

ФАЗОВЫЕ СДВИГИ РАССЕЙЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

А.Е. Давлетов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

Исследованы фазовые сдвиги рассеяния электронов в частично ионизованной водородной плазме. Расчеты проводятся с использованием уравнения Калоджеро, определяющего фазовые сдвиги рассеяния при произвольном расстоянии между частицами. В качестве потенциала взаимодействия частиц используется ранее предложенная самосогласованная химическая модель частично ионизованной водородной плазмы.

1. Введение

Известно, что транспортные свойства плазменной среды определяются межчастичным потенциалом взаимодействия и сильно зависят от таких характеристик как концентрация и температура электронов. Экспериментальные [1-4] и теоретические [5-9] исследования показали важность учета в потенциале взаимодействия таких явлений квантовомеханические эффекты, экранировка поля и т.д. Впервые возможность одновременного учета квантовых эффектов и экранировки поля зарядов была продемонстрирована в [10], что позволило в дальнейшем рассчитать электропроводность квазиклассической двухкомпонентной плазмы. В данной работе предлагается несколько отличный подход, основанный на использовании экранированных потенциалов, полученных в рамках самосогласованной химической модели [11], и дальнейшем использовании квантового уравнения Калоджеро для определения фаз рассеяния.

В дальнейшем рассматривается частично ионизованная плазма водорода, состояние которой характеризуется безразмерным параметром связи $\Gamma = e^2 / ak_B T$, где k_B – постоянная Больцмана, T – температура, e – электрический заряд, $a = (3/4\pi n)^{1/3}$ – среднее расстояние между частицами, n – полная концентрация протонов водорода, и безразмерным параметром плотности $r_s = a/a_B$, здесь $a_B = \hbar^2 / m_e e^2$ – первый Боровский радиус, \hbar – постоянная Планка, m_e – масса электрона.

2. Самосогласованная химическая модель

Вспользуемся химической моделью плазмы, в которой атомы рассматриваются как отдельный сорт частиц. Для этого необходимо определить вид свободной энергии системы, минимизация которой позволит выяснить условия ионизационного равновесия.

Цепочка уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения в приближении парных корреляций имеет вид [9]

$$\Delta_i \Phi_{ab}({}^a r_i, {}^b r_j) = \Delta_i \varphi_{ab}({}^a r_i, {}^b r_j) - \sum_c \frac{n_c}{k_B T} \int d^c r_k \Delta_i \varphi_{ac}({}^a r_i, {}^c r_k) \cdot \Phi_{cb}({}^c r_k, {}^b r_j), \quad (1)$$

где φ_{ab} – микропотенциал взаимодействия частиц плазмы, Φ_{ab} – макропотенциал, учитывающий коллективные явления, ${}^a r_i$ – радиус-вектор i -ой частицы сорта a , Δ – оператор Лапласа, n_c – концентрация частиц сорта c .

Соотношение (1) в Фурье-пространстве представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, решение которой в случае трехкомпонентной плазмы имеет вид

$$\tilde{\Phi}_{ab}(k) = \frac{1}{\Delta} (\tilde{\varphi}_{ab}(k) + \sum_{c=e,i,n} A_c [\tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{ab}(k) - \tilde{\varphi}_{ac}(k)\tilde{\varphi}_{bc}(k)] + \delta_{ab} \sum_{c,d=e,i,n} A_c A_d \left[\frac{\tilde{\varphi}_{ac}(k)\tilde{\varphi}_{ad}(k)\tilde{\varphi}_{cd}(k) + \tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{dd}(k) - \tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{cd}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{ad}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{dd}(k)\tilde{\varphi}_{ac}(k)^2}{2} \right]), (2)$$

а

$$\Delta = 1 + \sum_{a=e,i,n} A_a \tilde{\varphi}_{aa}(k) + \sum_{a,b} A_a A_b [\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{bb}(k) - \tilde{\varphi}_{ab}(k)^2] + A_a A_b A_c \times \left[\frac{\tilde{\varphi}_{ab}(k)\tilde{\varphi}_{bc}(k)\tilde{\varphi}_{ac}(k)}{3} + \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{bb}(k)\tilde{\varphi}_{cc}(k) - \tilde{\varphi}_{aa}(k)\tilde{\varphi}_{bc}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{bb}(k)\tilde{\varphi}_{ac}(k)^2 - \tilde{\varphi}_{cc}(k)\tilde{\varphi}_{ab}(k)^2}{6} \right]. (3)$$

Здесь $A_c = n_c / k_B T$ и δ_{ab} - символ Кронекера.

Выражение для макропотенциалов в конфигурационном пространстве получается из (2) простым преобразованием Фурье

$$\Phi_{ab}(r) = \int \tilde{\Phi}_{ab}(k) \exp(ikr) dk. (4)$$

В качестве микропотенциала взаимодействия нейтральной компоненты выберем потенциал [12]

$$\varphi_{pn}(r) = -\varphi_{en}(r) = e^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a_B} \right) \exp\left(-\frac{2r}{a_B} \right), (5)$$

тогда как заряженная компонента плазмы взаимодействует по закону Кулона

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{pp}(r) = -\varphi_{ep}(r) = \frac{e^2}{r}. (6)$$

Здесь необходимо сделать несколько замечаний. При получении выражений (5) предполагалось, что атомы находятся в основном состоянии и поляризационные эффекты, как в потенциале Леннарда-Джонса, не учитываются.

Радиальные функции распределения легко выражаются через макропотенциалы [9]

$$g_{ab}(r) = 1 - \frac{\Phi_{ab}(r)}{k_B T}, (7)$$

а корреляционная энергия через радиальные функции распределения

$$E = 2\pi V \int_0^\infty \sum_{a,b} n_a n_b \varphi_{ab}(r) g_{ab}(r) r^2 dr. (8)$$

Свободная энергия выражается через корреляционную энергию в виде

$$F = -N_e k_B T \ln \left(\frac{2eV}{N_e \lambda_e^3} \right) - N_p k_B T \ln \left(\frac{eV}{N_p \lambda_p^3} \right) - N_n k_B T \ln \left(\frac{eV \Sigma_n}{N_n \lambda_n^3} \right) - T \int \frac{E}{T^2} dT, (9)$$

где V - объем системы, N_a - число частиц сорта a , $\lambda_a = (2\pi\hbar^2 / m_a k_B T)^{1/2}$ - тепловая длина волны де Бройля, Σ_n - внутренняя атомная сумма.

В качестве внутренней статистической суммы атома выберем следующее выражение для суммы Планка-Ларкина

$$\Sigma_n = \Sigma_{PL} = \sum_{n=1}^{\infty} 2n^2 \left[\exp\left(\frac{E_n}{k_B T}\right) - 1 - \frac{E_n}{k_B T} \right]. \quad (10)$$

Для определения ионизационного равновесия свободная энергия (9) минимизируется как функция степени ионизации $\alpha = n_p / (n_p + n_n)$, а полученные численные результаты представлены на рисунках 1-2.

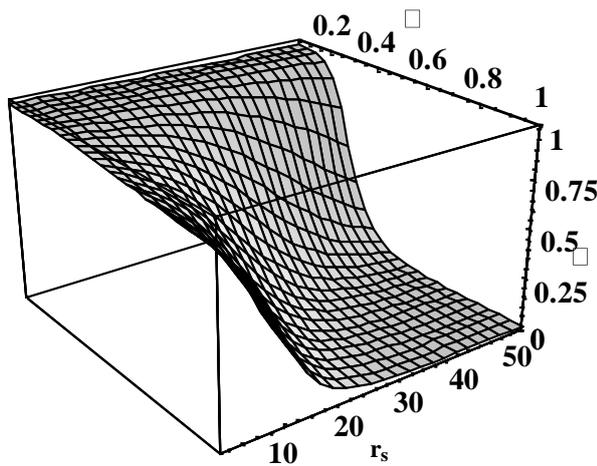


Рис. 1 – Степень ионизации водородной плазмы в зависимости от безразмерных параметров связи Γ и плотности r_s с атомной суммой Планка-Ларкина.

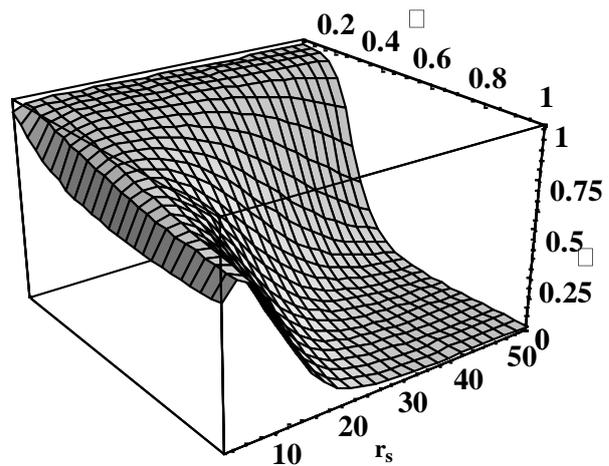


Рис. 2 – Степень ионизации водородной плазмы в зависимости от безразмерных параметров связи Γ и плотности r_s с обрзанной атомной суммой [11].

Таким образом, определена степень ионизации в широком диапазоне изменения параметров плазмы.

3. Фазовые сдвиги рассеяния электронов

Одними из важнейших характеристик любой среды являются транспортные коэффициенты, такие как коэффициенты диффузии, теплопроводности, вязкости, а в случае наличия свободных зарядов и электропроводности. Процессы рассеяния при этом играют ключевую роль, а их учет происходит посредством так называемого сечения рассеяния. Наиболее надежные результаты дает при этом квантовая механика, а исходным пунктом всех вычислений служит потенциал взаимодействия частиц.

Так как выше было определено поведение степени ионизации плазмы, то таким образом становится возможным определение поведения макропотенциалов (1)-(4) взаимодействия частиц в зависимости от расстояний между ними. В свою очередь это позволяет определить сдвиги фаз при рассеянии исходя из следующего уравнения Калоджеро [13]

$$\frac{d}{dr} \delta_i^{ab}(r) = -\frac{2\mu_{ab}}{\hbar^2 k} \Phi_{ab}(r) \left[\cos \delta_i^{ab}(r) j_l(kr) - \sin \delta_i^{ab}(r) n_l(kr) \right]^2 \quad (11)$$

с начальными условиями $\delta_i^{ab}(0) = 0$. Здесь $\delta_i^{ab}(r)$ - фазовый сдвиг при рассеянии частиц сортов a и b , $j_l(kr)$ и $n_l(kr)$ - функции Рикатти-Бесселя первого и второго родов

соответственно, $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu_{ab}$ относительная кинетическая энергия взаимодействующих частиц с приведенной массой $\mu_{ab} = m_a m_b / (m_a + m_b)$.

Уравнение Калоджеро (11) было решено численно с макропотенциалом взаимодействия (26)-(28) и численные результаты представлены на рисунках 3-10.

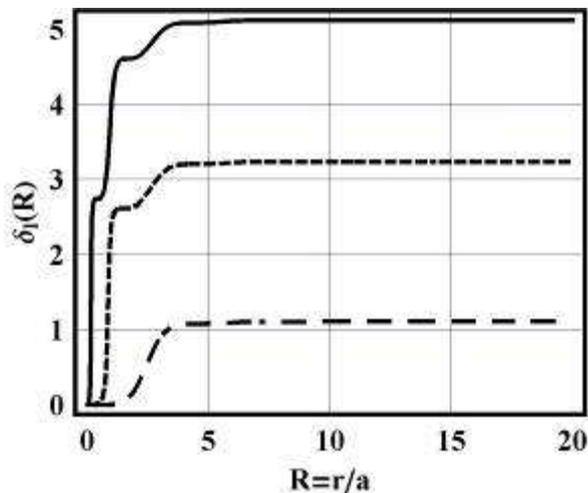


Рис. 3 – Электрон-протонный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 5$ и $\Gamma = 0.1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

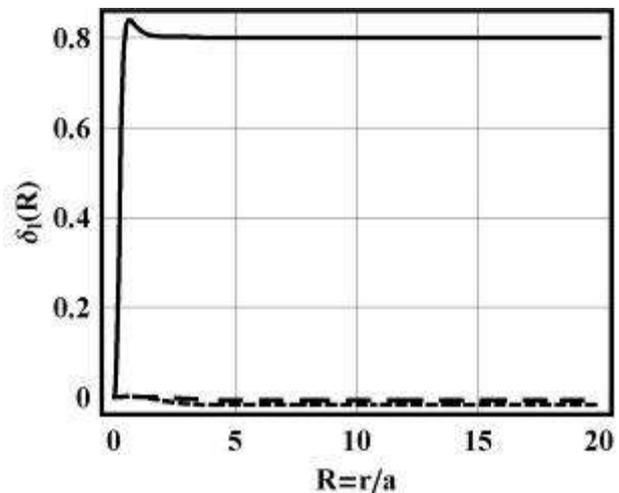


Рис. 4 – Электрон-атомный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 5$ и $\Gamma = 0.1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

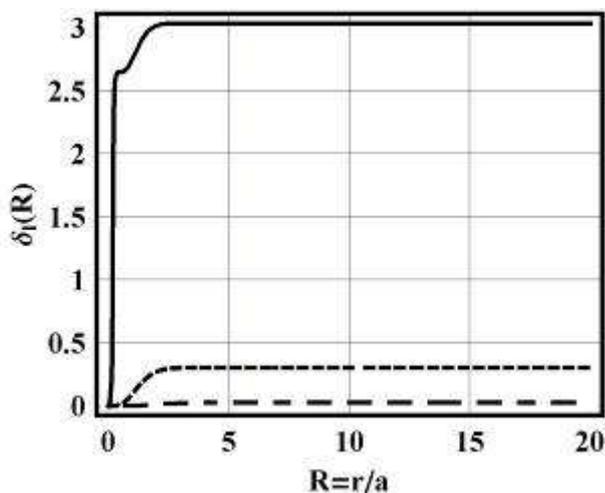


Рис. 5 – Электрон-протонный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 5$ и $\Gamma = 1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

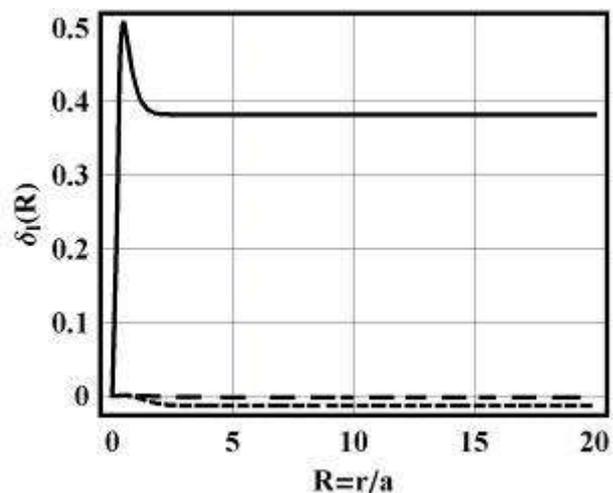


Рис. 6 – Электрон-атомный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 5$ и $\Gamma = 1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

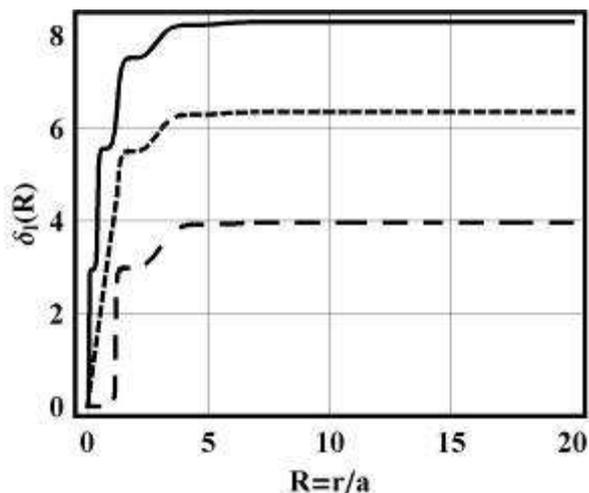


Рис. 7 – Электрон-протонный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 10$ и $\Gamma = 0.1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

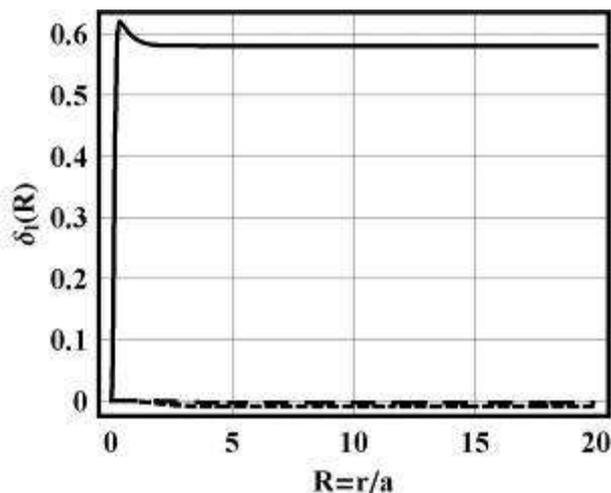


Рис. 8 – Электрон-атомный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 10$ и $\Gamma = 0.1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

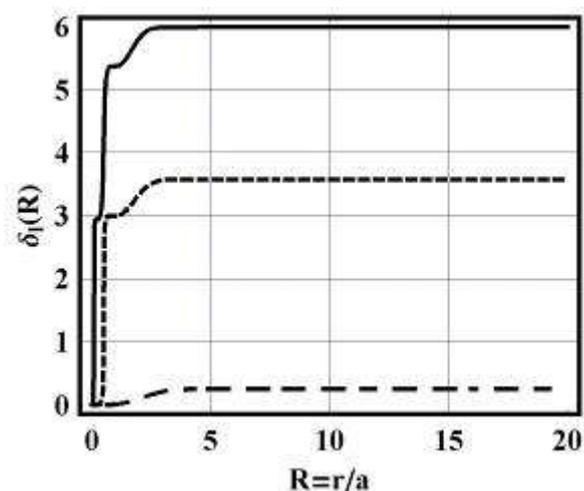


Рис. 9 – Электрон-протонный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 10$ и $\Gamma = 1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

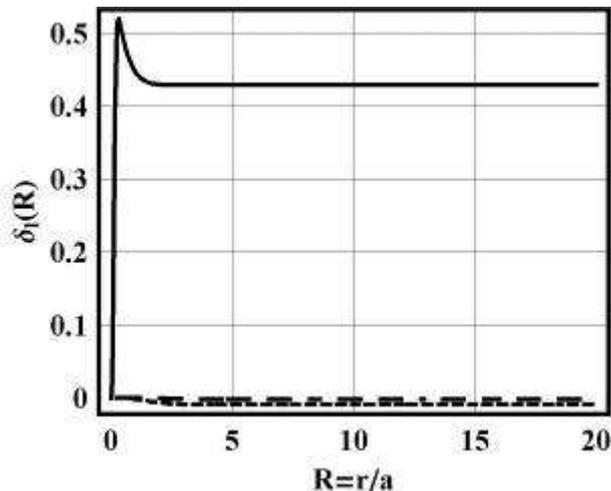


Рис. 10 – Электрон-атомный фазовый сдвиг в зависимости от расстояния между частицами при $r_s = 10$ и $\Gamma = 1$. Сплошная линия: $l = 0$; точечная линия: $l = 1$; штриховая линия: $l = 2$.

Из рисунков можно сделать следующие выводы. При фиксированной плотности и увеличении параметра связи фазы рассеяния на бесконечном расстоянии уменьшаются, что связано с нарастанием роли коллективных явлений, приводящих, в частности, к экранировке поля при взаимодействии заряженных частиц. Аналогично, при фиксированном параметре связи Γ и уменьшении плотности (увеличении параметра плотности r_s) фазы рассеяния возрастают, так как ослабевают влияние коллективных эффектов на взаимодействие между частицами среды. Во всех случаях фазы рассеяния уменьшаются с ростом квантового числа l , так как при фиксированной энергии частиц увеличение l соответствует нарастанию прицельного параметра, а значит некоторому снижению интенсивности рассеяния.

4. Выводы

В данной работе исследованы фазы рассеяния электронов на протонах и атомах частично ионизированной плазмы. Отправной точкой явилась предложенная ранее

самосогласованная химическая модель плазмы водорода, позволяющая таким образом рассчитывать не только термодинамические свойства, но и транспортные коэффициенты.

Литература

1. Ivanov Yu.L., Mintsev V.B., Fortov V.E., Dremin A.N., ЖЭТФ, т.71, 216 (1976).
2. Shepherd R.L., Kania D.R., Jones L.A., Physical Review Letters, v.61, 1278 (1988); см. также Shepherd R.L., Kania D.R., Jones L.A., Schneider D.H., Stewart R.E., в кн.: Strongly Coupled Plasmas, ed. S. Ichimaru (Elsevier, Yamada, 1990) p. 433.
3. Popovic M.M., Vitel Y., Mihajlov A.A., в кн.: Strongly Coupled Plasmas, под ред. S. Ichimaru (Elsevier, Yamada, 1990), с.561.
4. Radtke R., Gunther K., Journal of Physics D: Applied Physics, v.9, 1131 (1976).
5. Ropke G., Redmer R. Physical Review A, v.39, 907 (1989).
6. Reinholz H., Redmer R., Ropke G., в кн.: //Physics of Nonideal Plasmas, под ред. W. Ebeling, A. Foerster and R. Radtke, (Teubner, Stuttgart-Leipzig, 1992) с.190.
7. Ichimaru S., Tanaka S., Physical Review A, v.32, 1790 (1985).
8. Arkhipov Yu. V., Baimbetov F. B., Davletov A. E., Starikov K. V., Journal of Plasma Physics, v.68, 81 (2002).
9. Архипов Ю.В., Баимбетов Ф.Б., Давлетов А.Е., Стариков К.В., «Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы». (Алматы, «Казак Университеті», 2002).
10. Arkhipov Yu. V., Davletov A. E., Physics Letters A, v.247, 339 (1998).
11. Arkhipov Yu. V., Baimbetov F. B., Davletov A. E., Physics of Plasmas, v.12, 082701 (2005).
12. Мотт Н., Месси Г., Теория атомных столкновений. М.: Мир. 1969 г.
13. Calogero F., The Variable Phase Approach to Potential Scattering, New York, N.Y., 1967.

Жартылай иондалған сутегі плазмадағы электрондардың шашырауының фазалық ығысулары

А.Е. Давлетов

Жартылай иондалған сутегі плазмадағы электрондардың шашырауының фазалық ығысулары зерттелген. Есеп бөлшектер арасындағы әрбір қашықтықтағы шашырауының фазалық ығысуларды анықтайтын Калоджеро теңдеуі арқылы шешілген. Бөлшектер әрекеттесу псевдопотенциалы ретінде өткендегі жартылай иондалған сутегі плазманың өзіндік үйлестірілген химиялық моделі қолданылған.

Phase shifts of electron scattering on partially ionized hydrogen plasmas

A.E. Davletov

Phase shifts of electron scattering in partially ionized hydrogen plasmas are investigated. Calculations are conducted with the use of Calogero's equation determining phase shifts at any separation between particles. Interaction potential needed is taken from the self-consistent chemical model of partially ionized hydrogen plasmas suggested earlier.