ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ДРУДЕ-ЛОРЕНЦА МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

Ф.Б. Баимбетов, А.Е. Давлетов, Ж.А. Кудышев, М. Назарова

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, г. Алматы,

В данной работе рассматривается однокомпонентная электронная плазма, взаимодействием между частицами которой можно пренебречь, что соответствует модели Лоренца. На основе уравнения движения для электрона получено выражение для тензора диэлектрической проницаемости магнитоактивной плазмы, соответствующее обобщенной формуле Друде-Лоренца. Показано, что формула Друде остается справедливой при учете как эффектов поляризации плазменной среды, так и возникающих электрических токов, вызываемых коллективных движением электронов.

В настоящее время ожидается прорыв в исследованиях инерционного термоядерного синтеза, связанный с построением в США установки NIF (National Ignition Facility) [1]. Предполагается, что будет не только осуществлена управляемая термоядерная реакция, но и достигнут положительный выход энергии. Известно, что плазма инерционного термоядерного синтеза довольно хорошо описывается квазиклассическим пределом, при котором квантовые свойства системы трактуются полуклассическими методами. В связи с этим представляется актуальной задача исследования оптических свойств квазиклассической плазмы, особенно важная с точки зрения ее диагностики.

Целью данного исследования является изучение электродинамических характеристик и отражения электромагнитных волн от плазмы. Так как частота электромагнитного излучения крайне высока, то это позволяет рассматривать модель однокомпонентной среды, в которой свободные электроны независимо движутся на фоне неподвижных ионов. Роль последних сводится к обеспечению силы трения электронной жидкости, приводящей к затуханию возникающих в системе вынужденных колебаний. При этом в высокочастотном пределе отклонение единичного электрона $\mathbf{x}(\mathbf{r},t)$ от положения равновесия мало по сравнению с длиной электромагнитной волны λ, или, что тоже самое, выполняется условие

$$kx(\mathbf{r},t) \ll 1. \tag{1}$$

Рассмотрим однокомпонентную электронную плазму, находящуюся в постоянном однородном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$. Пусть в плазме распространяется электромагнитная волна. Тогда уравнение движения электронов с учетом силы трения, обусловленной столкновениями электронов с ионами, имеет вид:

$$m_e\ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t) = \mathbf{F}(\mathbf{r},t) - m_e\nu_e\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t) - e\mathbf{E}(\mathbf{r},t) - \frac{e}{c}\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t)\times\mathbf{B}, \tag{2}$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ – электрическое поле волны, $\mathbf{x}(\mathbf{r},t)$ – отклонение электрона от положения равновесия, связанное с воздействием внешнего электрического поля, ν_e – частота столкновений электронов с ионами плазменной среды, e – элементарный заряд, а m_e – масса электрона.

Первый член $\mathbf{F}(\mathbf{r},t)$ в правой части (2) появляется благодаря осцилляциям заряда плазменной среды, второй член соответствует трению электронов об ионы, третий член – силе, обусловленной внешним электрическим полем волны, а четвертый обусловлен действием внешнего магнитного поля. Влиянием магнитной компоненты электромагнитной волны будем пренебрегать, считая скорость движения электронов малой по сравнению со скоростью света.

Найдем общее выражение для силы $\mathbf{F}(\mathbf{r},t)$. Пусть в начальном состоянии электроны распределены равномерно с концентрацией n_e. Тогда отклонение электронов $\mathbf{x}(\mathbf{r},t)$ от положения равновесия, малое по сравнению с длиной волны, вызывает появление в плазме индуцированного заряда

$$\rho_{ind}(\mathbf{r},t) = en_e \operatorname{div}\mathbf{x}(\mathbf{r},t)\,, \tag{3}$$

а также индуцированной плотности электрического тока

$$\mathbf{j}_{ind}(\mathbf{r},t) = -en_e\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t)\,, \tag{4}$$

Для нахождения индуцированных электрического $\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t)$ и магнитного $\mathbf{B}_{ind}(\mathbf{r},t)$ полей воспользуемся уравнениями Максвелла

$$\operatorname{div}\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) = 4\pi\rho_{ind}(\mathbf{r},t)\,, \tag{5}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}_{ind}(\mathbf{r},t)\,, \tag{6}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B}_{ind}(\mathbf{r},t) = 0\,, \tag{7}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}_{ind}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_{ind}(\mathbf{r},t)\,. \tag{8}$$

Из (3) и (5) следует, что индуцированное электрическое поле имеет вид

$$\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) = 4\pi en_e\mathbf{x}(\mathbf{r},t)\,, \tag{9}$$

где учтено, что $\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) \equiv 0$ при $\mathbf{x}(\mathbf{r},t) \equiv 0$.

Подстановка (4) и (9) в (8) дает

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}_{ind}(\mathbf{r},t) = 0\,, \tag{10}$$

что вместе с (6) позволяет заключить, что

$$\mathbf{B}_{ind}(\mathbf{r},t) \equiv 0\,, \tag{11}$$

то есть магнитное поле в модели Друде-Лоренца не индуцируется.

В тоже время из уравнений (6), (9) и (11) следует, что отклонение электрона от положения равновесия должно быть потенциальным

$$\operatorname{rot}\mathbf{x}(\mathbf{r},t) = 0\,. \tag{12}$$

Уравнение (12) удовлетворяется в модели Друде-Лоренца естественным образом в силу (1).

Значит сила $\mathbf{F}(\mathbf{r},t)$, действующая на электроны, обусловлена только индуцированным электрическим полем и равна

$$\mathbf{F}(\mathbf{r},t) = -e\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) = -4\pi e^2 n_e \mathbf{x}(\mathbf{r},t)\,. \tag{13}$$

После подстановки выражения (13) в (2), уравнение движения электронов принимает вид

$$\ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t) = -\omega_p^2 \mathbf{x}(\mathbf{r},t) - \nu_e \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t) - \frac{e}{m_e}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) - \frac{e}{m_e c}\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{r},t)\times\mathbf{B}\,, \tag{14}$$

где $\omega_p^2 = 4\pi n_e e^2 / m_e$ – плазменная частота колебаний электронов.

Для определенности будем считать, что внешнее магнитное поле в плазме направлено вдоль оси OZ, то есть

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Пусть в плазме распространяется синусоидальная, линейно-поляризованная волна

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})\exp(i\omega t) = \begin{pmatrix} E_{0x}(\mathbf{r}) \\ E_{0y}(\mathbf{r}) \\ E_{0z}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}\exp(i\omega t)\,. \tag{16}$$

где функции $E_{0x}(\mathbf{r}), E_{0y}(\mathbf{r}), E_{0z}(\mathbf{r})$ представляют собой проекции амплитуды на координатные оси.

С учетом выше сказанного, ищем решение уравнения (14) в виде

$$\mathbf{x}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) = \begin{pmatrix} A_x(\mathbf{r}) \\ A_y(\mathbf{r}) \\ A_z(\mathbf{r}) \end{pmatrix}\exp(i\omega t) \tag{17}$$

и, решая его, находим

$$\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) = 4\pi e n_e \mathbf{x}(\mathbf{r},t) = \mathbf{D}\cdot\mathbf{E}_0(\mathbf{r})\exp(i\omega t)\,, \tag{18}$$

где матрица $\mathbf{D}$ имеет вид

$$D = \begin{pmatrix} \dfrac{\omega_p^2\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)}{\left(\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)^2 - \omega^2\omega_L^2\right)} & \dfrac{i\omega\omega_L\omega_p^2}{\left(\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)^2 - \omega^2\omega_L^2\right)} & 0 \\ -\dfrac{i\omega\omega_L\omega_p^2}{\left(\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)^2 - \omega^2\omega_L^2\right)} & \dfrac{\omega_p^2\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)}{\left(\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)^2 - \omega^2\omega_L^2\right)} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\omega_p^2}{\left(\omega^2 - i\nu_e\omega - \omega_p^2\right)} \end{pmatrix}, \tag{19}$$

а $\omega_L = eB / m_e c$ – ларморовская частота электронов.

Формулы (18) и (19) устанавливают линейную зависимость индуцированного электрического поля плазмы от электрической компоненты поля падающей волны.

С другой стороны вектор поляризации равен

$$P(\mathbf{r},t) = -en_e\mathbf{x}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{\varepsilon}-\mathbf{I})\left(\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t)\right), \tag{20}$$

или с учетом (9)

$$-\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t) = (\boldsymbol{\varepsilon}-\mathbf{I})\left(\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\mathbf{E}_{ind}(\mathbf{r},t)\right), \tag{21}$$

где $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица, а $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор диэлектрической проницаемости плазмы.

Подставляя (18) в (21), получаем матричное уравнение

$$(\boldsymbol{\varepsilon}-\mathbf{I})(\mathbf{I}+\mathbf{D}) = -\mathbf{D}, \tag{22}$$

решение которого с учетом (19) принимает вид

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{\omega_p^2(\omega-i\nu_e)}{\omega\left[(\omega-i\nu_e)^2-\omega_L^2\right]} & -\dfrac{i\omega_L\omega_p^2}{\omega\left[(\omega-i\nu_e)^2-\omega_L^2\right]} & 0 \\ +\dfrac{i\omega_L\omega_p^2}{\omega\left[(\omega-i\nu_e)^2-\omega_L^2\right]} & 1-\dfrac{\omega_p^2(\omega-i\nu_e)}{\omega\left[(\omega-i\nu_e)^2-\omega_L^2\right]} & 0 \\ 0 & 0 & 1-\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2-i\nu_e\omega} \end{pmatrix}. \tag{23}$$

В отсутствие магнитного поля $B=0$ имеем $\omega_L=0$, а тензор диэлектрической проницаемости становится диагональным в соответствие с формулой Друде-Лоренца

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2-i\nu_e\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 1-\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2-i\nu_e\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 1-\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2-i\nu_e\omega} \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Заключение

В данной работе был получен тензор диэлектрической проницаемости магнитоактивной электронной плазмы. Было показано, что поляризация плазмы и возникающие в ней индуцированные токи не влияет на окончательное выражение для диэлектрической проницаемости, которое в случае электронного газа принимает форму обобщенной формулы Друде-Лоренца.

Литература

1. Glenzer S.H., Redmer R. // Rev. Mod. Phys., 2009, v. 81, p. 1625.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. - Т.9. Электродинамика сплошных сред.
3. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. – М.: Наука, 1967.
4. Baimbetov F.B., Davletov A.E., Kudyshev Zh.A.// Plasma Phys. Control. Fus. Submitted.

МАГНИТТІ-БЕЛСЕНДІ ПЛАЗМАНЫҢ ЖАЛПЫЛАНҒАН ДРУДЕ-ЛОРЕНЦ ПІШІНІ

Ф.Б. Баимбетов, А.Е. Давлетов, Ж.А. Кудышев, М. Назарова

Бұл жұмыста Лоренц пішініне (моделіне) сәйкес келетін, яғни бөлшектер арасындағы әсерлесуді ескермеуге болатын, біркомпонентті электрондық плазма қарастырылды. Электрон қозғалысының теңдеуінің негізінде магнитті-белсенді плазманың диэлектрлік өтімділігінің тензоры үшін жалпыланған Друде-Лоренц формуласына сәйкес өрнек алынды. Друде формуласы плазмалық ортаның поляризациялық эффектін есепке алғанда және электрондардың коллективті қозғалысының әсерінен пайда болатын электр тоғында да әділетті болатыны көрсетілген.

GENERALIZED DRUDE-LORENTZ MODEL OF MAGNETIZED PLASMAS

F.B. Baimbetov, A.E. Davletov, Zh.A. Kudyshev, M.B. Nazarova

In the present work we consider a one-component magnetized plasma in which the interparticle interactions can be completely neglected which corresponds to the so-called Lorentz model. Starting from the equation of motion of an electron an expression for the tensor dielectric function of magnetized plasmas is obtained which turns simply the the Drude-Lorentz formula. It is shown that the Drude formula remains valid on accounting for both the polarization of the plasma medium and induced electric currents caused by the collective motion of electrons.