющую профильную функцию $\tilde{\omega}$ в ряд [11]:

$$\exp(i\vec{q}\vec{r}_i) = 4\pi\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}(i)^{\lambda}\sqrt{\frac{\pi}{2qr_i}}J_{\lambda+1/2}(qr_i)Y_{\lambda\mu}(\hat{q})Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i), \qquad (21)$$

где $J_{\lambda+1/2}(qr_i)$ − функция Бесселя, $Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i)$ − сферическая функция. Подставив (4) и (21) в формулу (17), разделив переменные и проинтегрировав угловую часть по формуле [11]:

$$\int_{\Omega} Y_{l_1m_1}(\hat{r}_i)Y_{l_21m_2}(\hat{r}_i)Y^*_{l_3m_3}(\hat{r}_i)d\Omega = \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)}{4\pi(2l_3+1)}}\left\langle l_10l_20\right|\left.l_30\right\rangle\left. l_1m_1l_2m_2\right|\left. l_3m_3\right\rangle\ , \qquad (22)$$

для динамического интеграла (17) получим формулу:

$$K_{nlm}(\vec{q}) = \frac{2\pi}{\sqrt{2q}}\sum_{\lambda\mu}(i)^{\lambda}\sqrt{2\lambda+1}\,B_{nl\lambda}(q)\left\langle\lambda 0 l'0\right|\left. l0\right\rangle\left\langle\lambda\mu\, l'm'\right|\left. lm\right\rangle Y_{\lambda\mu}(\hat{q}), \qquad (23)$$

где

$$B_{nl\lambda}(q) = \int_0^{\infty}\left|R_{nl}(r)\right|^2 J_{\lambda+1/2}(qr)r^{3/2}dr\,. \qquad (24)$$

Для первого динамического интеграла (18):

$$K_{000}(q) = 4N_{00}^{3/4}\sqrt{\frac{\pi}{2q}}\,B_{000}(q), \qquad (25)$$

где

$$B_{000}(q)=\int\limits_0^\infty \left|R_{00}(r_1)\right|^2 J_{1/2}(qr_1)r_1^{3/2}dr_1 . \quad (26)$$

Второй динамический интеграл (19) будет несколько сложнее, т.к. у него ненулевые квантовые числа:

$$K_{11m}(\vec{q})=10(N_{11m})^{9/10}\sqrt{\frac{\pi}{2q}}\sqrt{4\pi}\sum_{\lambda\mu}(i)^{\lambda}\sqrt{2\lambda+1}\,B_{11\lambda}(q)\langle\lambda 010|10\rangle\langle\lambda\mu 1m'|1m\rangle Y_{\lambda\mu}(\hat{q}), \quad (27)$$

где

$$B_{11\lambda}(q)=\int\limits_0^\infty \left|R_{11}(r_5)\right|^2 J_{\lambda+1/2}(qr_5)r_5^{3/2}dr_5 \ . \quad (28)$$

Последний динамический интеграл (20) после интегрирования по углам примет вид:

$$K_{200}(q)=\sqrt{\frac{\pi}{2q}}B_{200}(q), \quad (29)$$

где

$$B_{200}(q)=\int\limits_0^\infty \left|R_{20}(r_{15})\right|^2 J_{1/2}(qr_{15})r_{15}^{3/2}dr_{15} . \quad (30)$$

Интегралы (26), (28) и (30) можно взять аналитически по формуле [14]:

$$\int\limits_0^\infty \exp(-\alpha r^2)J_{\delta}(qr)r^{\gamma}dr=\frac{\beta^{\delta}\Gamma\left(\frac{\delta+\gamma+1}{2}\right)}{2^{\delta+1}\alpha^{\frac{\delta+\gamma+1}{2}}\Gamma(\delta+1)}\,{}_1F_1\left(\frac{\delta+\gamma+1}{2},\delta+1,-\frac{\beta^2}{4\alpha}\right), \quad (31)$$

где

$\Gamma(a)$ – гамма-функция, ${}_1F_1\left(\frac{\delta+\gamma+1}{2},\delta+1,-\frac{\beta^2}{4\alpha}\right)$ – гипергеометрическая функция, два свойства которой мы будем использовать [15]:

$${}_1F_1(\zeta,\zeta,z)=\exp z,$$

$$\zeta\,{}_1F_1(\zeta+1,\vartheta,z)=(z+2\zeta-\vartheta)\,{}_1F_1(\zeta,\vartheta,z)+(\vartheta-\zeta)\,{}_1F_1(\zeta-1,\vartheta,z).$$

Приведем явный вид радиальных ВФ входящих в интегралы (26), (28), (30), вычисленные по формуле (8):

$$R_{00}=C_{00}\exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right),\quad C_{00}=\frac{2}{\pi^{1/4}r_0^{3/2}}, \quad (32)$$

$$R_{11}=C_{11}\frac{r}{r_0}\exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right),\quad C_{11}=\sqrt{\frac{2}{3}}C_{00}, \quad (33)$$

$$R_{20}=C_{20}\left(1-\frac{2}{3}\frac{r^2}{r_0^2}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right),\quad C_{20}=\sqrt{\frac{3}{2}}C_{00}. \quad (34)$$

Здесь r_0 связан с осцилляторным параметром $\hbar\omega$, соотношением $r_0^2=\frac{\hbar}{m\omega}$. Для ядер 1р-оболочки $\hbar\omega=13{,}8$ МэВ [11]. В нашем расчете $r_0=1{,}6$ фм.

Подставив формулу (32) в (26), с помощью формулы (31) можно вычислить интеграл аналитически:

$$B_{000}(q) = C_{00}^2 \left(\frac{r_0^2}{2} \right)^{3/2} \sqrt{q} \exp\left(-\frac{q^2 r_0^2}{4} \right) . \tag{35}$$

В интеграле (28) значение квантового числа λ ограничено значениями $\lambda = 0, 2$, что следует из коэффициентов Клебша-Гордана в формуле (27). Таким образом, необходимо вычислить два интеграла $B_{110}(q)$ и $B_{112}(q)$:

$$B_{110}(q) = C_{11}^2 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) J_{1/2}(qr) r^{7/2} dr = C_{11}^2 \frac{q^{5/2}}{2^{3/2}} \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \left(r_0^2\right)^{5/2} {}_1F_1\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{q^2}{4r_0^2} \right) =$$

$$= C_{11}^2 \frac{r_0^6}{2^{3/2}} \sqrt{q} \left(\frac{3}{2} - \frac{q^2 r_0^2}{4} \right) \exp\left(-\frac{q^2 r_0^2}{4} \right), \tag{36}$$

$$B_{112}(q) = C_{11}^2 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) J_{5/2}(qr) r^{7/2} dr = C_{11}^2 \frac{q^{1/2}}{2^{7/2}} \frac{\Gamma\left(\frac{13}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)} \left(r_0^2\right)^{7/2} {}_1F_1\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{q^2}{4r_0^2} \right) =$$

$$= C_{11}^2 \frac{q^{5/2}}{2^{7/2}} r_0^7 P\left(\frac{q^2 r_0^2}{4} \right) \exp\left(-\frac{q^2 r_0^2}{4} \right), \tag{37}$$

где

$$P\left(\frac{q^2 r_0^2}{4} \right) = \left(\frac{15}{2} - \frac{q^2 r_0^2}{4} \right) + \left(\frac{15}{2} - \frac{q^2 r_0^2}{4} \right)\left(\frac{11}{2} - \frac{q^2 r_0^2}{4} \right)\left(\frac{7}{2} - \frac{q^2 r_0^2}{4} \right) - 9\left(\frac{7}{2} - \frac{q^2 r_0^2}{4} \right). \tag{38}$$

Подставив в (30) ВФ (34) и применив (31), получим:

$$B_{200}(q) = C_{20}^2 \frac{r_0^3}{2^{3/2}} \sqrt{q}\, Q\left(\frac{q^2 r_0^2}{4} \right) \exp\left(-\frac{q^2 r_0^2}{4} \right), \tag{39}$$

где

$$Q\left(\frac{q^2 r_0^2}{4} \right) = \frac{2}{3}\left[\left(\frac{q^2 r_0^2}{4} \right)^2 - 2\left(\frac{q^2 r_0^2}{4} \right) + \frac{3}{2} \right]. \tag{40}$$

Перейдем к вычислению двукратного рассеяния. Подставим второй член ряда (12) в амплитуду (6):

$$M_{if}(\vec{q}) = \frac{2\pi}{ik} f_{pN}^2\left(\frac{q}{2} \right) \times$$

$$\times \sum_{M_J M_J'} \sum_{mm'} \int \left\langle \Psi_{000}(\vec{r}_1,...\vec{r}_4) \Psi_{11m_1}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14}) \Psi_{200}(\vec{r}_{15}) \right| \sum_{i<j=1}^{15} \omega_i \omega_j \left| \Psi_{000}(\vec{r}_1,...\vec{r}_4) \Psi_{11m_1}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14}) \Psi_{200}(\vec{r}_{15}) \right\rangle \prod_{\nu=1}^{15} d\vec{r}_\nu . \tag{41}$$

В операторе $\sum_{i<j=1}^{15} \omega_i \omega_j$ содержится 94 члена, однако из-за интегралов перекрывания угловых частей ВФ $\int Y_{lm}(\Omega) Y_{l'm'}(\Omega) d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$, в случае, когда $l \neq l'$, $m \neq m'$ интегралы обращаются в ноль, поэтому остается только 55 ненулевых членов. Вычислим один из них.

$$I_1 = N_{00} N_{20} D_{11mm'}\left(\frac{\vec{q}}{2} \right), \tag{42}$$

где

$$D_{11mm'}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)=\sum_{mm'}\int \Psi^*_{11m}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14})\Psi_{11m}(\vec{r}_5,...\vec{r}_{14})\exp\left(i\frac{\vec{q}}{2}(\vec{\rho}_5+\vec{\rho}_6)\right)\delta^2(\vec{\rho}_5-\vec{\rho}_6)d\vec{r}_5...d\vec{r}_{14}. \quad (43)$$

Заменив, как и в случае однократного рассеяния, двумерные вектора $\vec{\rho}_i$ на трехмерные $\vec{r}_i$, проинтегрировав по координате $\vec{r}_6$ с помощью δ-функции и разделив переменные, получим:

$$D_{11mm'}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)=\sum_{mm'} N_{11m}N_{11m'}\int \Psi^*_{11m}(\vec{r}_5)\Psi^*_{11m''}(\vec{r}_5)\Psi_{11m}(\vec{r}_5)\Psi_{11m''}(\vec{r}_5)\exp\left(i\vec{q}\vec{r}_5\right)d\vec{r}_5. \quad (44)$$

Поменяв местами суммирование и интегрирование в этом выражении, придем в выражению:

$$\sum_m \left|\Psi_{11m}(\vec{r}_5)\right|^2 = R^2_{11}(r_5)\sum_m \left|Y_{1m}(\hat{r}_5)\right|^2 = R^2_{11}(r_5)\frac{2m+1}{4\pi}=\frac{3}{4\pi}R^2_{11}(r_5) \quad (45)$$

Подставив результат (45) в (44), запишем:

$$D_{11mm'}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right)=\left(\frac{3}{4\pi}\right)^2\sum_{mm'} N_{11m}N_{11m'}\int_0^{2\pi} d\varphi\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(iqr_5\cos\theta)\sin\theta\, d\theta\int_0^{\infty} R^4_{11}(r_5)r_5^2 dr_5 \quad (46)$$

Окончательный ответ после проведения интегрирования:

$$D_{11mm'}(q)=\left(\frac{3}{4\pi}\right)^2\frac{3^2}{2^7\sqrt{\pi}}C^4_{11}G(q)\exp\left(-\frac{q^2}{4\alpha}\right)\sum_{mm'} N_{11m}N_{11m'}, \quad (47)$$

где $G(q)=\dfrac{q^4+60\alpha^2-20q^2\alpha}{\alpha^{11/2}}$, $\alpha=\dfrac{2}{r_0^2}$.

Остальные интегралы берутся аналогично.

В настоящей работе представлена техника расчета амплитуды упругого рассеяния протонов на нестабильном нейтроноизбыточном ядре ^{15}C в рамках дифракционной глауберовской теории. Пренебрежение «малыми» ядерными импульсами $\vec{Q}_i$ по сравнению с переданным $\vec{q}$, сделанное в ходе расчета, и использование оболочечных ВФ в базисе гармонического осциллятора обеспечило вычисление динамических интегралов аналитически, что повысило точность вычислений.

В дальнейшем будет вычислено дифференциальное сечение рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{1}{2J+1}\left|M_{if}(\vec{q})\right|^2,$$

которое является наблюдаемой величиной. Сравнив экспериментальное сечение с теоретическим, можно будет сделать выводы о качестве используемых ВФ и точности дифракционной теории, в рамках которой проведен расчет.

Литература

1. Sherr R. // Phys Rev.C 1996. V.54. P.1177
2. Bazin D. et al. // Phys Rev.C 1998. V.57. P.2156
3. Ozava A. et al. // Nucl.Phys.A. 1996. V.608. P.63
4. Fang D.Q. et al. // Phys.Rev. C 2000 V.61. 064311
5. Ozava A. et al. // RIKEN Rep. № AF- NP-294. 1998
6. Chulkov L.V. et al. // Nucl.Phys.A. 2000. V.674. P.330
7. Калпакчиева Р., Пениожкевич Ю.Э. // ЭЧАЯ. 2002. Т. 33. Вып.6. С.1247
8. Жусупов М.А., Ибраева Е.Т. // ЭЧАЯ. 2000. Т.31. Вып.6. С. 1131
9. Буркова Н.А. и др. Изв.РАН. Сер.физ. 2006. Т.70. С.284

10. Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах, М.: Наука. 1969
11. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975
12. Glauber R.G. High - energy collision theory. In: Lect. Theor. Phys. New York – London, Interscience. 1959. V.1. P.315; Глаубер Р. // УФН. 1971. Т.103. Вып.4. С.641
13. Golovanova N.F. et.al. // Nucl.Phys. A 1976. V. 262. P. 444.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука. 1963.
15. Справочник по специальным функциям под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М.: Наука. 1979.

ҚАБЫРШЫҚТЫ МОДЕЛЬДЕ АДРОНДАРДЫҢ ^{15}C ЯДРОСЫНАН СЕРПІМДІ ШАШЫРАУЫНЫҢ АМПЛИТУДАСЫ

А.М. Жүсіпов, Е.Т. Ибраева, О. Имамбеков, Г. Нұрбақова

Бұл жұмыста Глаубердің дифракциялық теориясының ауқымында орнықсыз нейтроны артық ^{15}C ядросынан протондардың шашырауының амплитудасын есептеу жолдары келтірілген. Есептеу кезінде берілген $\vec{q}$ импульсімен салыстырғанда $\vec{Q}_i$ «мардымсыз» ядролық импульстарды ескермеу және гармониялық осциллятор базисындағы қабыршықты толқындық функцияны пайдалану динамикалық интегралдарды аналитикалық жолмен есептеуге мүмкіндік берді. Бұл есептеулер дәлдігін арттырады.

AMPLITUDE OF HADRON ELASTIC SCATTERING ON THE ^{15}C NUCLEUS IN SHELL MODEL

A.M. Zhusupov, E.T. Ibraeva, O. Imambekov, G. Nurbakova

In given work the calculation method for the proton elastic scattering amplitude on the unstable neutron-excess ^{15}C nucleus done in a framework of the diffractive Glauber theory is presented. The choice of shell model wave functions within the oscillator basis as well as neglecting the “small” nuclear impulses $\vec{Q}_i$ comparing the transferred ones $\vec{q}$ allow to calculate the dynamic integrals analytically, so providing the high accuracy of the corresponding calculations.