

МРНТИ 29.05.41

<https://doi.org/10.26577/RCPH.2022.v80.i1.02>**Д.Ж. Рахатов***, **П.Ю. Цыба**, **О.В. Разина**Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Казахстан, г. Нур-Султан
*e-mail: godauren@gmail.com

СТЕПЕННЫЕ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ $f(G)$ -ГРАВИТАЦИИ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ И СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ

В данной статье исследована модель гравитации Гаусса-Бонне, действие которой включает в себя инвариант Гаусса-Бонне, максвелловский член $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ и скалярное поле. Модель рассматривается в плоской, изотропной и однородой Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера в четырех измерениях на поздних этапах развития Вселенной. Использована метрика Минковского. Для исследуемой модели получена система уравнений движения и решение с масштабным фактором со степенной и модифицированной степенной зависимостью от времени. Для получения решений использовался метод вариации. Аналогичные решения получаются и при использовании уравнения Эйлера-Пуассона и метода понижения порядка производной с последующим применением уравнения Эйлера-Лагранжа. Получены значения $\varphi(t)$, плотности энергии и изотропного давления, графики которых соответствуют современным космологическим данным. В ходе исследования выяснилось, что при масштабном факторе со степенной зависимостью от времени в рамках исследуемой модели параметр уравнения состояния ω равен значению, которое получается при решении модели с модифицированным степенным масштабным фактором. Параметр замедления отрицателен, что подтверждает реалистичность предложенной модели в рамках ускоренно расширяющейся вселенной. При рассмотрении энергетических условий NEC, WEC, SEC и DEC выяснилось, что условия NEC, WEC и DEC соблюдаются в обеих моделях, но не соблюдается энергетическое условие SEC. Показано сравнение значений энергетических условий двух моделей.

Ключевые слова: космология, $f(G)$ -гравитация, инфляция, энергетические условия, параметр замедления.

D.Z. Rakhatov*, P.Y. Tsyba, O.V. Razina

L. N. Gumilyov Eurasian national university, Kazakhstan, Nur-Sultan
*e-mail: godauren@gmail.com

Power-law solutions of the $f(G)$ gravity model with electromagnetic and scalar field

In this article, the Gauss-Bonnet model of gravity is investigated, the action of which includes the Gauss-Bonnet invariant, the Maxwell term $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ and the scalar field. The model is considered in a flat, isotropic and homogeneous Friedman-Robertson-Walker universe in four dimensions at the late stages of the Universe evolution. The Minkowski metric is used. For the researched model, a system of equations of motion and a solution with a scale factor with a power and modified power dependence on time are found. To find a solution, the method of variation was used. Similar solutions are obtained using the Euler-Poisson equation and the method of lowering the order of the derivative, followed by the usage of the Euler-Lagrange equation. The values of $\varphi(t)$, energy density and isotropic pressure are obtained, the graphs of which correspond to modern cosmological data. In the course of the research, it turned out that for a scale factor with a power-law dependence on time within the framework of the researched model, the parameter of the equation of state is equal to the value obtained when solving a model with a modified power-law scale factor. The deceleration parameter is negative, which confirms the realism of the proposed model within the framework of an accelerated expanding universe. When considering the energy conditions, it turned out that the conditions are fulfilled in both models, but the SEC is not fulfilled. A comparison of the values of the energy conditions of the two models is shown.

Key words: cosmology, $f(G)$ gravity, inflation, energy conditions, deceleration parameter.

Д.Ж. Рахатов*, П.Ю. Цыба, О.В. Разина

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ.
*e-mail: godauren@gmail.com

Электромагниттік және скаляр өрістері бар $f(G)$ гравитациялық модельдің дәрежелік шешімдер

Бұл мақалада Гаусс-Бонне гравитация моделі зерттелген, оның әрекетіне Гаусс-Бонне инварианты, Максвелл мүшесі $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ және скаляр өріс кіреді. Модель Фридман-Робертсон-Уокердің жалпақ, изотропты және біртекті ғаламында ғаламның дамуының кейінгі кезеңдерінде төрт өлшемде зерттелді. Минковский метрикасы қолданылды. Зерттелетін модель үшін қозғалыс теңдеулерінің жүйесі және уақытқа байланысты қуат пен модификацияланған қуат тәуелділігі бар масштабты фактормен шешім алынды. Шешімдерді алу үшін вариация әдісі қолданылды. Ұқсас шешімдер Эйлер-Пуассон теңдеуін және Эйлер-Лагранж теңдеуін қолдана отырып, туынды ретін төмендету әдісін қолдану арқылы алынады. Графиктері қазіргі космологиялық деректерге сәйкес келетін $\varphi(t)$ мәні, энергия тығыздығы және изотропты қысым алынды. Зерттеу барысында зерттеліп отырған модель шеңберіндегі уақытқа байланысты масштабтық фактормен, ω күй теңдеуінің параметрі модификацияланған қуат масштабтық факторы бар модельді шешу кезінде алынған мәнге тең екендігі анықталды. Баяулау параметрі теріс, бұл жеделдетілген кеңейетін ғалам аясында ұсынылған модельдің шынайылығын растайды. NEC, WEC, SEC және DEC энергетикалық жағдайларын қарастырған кезде NEC, WEC және DEC шарттары екі модельде де сақталатыны белгілі болды, бірақ SEC энергетикалық жағдайы сақталмайды. Екі модельдің энергия жағдайларының салыстыру көрсетілген.

Түйін сөздер: космология, $f(G)$ -гравитация, инфляция, энергетикалық шарттары, баяулау параметрі.

Введение

В современной космологии общепринятой считается концепция ускоренно расширяющейся Вселенной [1, 2]. Динамика ускоренного движения подтверждена наблюдениями [3,4] и в ходе многочисленных независимых экспериментов было выяснено, что большая часть Вселенной состоит из «темной энергии» [5, 6], составляющая примерно 70% ее массы. Остальная масса состоит из «темной материи» и материи в привычном понимании данного слова [7]. Одним из важнейших вопросов в современной космологии является происхождение данного типа материи и его поведение. Для объяснения динамики Вселенной было создано множество моделей [8,9,15]. Основная проблема состоит в том, что на данном этапе практически невозможно осуществить выбор в пользу одной модели из-за сложностей связанных с прямым экспериментальным исследованием в земных и околоземных условиях [10]. Существование той или иной модели может быть в дальнейшем определено более точными астрономическими наблюдениями. Именно поэтому важно иметь большой набор различных моделей для последующего выбора из множества наиболее реалистичных. Одной из актуальных в последнее десятилетие моделей является $f(G)$ -гравитация и ее модификации [11, 12] $f(G)$ -гравитация,

иначе называемая гравитацией Гаусса-Бонне, является модифицированной версией действия, включающей в себя инварианту Гаусса-Бонне или функцию, зависящую от данного параметра [13, 14, 17, 18].

Действие и уравнения движения

Для получения уравнений движения вводится действие, подинтегральные компоненты которого необходимы для описания электромагнитного, гравитационного и скалярного поля и компоненту метрического тензора.

$$S = \int d^n x \sqrt{-g} [f(G) + L_S + L_{EM}],$$

где $f(G)$ – функция, зависящая от инварианта Гаусса-Бонне [19, 20], L_S – функция Лагранжа скалярного поля, L_{EM} – функция Лагранжа электромагнитного поля с тензором электромагнитного поля [8].

$$L_S = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \varphi_{,\mu} \varphi_{,\nu} - V(\varphi), \quad (1)$$

$$L_{EM} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j^\mu A_\mu. \quad (2)$$

После вариации действия по метрическому тензору $g^{\mu\nu}$ получена запись действия в ковариантном виде [26].

$$2R\nabla_\mu\nabla_\nu f_G - 2g_{\mu\nu}R\Box f_G - 4R_i^\lambda\nabla_\lambda\nabla_\mu f_G + 4R_{ik}\Box f_G + 4g_{\mu\nu}R^{lm}\nabla_p\nabla_\sigma f_G + 4R_{iklm}\nabla^p\nabla^\sigma f_G + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(f - Gf_G) + \nabla_\mu\varphi\nabla_\nu\varphi + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\nabla_\lambda\varphi\nabla^\lambda\varphi + F_{\mu\alpha}F_\nu^\alpha - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}F^2 = T_{\mu\nu}, \quad (3)$$

где $\Box = g_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu$ – оператор Д’Аламбера, $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса, $f_G = \frac{\partial f}{\partial G}$.

Инвариант Гаусса-Бонне [21, 22] вычисляется по формуле

$$G = R_{iklm}R^{iklm} - 4R_{ik}R^{ik} + R^2, \quad (4)$$

где R_{iklm} – тензоры Римана, R_{ik} – тензор Риччи, R – скалярная кривизна пространства.

Исследуемая модель описывает плоскую, изотропную и однородную Вселенную и рассматривает электромагнитное, гравитационное и скалярное поле. Данная модель рассматривается в рамках метрики Фридмана-Робертсона-Уокера в четырех измерениях с сигнатурой $(-, +, +, +)$. Используется естественная система единиц $8\pi G = \hbar = c = 1$ [5].

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (5)$$

После вычисления всех компонент инварианта Гаусса-Бонне и подстановки полученных данных в формулу (4) получаем значение инварианта в четырехмерном случае, интерпретируемое через масштабный фактор, либо через параметр Хаббла $H = \frac{\dot{a}}{a}$.

$$G = 24\frac{\ddot{a}\dot{a}^2}{a^3} = 24H^2(\dot{H} + H^2). \quad (6)$$

Действие в четырех измерениях будет иметь следующий вид

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + f(G) + \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) \right], \quad (7)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (11)$$

$$p = \frac{1}{8H\dot{f}_G} \cdot \left[-\frac{1}{6a^2} [(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2] + f - Gf_G + 8H^2(\dot{f}_G - f_G) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V \right],$$

$$3H^2 = \rho, \quad (12)$$

$$\rho = -\frac{1}{8Hf_{GG}\dot{G}} \left[\frac{1}{2a^2} [(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2] - (Gf_G - f) - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V \right],$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (13)$$

где $F_{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля; $f(G)$ – некоторая функция, зависящая от G ; $V(\phi)$ – потенциал скалярного поля, G – инвариант Гаусса-Бонне.

Так как значение G получено, следующим компонентом действия является тензор напряженности электромагнитного поля, ковариантный вид которого задается как $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, где $\partial_\mu, \partial_\nu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}, \frac{\partial}{\partial x_\nu}$ соответственно, A – векторный потенциал, принимающий значения $A_\mu = (\Phi, A_1, A_2, A_3)$. В данном исследовании будет использоваться анзац векторного потенциала электромагнитного поля в виде

$$A_\mu = (0, A_1(t), A_2(t), A_3(t)). \quad (8)$$

Исходя из определения электромагнитного тензора с применением калибровки (8), компоненты тензора электромагнитного поля вычисляются следующим образом.

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = (F_{\mu\nu})^2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} = -(\dot{A}_\mu)^2 a^{-2} = -F_{\nu\mu}F^{\nu\mu}. \quad (9)$$

После подстановки полученных данных, тензоры электромагнитного поля в действии (7) преобразуются в

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -a^{-2} [(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]. \quad (10)$$

Если в данном случае принять, что $\varphi = \varphi(t)$, то при подстановке в уравнение Эйлера-Лагранжа и тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$, будут получены уравнения Фридмана [5,9]

где (13) – уравнение сохранения, характеризующее отсутствие взаимодействия между материей и темной материей.

При использовании того же метода получается уравнение Клейна-Гордона (14) для скалярного поля и обобщенное уравнение Максвелла для электромагнитного поля (15)

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{\phi} = 0, \quad (14)$$

$$H\dot{A}_{\mu} + \ddot{A}_{\mu} = 0, \quad \mu = 1,2,3. \quad (15)$$

Модель 1. Масштабный фактор со степенной зависимостью от времени.

Получение решений будет основано на задании масштабных факторов различного вида. Первый масштабный фактор задан в виде степенной функции

$$a(t) = a_0 t^{\alpha}, \quad (16)$$

где a_0, α – постоянные.

Уравнения Фридмана со степенным масштабным фактором имеет решения следующего вида:

$$3 \frac{\alpha^2}{t^2} - 2 \frac{\alpha}{t^2} = -p, \quad (17)$$

$$p = \frac{3^{1-n}(1-\alpha)^{3-n}\varphi_0^2}{8^{1+n}\alpha^{3n}t^{2+2n-4n}} \left(\alpha^2 + t^2 - \frac{2\alpha^2 V_{10} t^{2\alpha}}{\varphi_0^2 (1-\alpha)^2} \right) + \frac{4t-5+7\alpha}{t} - \frac{3\alpha^2(\alpha-1)}{4n\alpha^2} + \frac{96\alpha^4}{t^6} (n-2)(1-\alpha).$$

$$3 \frac{\alpha^2}{t^2} = \rho, \quad (18)$$

$$\rho = \frac{3\alpha^2(1-\alpha)}{4nt^2} + \frac{3^{2-n}\varphi_0^2(1-\alpha)^{3-n}}{8^{1+n}t^{2+2\alpha-4n}\alpha^{3n}} \left(t^2 - \alpha^2 - \frac{3\varphi_0^2(1-\alpha)^2 V_{10}}{2\alpha^2 t^{2\alpha}} \right).$$

Учитывая анзац (8) и подстановку в уравнения Максвелла (15) с калибровкой $A_1, A_2, A_3 = \varphi$, получаем обобщенное уравнение Максвелла для трех координат вида

$$3H\dot{\varphi} + 3\ddot{\varphi} = 0. \quad (19)$$

Из данного уравнения найдено значение $\varphi(t)$, имеющее вид

$$\varphi(t) = \varphi_0 t^{1-\alpha} + \varphi_1, \quad (20)$$

где φ_0, φ_1 – произвольные постоянные.

Исходя из найденных в (20) значений из уравнения (14) получаем значение потенциала скалярного поля $V(\varphi) = \varphi_0^2(1-\alpha)t^{-2\alpha} + V_{10}$, где V_{10} – постоянная интегрирования.

Таким образом получены решения заданной модели с масштабным фактором со степенной зависимостью от времени. Исходя из полученных решений, получен параметр уравнения состояния ω

$$\omega = \frac{p}{\rho} = \frac{2}{3\alpha} - 1. \quad (21)$$

Также получен параметр замедления q , который характеризует расширение Вселенной таким образом, что при $q > 0$ расширение Вселенной происходит медленно, при $q < 0$ Вселенная расширяется ускоренно.

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = \frac{1}{\alpha} - 1. \quad (22)$$

Из (22) видно, что расширение Вселенной в рамках исследуемой модели происходит ускоренно, что согласуется с наблюдаемыми данными. Значения остальных космографических параметров приведены ниже.

$$j = 1 - \frac{3}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^2}, \quad (23)$$

$$s = 1 - \frac{6}{\alpha} + \frac{11}{\alpha^2} - \frac{6}{\alpha^3}, \quad (24)$$

$$l = 1 - \frac{10}{\alpha} + \frac{35}{\alpha^2} - \frac{50}{\alpha^3} + \frac{24}{\alpha^4}. \quad (25)$$

Космологические модели, описывающие кинематику Вселенной, имеют ряд ограничений, которые в данном случае характеризуются энергетическими условиями [9].

$$NEC: \rho + p \geq 0, \quad (26)$$

$$WEC: \rho + p \geq 0, \quad \rho \geq 0, \quad (27)$$

$$SEC: \rho + p \geq 0, \quad \rho + 3p \geq 0, \quad (28)$$

$$DEC: \rho \geq 0, \quad -\rho \leq p \leq \rho. \quad (29)$$

Так как исследуемая модель рассматривается в рамках плоской Вселенной в метрике Фридмана-Робертсона-Уокера, рассматриваемые энергетические параметры можно свести к значению параметра замедления (22). В случае плоской Вселенной в метрике Фридмана-Робертсона-Уокера энергетическое условие *WEC* выполняется при любом произвольном вещественном масштабном факторе. Исходя из полученных решений, выяснилось, что в модели с масштабным фактором со степенной зависимостью от времени соблюдаются условия *NEC*, *WEC* и *DEC*, однако не соблюдается условие *SEC* [27].

Модель 2. Масштабный фактор с модифицированной степенной зависимостью от времени.

Вторая модель имеет отличное от первой решение, так как масштабный фактор задан как модифицированная степенная функция. Такой масштабный фактор имеет вид

$$a(t) = \sigma(t - \alpha\beta)^\alpha, \quad (30)$$

где σ, α, β – произвольные постоянные.

После использования в уравнении Максвелла (15) масштабного фактора (30), получено значение $\varphi(t)$.

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_0(t - \alpha\beta)^{1-\alpha}}{1-\alpha} + \varphi_1, \quad (31)$$

Аналогично предыдущей модели, получив значение (31) можно найти $V(\varphi)$ из уравнения Клейна-Гордона (14)

$$V(\varphi) = \frac{2\alpha\varphi_0^2}{(\alpha-1)(t-\alpha\beta)^{2\alpha}} - \frac{\varphi_1}{(t-\alpha\beta)^{2\alpha+1}} + V_1. \quad (32)$$

Решение уравнений Фридмана с полученными данными имеет вид

$$\frac{\alpha(3\alpha-2)}{(t-\alpha\beta)^2} = -p, \quad (33)$$

$$-p = \frac{5\alpha - \alpha n}{2(t - \alpha\beta)} - \frac{15 + 16\alpha^2}{16(t - \alpha\beta)^2} - \frac{3\alpha^{2-3n}(\alpha - 1)^{1-n}}{4 \cdot 24^n \gamma n(n - 1)(t - \alpha\beta)^{2-4n}}.$$

$$\cdot \left[\frac{\varphi_0^2}{(t - \alpha\beta)^{2\alpha}} \left(\frac{3\alpha + 1}{1 - \alpha} - \frac{1}{2\sigma^2(t - \alpha\beta)^{2\alpha}} \right) + \frac{\varphi_1}{(t - \alpha\beta)^{2\alpha+1}} - V_1 \right].$$

$$\frac{3\alpha^2}{(t-\alpha\beta)^2} = \rho, \quad (34)$$

$$\rho = \frac{3\alpha^2(\alpha - 1)}{4n(t - \alpha\beta)^2} - \frac{3\alpha^{2-3n}(\alpha - 1)^{1-n}}{4 \cdot 24^n \gamma n(n - 1)(t - \alpha\beta)^{2-4n}}.$$

$$\cdot \left[\frac{\varphi_0^2}{(t - \alpha\beta)^{2\alpha}} \left(\frac{3}{2\sigma^2(t - \alpha\beta)^{2\alpha}} - \frac{5\alpha - 1}{2(\alpha - 1)} + \frac{\varphi_1}{\varphi_0^2(t - \alpha\beta)} \right) - V_1 \right],$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \sigma, n, \varphi_0, \varphi_1$ – произвольные постоянные, V_1 – постоянная интегрирования.

Исходя из полученных решений, получены значения космографических параметров

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = \frac{1}{\alpha} - 1,$$

$$j = 1 - \frac{3}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^2},$$

$$s = 1 - \frac{6}{\alpha} + \frac{11}{\alpha^2} - \frac{6}{\alpha^3},$$

$$l = 1 - \frac{10}{\alpha} + \frac{35}{\alpha^2} - \frac{50}{\alpha^3} + \frac{24}{\alpha^4}.$$

При сравнении космографических параметров видно, что у первой и второй модели они

равны друг другу, что говорит о том, что кинематика расширения Вселенной в обеих моделях одинакова. Это также следует и из того, что обе модели содержат масштабный фактор со степенной зависимостью от времени.

$$\omega = -1 + \frac{2}{3\alpha}. \quad (35)$$

Параметры уравнения состояния ω в двух моделях совпадают. Как и в предыдущей модели, энергетические условия NEC, WEC и DEC соблюдены, но не соблюдается SEC.

Сравнение результатов двух моделей. Обсуждение

Исходя из полученных в (20) результатов для первой модели и в (31) для второй модели, сравним зависимость скалярного поля от времени на рис.1.

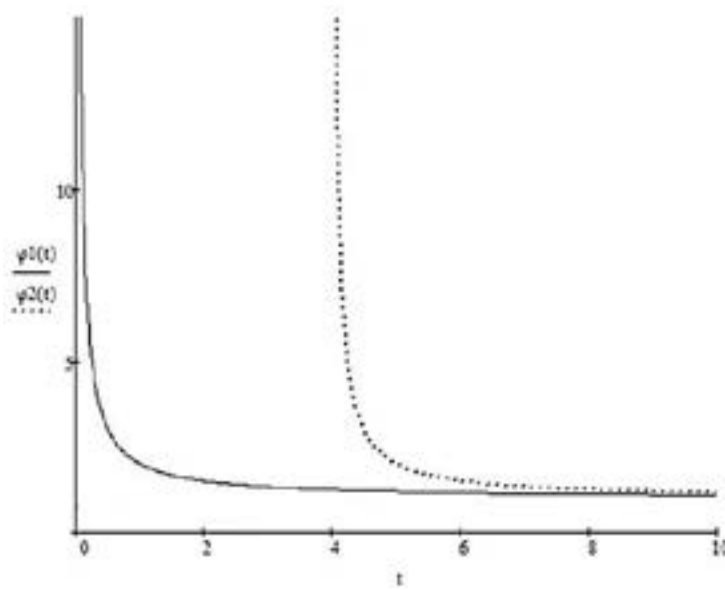


Рисунок 1 – Зависимость скалярного поля $\varphi(t)$ от космологического времени t .

Давление и плотность энергии у моделей различна, для оценки различий приведены графики с зависимостью от времени. На рис.2

показано давление первой и второй моделей. На рис.3 графики плотностей первой и второй моделей.

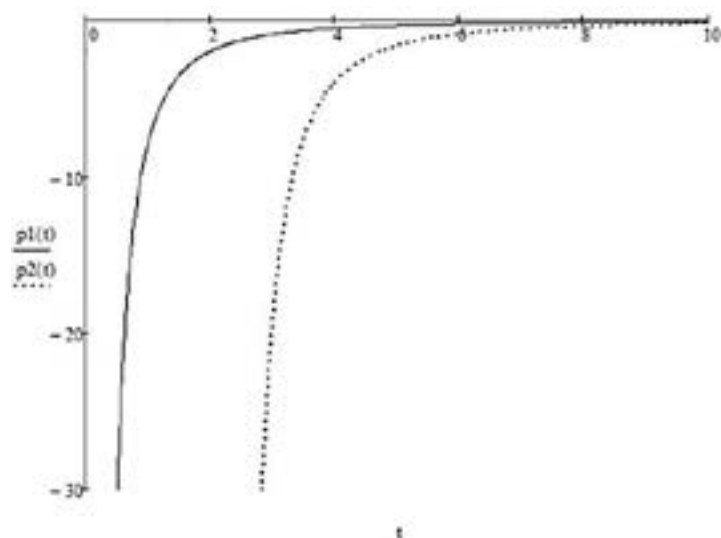


Рисунок 2 – Зависимость давления $p(t)$ от космологического времени t

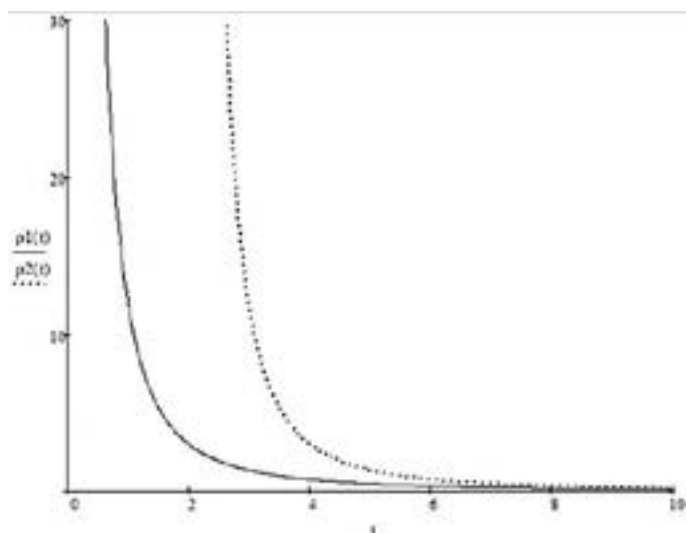


Рисунок 3 – Зависимость плотности энергии $\rho(t)$ от космологического времени t

Как видно на рис.2 давление и первой, и второй модели соответствуют наблюдаемым данным и находятся в отрицательной части координат, что говорит об отрицательном давлении, следовательно, и о расширении Вселенной. Так как давление в обеих моделях со временем стремится к нулю, то есть растет, Вселенная расширяется ускоренно. Давление второй модели отличается от первой сдвигом по оси времени, однако скорость изменения давления у обеих моделей одинаковое, следовательно, расширение в рамках первой модели идентично второй. На рис.3 наблюдается аналогичная картина, плотность энергии в обеих

моделях отличаются небольшим сдвигом по оси времени. Уменьшение плотности энергии также говорит об ускоренно расширяющейся Вселенной, что подтверждает реалистичность моделей. Положительные значения плотностей энергии показывает частичное соблюдение энергетических условий WEC и DEC. Для сравнения остальных энергетических условий исследуемых моделей используем (26-29), а именно:

1. Неравенство $\rho + p \geq 0$, являющееся первым условием в (26-28).
2. Неравенство $\rho + 3p \geq 0$, являющееся вторым условием для SEC.

Также на графиках показано соблюдение энергетических условий NEC, WEC и DEC, а также несоблюдение условия SEC. На рис.4

показано неравенство $\rho + p \geq 0$ для первой и второй модели, на рис.5 показано неравенство $\rho + 3p \geq 0$.

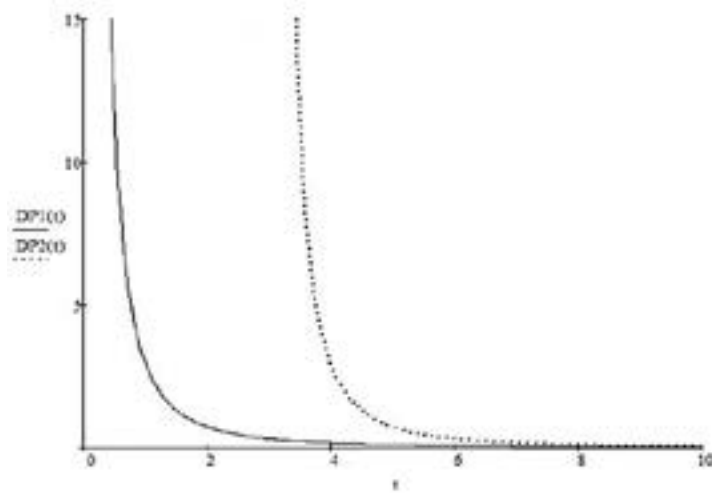


Рисунок 4 – Энергетические условия NEC, WEC и SEC и их соответствие первому неравенству, описанному в (26-28), где $DP1(t)$ и $DP2(t)$ – значения суммы плотности энергии и давления ($\rho + p$) в зависимости от космологического времени

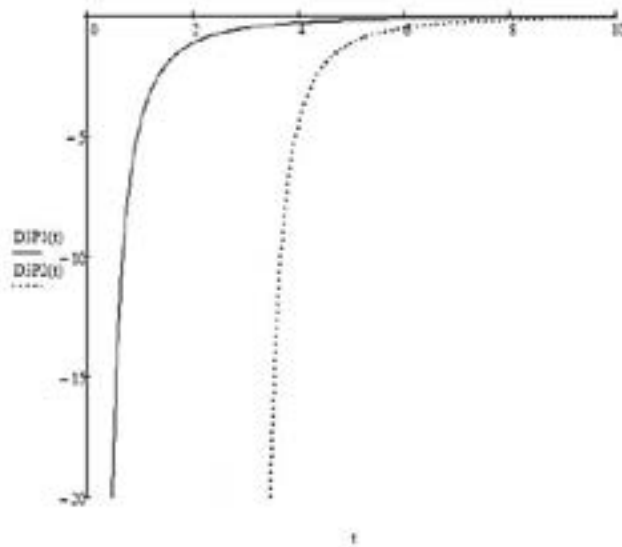


Рисунок 5 – Энергетическое условие SEC (второе неравенство), где $D3P1(t)$ и $D3P2(t)$ – значения суммы плотности энергии и давления ($\rho + 3p$) в зависимости от космологического времени

Рис.4 явно демонстрирует, что неравенство соблюдаются и сумма давления и плотности энергии больше нуля, что говорит о соответствии энергетическим условиям (26-29), однако уже на рис.5 видно, что второе неравенство энергетического состояния SEC не соблюдается и значения суммы плотности энергии и давления

отрицательны. Так как параметр SEC ограничивает компоненты Вселенной с большим значением отрицательной энергии, то в рамках исследуемой модели соблюдаться не должен, так как для ускоренного расширения Вселенной нужны компоненты с большим отрицательным давлением. Как показано на рис.2

в ранней стадии расширения давление было сильно отрицательным, что говорит о том, что относительно ранняя Вселенная расширялась намного быстрее, нежели нынешняя.

Заключение

В данной статье исследовалась модель $f(G)$ гравитации с компонентами скалярного и электромагнитного поля. Для исследования модели задано действие с соответствующей функцией Лагранжа. Получены уравнения движения в виде уравнений Фридмана (11-13), Максвелла (15) и Клейна-Гордона (14), для которых было найдено решение с двумя различными масштабными факторами. Первая модель включает в себя масштабный фактор со степенной зависимостью от времени (16). Для данной модели найдены решения (17-20) всех вышеуказанных уравнений. Получено значение параметра уравнения состояния (35) и космографических параметров (22-25). Проверено соблюдение энергетических условий (26-29). В ходе проверки соблюдения энергетических условий выяснилось, что NEC, WEC и DEC полностью соблюдаются,

но не соблюдается условие SEC. Для модели с модифицированным степенным масштабным фактором получены те же результаты. Все полученные результаты соответствуют экспериментальным данным. Несоблюдение SEC также объясняет ускоренное расширение вселенной и не противоречит современным исследованиям. В ходе сравнения двух моделей выяснилось, что модель с модифицированным степенным масштабным фактором отличается от модели со стандартным степенным масштабным фактором сдвигом по оси времени, однако поведение функций идентично, что объясняется схожей математической природой двух моделей. В моделях полностью совпадают параметры уравнения состояния и космографические параметры, следовательно, влияние модификаций масштабного фактора со схожими зависимостями от времени исключается.

Благодарности

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP08052034.

Литература

- 1 Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G., Knop R.A., Nugent P., Castro P.G., Deustua S., Fabbro S., Goobar A., Groom D.E., Hook I. M., Kim A.G., Kim M.Y., Lee J.C., Nunes N.J., Pain R., Pennypacker C.R., Quimby R., Lidman C., Ellis R.S., Irwin M., McMahon R.G., Ruiz-Lapuente P., Walton N., Schaefer B., Boyle B.J., Filippenko A.V., Matheson T., Fruchter A.S., Panagia N., Newberg H.J.M. and Couch W.J. Measurements of and from 42 High-Redshift Supernovae // *Astrophysical Journal*. – 1999. – Vol. 517, №2. – P.564.
- 2 Riess A.G., Filippenko A.V., Challis P., Clocchiattia A., Diercks A., Garnavich P.M., Gilliland R.L., Hogan C.J., Jha S., Kirshner R.P., Leibundgut B., Phillips M.M., Reiss D., Schmidt B.P., Schommer R.A., Smith R.Ch., Spyromilio J., Stubbs Ch., Suntzeff N.B. and Tonry J. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *Astronomical Journal*. – 1998. – Vol. 116, №3. – P. 1009.
- 3 Блинные С.И., Долгов А.Д. Космологическое ускорение // *УФН*. – 2019. – Т.189 (6). – С.561-602.
- 4 Рубаков В.А. Темная энергия во Вселенной // *УФН*. – 2010. – Т.181. – С.4-12.
- 5 Болотин Ю.Л., Ерохин Д.А., Лемец О.А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение // *УФН*. – 2012. – Т.18, №9. – С.941-986.
- 6 Linder E.V. Einstein's Other Gravity and the Acceleration of the Universe // *Physical Review D*. – 2010. – Vol. 81, No 12. – P.7301.
- 7 Avsajanishvili O. Cosmological model of dark energy: theory and observations [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1909.00366.pdf>
- 8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Серия: «Теоретическая физика» том II. – М., 1998. – 504 с.
- 9 Nojiri S., Odintsov S.D., Oikonomou V.K. Modified gravity theories on a nutshell: Inflation, bounce and late-time evolution // *Physics Reports*. – 2017. – Vol.692. – P.1-104.
- 10 Linder E.V. Einstein's Other Gravity and the Acceleration of the Universe // *Physical Review D*. – 2010. – Vol. 81, №12. – P.7304.
- 11 Armendariz-Picon C., Damour T., Mukhanov V.F. k-inflation // *Physical Letters B*. – 1999. – Vol. 458, №7. – P. 209-218
- 12 Myrzakulov R., Saez-Gomez D., Tureanu A. On the Λ CDM Universe in $f(G)$ gravity // *General Relativity and Gravitation*. – 2001. – Vol.43, №6. – P. 1671-1684.
- 13 Elizalde E., Myrzakulov R., Obukhov V.V., Saez-Gomez D. LambdaCDM epoch reconstruction from $F(R, G)$ and modified Gauss-Bonnet gravities // *Classical and Quantum Gravity*. – 2010. – Vol.27, №9. – P. 095007.
- 14 Bamba K., Odintsov S.D., Sebastiani L., Zerbini S. Finite-time future singularities in modified Gauss-Bonnet and $f(R, G)$ gravity and singularity avoidance // *The European Physical Journal C*. – 2010. – Vol.67 (1). – P. 295-310.

- 15 Farias I. S., Moraes P. H.R.S. Cosmography of the $f(R,T)$ gravity theory [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2108.09332.pdf>
- 16 Rakhi R., Vijayagovindan G.V., Noble P.A., Indulekha K. A cosmological model with fermionic field and Gauss-Bonnet term // International Journal of Modern Physics A. – 2010. – Vol.25, №6. – P.1267-1278
- 17 Mahiich E., Amani A., Rampanzour M. A. Extended Bose-Einstein condensate dark matter in viscous Gauss-Bonnet gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2107.11827.pdf>
- 18 De A., Loo T., Solanki R., Sahoo P. K. How a conformally flat $(GR)_4$ impacts gauss-Bonnet gravity? [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2107.02889.pdf>
- 19 Herrero-Valea M. The shape of Scalar Gauss-Bonnet gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2106.08344.pdf>
- 20 Muniyeshyaka A., Ntahompagaze J., Mutabazi T. Cosmological perturbations in $f(G)$ gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2103.09597.pdf>
- 21 Odintsov S. D., Oikonomou V. K., Fronimos F. P. Late-time cosmology of scalar-coupled $f(R,G)$ gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2102.02239.pdf>
- 22 Ilyas M. Compact stars in $f(R, G, T)$ gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2012.02587.pdf>
- 23 Martino I., De Laurentis M., Capozziello S. Tracing the cosmic history by Gauss-Bonnet gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2008.09856.pdf>
- 24 Shekh S.H. Thermodynamical aspects of realistic hydrodynamics in $f(R, G)$ gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1911.13260.pdf>
- 25 Sanyal A.K., Sarkar Ch. The role of cosmological constant in $f(R, G)$ gravity [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1908.05680.pdf>
- 26 Francesco Bajardi, Salvatore Capozziello $f(G)$ Noether cosmology [Электр. ресурс]: view pdf. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/2005.08313>
- 27 Sean Carroll. Spacetime and geometry. An introduction to General Relativity, 2004. – 526 с.

References

- 1 S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, et al, Astrophysical Journal, 2(517), 564 (1999).
- 2 A. G. Riess, A. V. Filippenko, et al, Astronomical Journal, 3(116), 1009 (1998).
- 3 S.I. Blinnikov, A.D. Dolgov, Uspekhi fizicheskikh nauk, 6(189), 561-602 (2019). (in Russ).
- 4 V.A. Rubakov, Uspekhi fizicheskikh nauk, 181, 4-12 (2010). (in Russ).
- 5 Yu.L. Bolotin, D.A. Yerokhin, O.A. Lemets, Uspekhi fizicheskikh nauk, 9(8), 941-986 (2012). (in Russ).
- 6 E.V. Linder, Physical Review D, 12(81), 7301 (2010).
- 7 O. Avsajanishvili, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/1909.00366.pdf>
- 8 L.D. Landau, Ye.M. Lifshitz, Teoriya polya, Seriya: Teoreticheskaya fizika (Moscow, 1998), p. 504. (in Russ).
- 9 S. Nojiri, S.D. Odintsov, V. . Oikonomou, Physics Reports, 692, 1-104 (2017).
- 10 E.V. Linder, Physical Review D., 12(81), 7304 (2010).
- 11 C. Armendariz-Picon, T. Damour, V. K. Mukhanov, Physical Letters B., 7(458), 209-218 (1998).
- 12 R. Myrzakulov, D. Saez-Gomez, A. Tureanu, General Relativity and Gravitation, 6(43), 1671-1684 (2001).
- 13 E. Elizalde, R. Myrzakulov, V.V. Obukhov, D. Saez-Gomez, Classical and Quantum Gravity, 9(27), 295-310 (2010).
- 14 K. Bamba, S.D. Odintsov, L. Sebastiani, S. Zerbini, The European Physical Journal C., 1(67), 1267-1278 (2010).
- 15 I.S. Farias, P.H.R.S. Moraes, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2108.09332.pdf>
- 16 R. Rakhi, G.V. Vijayagovindan, P.A. Noble, K. Indulekha, International Journal of Modern Physics A., 6(25), 1267-1678 (2010).
- 17 E. Mahiich, A. Amani, M.A. Rampanzour, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2107.11827.pdf>
- 18 A. De, T. Loo, R. Solanki, P.K. Sahoo, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2107.02889.pdf>
- 19 M. Herrero-Valea, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2106.08344.pdf>
- 20 A. Muniyeshyaka, J. Ntahompagaze, T. Mutabazi, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2103.09597.pdf>
- 21 S. D. Odintsov, V. K. Oikonomou, F. P. Fronimos, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2102.02239.pdf>
- 22 M. Ilyas, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2012.02587.pdf>
- 23 I. Martino, M. De Laurentis, S. Capozziello, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/2008.09856.pdf>
- 24 S. Shekh, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/1911.13260.pdf>
- 25 A.K. Sanyal, Ch, Sarkar, [Electronic resource]: view pdf. Access mode: <https://arxiv.org/pdf/1908.05680.pdf>
- 26 F. Bajardi, S. Capozziello [Electronic resource]: view pdf. – Access mode: <https://arxiv.org/abs/2005.08313>
- 27 Sean Carroll Spacetime and geometry, An introduction to General Relativity, 2004, 526 с, ISBN 0-8053-8732-3