

MPNТИ 41.29.25

<https://doi.org/10.26577/RCPH.2022.v81.i2.03>Ш.А. Мырзакулова^{1,2*} , О.В. Разина^{1†} ,Н.А. Мырзакулов^{1,2*} , А.Б. Алтайбаева¹ ¹Евразийский национальный университет им.Л.Н. Гумилева, Казахстан, г. Нур-Султан ²Евразийский международный центр теоретической физики им. Р. Мырзакулова, Казахстан, г. Нур-Султан

*email: shamyrzakulova@gmail.com, †email: olvikraz@mail.ru

ИНФЛЯЦИЯ МЕДЛЕННОГО СКАТЫВАНИЯ В МОДЕЛИ К-ЭССЕНЦИИ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

В данной работе рассмотрена периодическая космологическая модель. Ранее предполагали, что расширение Вселенной со временем замедляется. Теоретики исходили из предположения, что основную часть массы Вселенной составляет материя – как видимая, так и невидимая (тёмная материя). На основании новых наблюдений, свидетельствующих об ускорении расширения, было найдено, что во Вселенной существует ранее неизвестная энергия с отрицательным давлением (уравнение состояния). Её назвали «тёмной энергией». В данной работе рассмотрена скалярная космологическая модель. Выведен лагранжиан и получена система уравнения движения. Для исследования модели выбрано скалярное поле в виде периодической функции. Вычислены параметр Хаббла, масштабный фактор, который имеет смысл радиуса Вселенной, и в случае периодической функции скалярного поля имеющий экспоненциальную зависимость, плотность темной энергии, давление и потенциал скалярного поля и построены их графики на участке зависимости времени от 0 до 2π . Для исследования инфляционной модели введен потенциал в степенном виде. Из него выведены параметры медленного скатывания через е-фолдинг и построен график спектральных индексов для этой модели. Полученные результаты согласуются с данными наблюдений Planck и подтверждают соответствие исследуемой модели с ранее предложенными.

Ключевые слова: скалярное поле, расширение Вселенной, темная энергия, масштабный фактор, космологические решения, е-фолдинг.

Ш.А. Мырзақұлова^{1,2*}, О.В. Разина^{1†}, Н.А. Мырзақұлов^{1,2*}, А.Б. Алтайбаева¹¹Л.Н. Гумилев ат. Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ.²Р. Мырзақұлов ат. Еуразиялық халықаралық теориялық физика орталығы, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ.

*email: shamyrzakulova@gmail.com, †email: olvikraz@mail.ru

Периодты скаляр өріс функциясы бар k -essence моделіндегі баяу сырғу инфляциясы

Бұл жұмыста периодты космологиялық модель қарастырылды. Бұрын ғаламның кеңеюі уақыт өте баяулайды деп болжанған болатын. Бұл теоретиктер Әлем массасының негізгі бөлігін – көрінетін және көрінбейтін (қараңғы материя) материя құрайды деген болжамнан шықты. Кеңеюдің үдеуін көрсететін жаңа бақылаулар негізінде Әлемде теріс қысымы бар (күй теңдеуі) бұрын белгісіз энергия бар екені анықталды. Олар оны «күңгірт энергия» деп атады. Бұл жұмыста скалярлық космологиялық модель қарастырылды. Лагранжиан қорытылып шығарылып, қозғалыс теңдеулер жүйесі алынды. Модельді зерттеу үшін периодтық функция түріндегі скаляр өріс таңдалды. Хаббл параметрі, Ғалам радиусының мағынасына ие және экспоненциалды тәуелділікке ие скаляр өрісінің периодтық функциясы жағдайында масштабты фактор, күңгірт энергияның тығыздығы мен қысымы және скаляр өрістің потенциалы есептелді, ал олардың 0-ден 2π аралығында уақытқа тәуелділік графиктері салынды. Инфляциялық модельді зерттеу үшін дәрежелік потенциал енгізілді. Одан е-фолдинг арқылы баяу сырғу параметрлері шығарылды және осы модель үшін спектрлік индекстер графигі тұрғызылды. Алынған нәтижелер Планк

бақылау деректерімен сәйкес келеді және зерттеліп отырған модельдің бұрын ұсынылған деректермен сәйкестігі расталды.

Түйін сөздер: скалярлы өріс, масштабты фактор, космологиялық шешімдер, Ғаламның кеңеюі, күңгірт энергия, е-фолдинг.

S.A. Myrzakulova^{1,2*}, O.V. Razina^{1†}, N.A. Myrzakulov^{1,2}, A.B. Altaybaeva¹

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Kazakhstan, Nur-Sultan

²Ratbay Myrzakulov Eurasian International Centre for Theoretical Physics, Kazakhstan, Nur-Sultan

*email: shamyrzakulova@gmail.com, †email: olvikraz@mail.ru

Slow-roll inflation in the k -essence model with a periodic scalar field function

In this paper, a periodic cosmological model is considered. Previously, it was assumed that the expansion of the universe slows down over time. Theorists proceeded from the assumption that the main part of the mass of the Universe is matter - both visible and invisible (dark matter). On the basis of new observations indicating the acceleration of expansion, it was found that in the Universe there is a previously unknown energy with negative pressure (equation of state). They called it "dark energy". In this paper, a scalar cosmological model is considered. The Lagrangian is derived and the system of equations of motion is obtained. To study the model, a scalar field in the form of a periodic function was chosen. The Hubble parameter, the scale factor, which has the meaning of the radius of the Universe, and in the case of a periodic function of the scalar field, which has an exponential dependence, the density of dark energy, the pressure and the potential of the scalar field are calculated, and their graphs are plotted in the time dependence section from 0 to 2π . To study the inflationary model, the potential is introduced in a power-law form. From it, the parameters of slow rolling through e-folding are derived and a plot of spectral indices for this model is plotted. The results obtained are consistent with the Planck observational data and confirm the correspondence of the model under study with the previously proposed ones.

Key words: scalar field, expansion of the Universe, dark energy, scale factor, cosmological solutions, e-folding.

Введение

Анализируя результаты наблюдений галактик и реликтового излучения, астрономы пришли к выводу, что распределение вещества во Вселенной (область исследуемого пространства превышала 100 Мпс в поперечнике) является однородным и изотропным, т.е. не зависит от положения и направления в пространстве. А такие свойства пространства, согласно теории относительности, неизбежно влекут за собой изменение со временем расстояний между телами, заполняющими Вселенную, т.е. Вселенная должна расширяться или сжиматься, причем наблюдения указывают на расширение. Вывод о том, что Вселенная расширяется, подтверждают наблюдения красного смещения в спектрах галактик.

Современные астрофизические наблюдения показывают, что Вселенная расширяется

ускоренно – то есть удаленные галактики со временем разлетаются все быстрее. Этот факт требует физической интерпретации, ведь гравитация – взаимодействие, которое считается доминирующим на крупных масштабах, – лишь притягивает объекты друг к другу. В стандартной космологической модели ускоренное расширение описывают при помощи космологической постоянной – величины, которая описывает плотность энергии чистого вакуума (темной энергии) в уравнениях Общей теории относительности и обеспечивает отталкивание между далекими объектами [1-4].

Это мотивирует ученых придумывать альтернативные модели, которые объясняли бы ускоренное расширение Вселенной, но не привлекали для этого космологической постоянной. Некоторые физики предлагают модифицировать теорию гравитации, другие – предположить, что расширение Вселенной

неоднородно, а мы просто оказались в области, которая расширяется быстрее среднего, третьи – отказаться от ускоренного расширения как такового и искать ошибку в измерениях, которые о нем свидетельствуют. Тем не менее модель с космологической постоянной пока остается предпочтительной [5-8].

К огромному сожалению, у нас нет возможности отмотать время назад и посмотреть, как развивалась Вселенная в первые минуты своей жизни. Прибегая к математике и полученным в результате наблюдений данным, лучшие умы планеты строят самые смелые модели. Одна из них — космическая инфляция [9-12].

Инфляционная модель Вселенной предполагает, что до горячей стадии (то, что в обычной теории Большого взрыва считается началом времени) существовала другая эпоха с совсем иными свойствами. В то время пространство расширялось экспоненциально быстро благодаря заполнявшему его специфическому полю. За крохотные доли секунды пространство растянулось в невероятное количество раз. Вселенная оказалась в целом однородной, так как произошла из существовавшего на предыдущей стадии чрезвычайно малого объема. К тому же, если в ней и были какие-то геометрические неоднородности, они разгладились во время инфляционного расширения [13-18].

Методы исследования

Уравнения движения для полной теории в присутствии вещества можно получить из следующего действия

$$S = \int \left(\frac{R}{2k} + L_m \right) \sqrt{-g} d^4x, \quad (1)$$

$$\frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = 0, \quad (2)$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = T_{\mu\nu}(\varphi), \quad (3)$$

где левая сторона зависит только от метрики, а правая только от скалярного поля.

Интервал в настоящее время известный как метрика Фрийдмана–Лемэтра–Робертсона–Уокера (ФЛРУ) в сферических координатах имеет вид

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left(\frac{d^2r}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\varphi^2) \right), \quad (4)$$

где k определяет кривизну и равно

$$k = \begin{cases} > 0, & \text{закрытая Вселенная} \\ < 0, & \text{открытая Вселенная} \\ = 0, & \text{плоская Вселенная.} \end{cases} \quad (5)$$

Для этой метрики скалярная кривизна вычисленная с помощью метрического тензора и символов Кристоффеля равна

$$R = 6\frac{\ddot{a}}{a} + 6\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 6\frac{k}{a^2}. \quad (6)$$

Лагранжиан будет выглядеть следующим образом

$$L = r^2 \sin^2\theta \sqrt{\frac{1}{1-kr^2}} (-3a\dot{a}^2 + 3ka + \frac{1}{2}a^3\dot{\varphi}^2 - a^3V), \quad (7)$$

где мы уже расписали общий вид лагранжиана скалярного поля с учетом метрики ФЛРУ (4).

Воспользуясь уравнением Эйлера-Лагранжа и условием нулевой энергии, мы получим систему уравнений движения

$$3H^2 + \frac{3k}{a^2} = \rho, \quad (8)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} + \frac{k}{a^2} = -p, \quad (9)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_{,\varphi} = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (11)$$

где $\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V$, $p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V$.

Результаты и обсуждение

Пример 1. В этом примере будем считать, что $k = 0$, т.е. рассмотрим случай плоской Вселенной. Для исследования модели и поиска решения выберем скалярное поле в виде тригонометрической функции

$$\varphi = \varphi_0 \cos \alpha t + \beta, \quad (12)$$

где φ_0 , α , β - некие постоянные и $\alpha > 0$.

На рисунке 1 показана зависимость функции скалярного поля $\varphi(t)$ (12) от времени t на участке от 0 до 2π , т.е в нашей модели мы выбрали промежуток времени в котором результаты совпадают с наблюдательными и теоретическими данными соответствующими современной Вселенной. Для того чтобы скалярное поле медленно скатывалась вниз необходимо, чтобы $\alpha > 0$. Зная вид функции скалярного поля (12) и используя уравнения Фридмана (8) и (9) вычислим параметр Хаббла

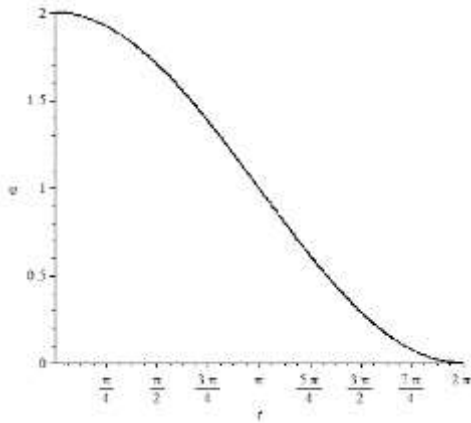


Рисунок 1- Зависимость скалярного поля φ от времени t , при $\varphi_0 = 1, \alpha = 0.5, \beta = 1$

$$H = \frac{\varphi_0^2 \alpha}{8} (\sin 2\alpha t - 2\alpha t) + H_0, \quad (13)$$

где H_0 – константа интегрирования.

Для дальнейших вычислений нам также понадобится значение первой производной от параметра Хаббла по времени t

$$\dot{H} = -\frac{\varphi_0^2 \alpha^2 \sin^2 \alpha t}{2}. \quad (14)$$

Используя определение параметра Хаббла $H = \frac{\dot{a}}{a}$ и зная его явный вид (13) найдем масштабный фактор $a(t)$ который имеет смысл радиуса Вселенной

$$a = e^{\frac{\varphi_0^2 \cos^2 \alpha t + \varphi_0^2 \alpha^2 t^2}{8} + H_0 t + a_0}, \quad (15)$$

где a_0 константа интегрирования.

На рисунке 2 показана зависимость масштабного фактора a от времени t (15).

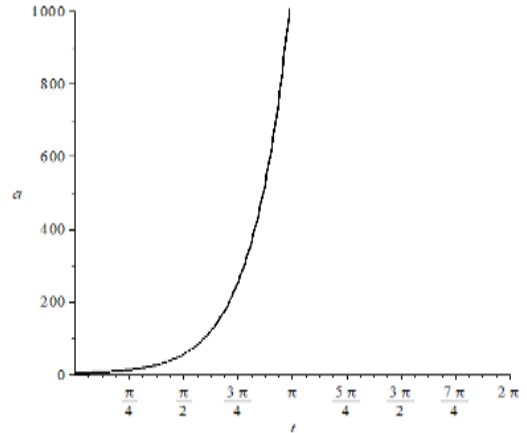


Рисунок 2- Зависимость масштабного фактора a от времени t , при $H_0 = 2, a_0 = 1, \varphi_0 = 1, \alpha = 0.5$

Полученный масштабный фактор имеет вид экспоненциальной функции и хорошо описывает ускоренное расширение Вселенной. Из уравнения (8) и (9) найдем плотность темной энергии, давление и потенциал скалярного поля

$$\rho = 3H^2 = 3\left(\frac{\varphi_0^2 \alpha}{8} (\sin 2\alpha t - 2\alpha t) + H_0\right)^2, \quad (16)$$

На рисунках 3 и 4 показана зависимость плотности темной энергии и давления в зависимости от времени t на участке от 0 до 2π , при $\alpha = 1, H_0 = 5, \varphi_0 = 1$.

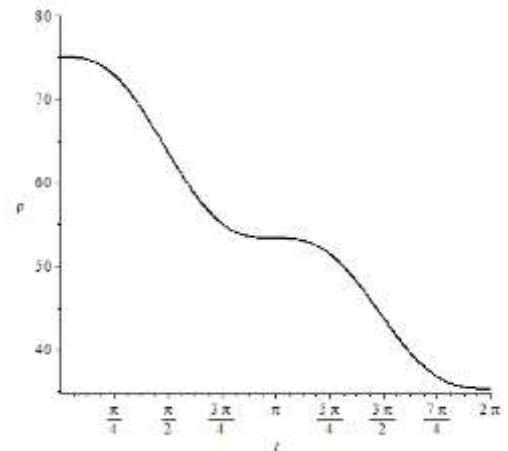


Рисунок 3- Зависимость плотности темной энергии ρ от времени t

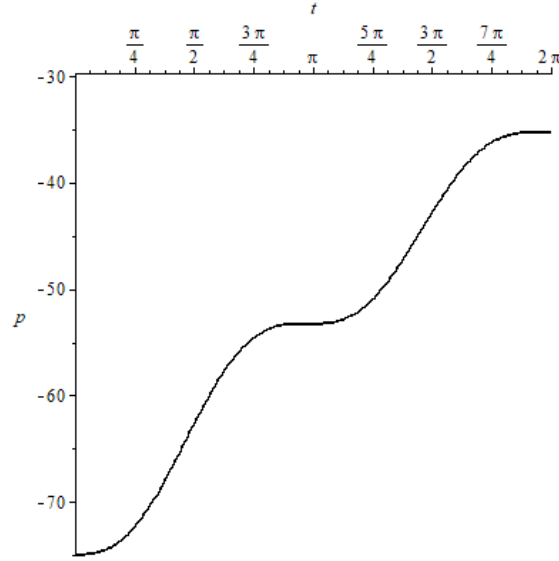


Рисунок 4- Зависимость давления p от времени t

$$p = -3H^2 - 2\dot{H} = -3\left(\frac{\varphi_0^2 \alpha}{8} (\sin 2\alpha t - 2\alpha t) + H_0\right)^2 + \varphi_0^2 \alpha^2 \sin^2 \alpha t. \quad (17)$$

$$V = 3H^2 + 2\dot{H} = -\frac{3}{16} \varphi_0^4 \alpha^2 \cos^4 \alpha t + \varphi_0^2 \alpha^2 \cos^2 \alpha t \left(\frac{3}{16} \varphi_0^2 + \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{4} \varphi_0^2 \alpha \sin 2\alpha t \left(\frac{1}{4} \varphi_0^2 \alpha^2 t - H_0\right) + \frac{3}{2} \varphi_0^2 \alpha^2 t \left(\frac{1}{8} \varphi_0^2 \alpha^2 t - H_0\right) - \frac{1}{2} \varphi_0^2 \alpha^2 + 3H_0^2. \quad (18)$$

Для описания процесса инфляции введем параметр медленного скатывания в терминах параметра Хаббла

$$\eta_V \approx \varepsilon_H, \quad (22)$$

$$\eta_H = -\frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}} = -\frac{1}{2} \frac{\ddot{H}}{\dot{H}H}. \quad (19)$$

$$\eta_V \approx \varepsilon_H + \eta_H. \quad (23)$$

Таким образом, требование пренебречь слагаемым $\ddot{\varphi}$ по сравнению с $3H\dot{\varphi}$ просто требование, чтобы $\eta \ll 1$. В терминах потенциала пара параметров медленного скатывания ε_V и η_V определяется как

$$\varepsilon_V \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial_\varphi V}{V}\right)^2, \quad (20)$$

$$\eta_V \equiv \frac{\partial_\varphi^2 V}{V}. \quad (21)$$

Они равны только параметрам медленного скатывания Хаббла, если они маленькие

Параметры медленного скатывания более высокого порядка определяются, либо как высшие производные от потенциала, либо параметра Хаббла. Обратим внимание, что для успешного существования инфляции единственным критерием является условие $0 < \varepsilon < 1$. Величина η не имеет прямого значения. Косвенным значением является то, что большие значения η могут заставить расти ε [19]

$$\frac{d\varepsilon}{dN} = 2\varepsilon(\eta - \varepsilon). \quad (24)$$

Из уравнения (20) и (21), находим параметры медленного скатывания для нашей модели со скалярным полем (12) и потенциалом (18)

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2} \frac{(B - \frac{3}{2} \alpha^2 \varphi_0^2 \cos(2\alpha t) (\frac{1}{4} \alpha^2 \varphi_0^2 t + H_0) + \frac{3}{8} \alpha^4 \varphi_0^4 t - \frac{3}{2} \alpha^2 \varphi_0^2 H_0)^2}{(A - \frac{3}{4} \varphi_0^2 \alpha \sin(2\alpha t) (\frac{1}{4} \varphi_0^2 \alpha^2 t - H_0) + \frac{3}{2} \alpha^2 \varphi_0^2 t (\frac{1}{8} \varphi_0^2 \alpha^2 t - H_0) - \frac{1}{2} \varphi_0^2 \alpha^2 + 3H_0^2)^2 \alpha^2 \varphi_0^2 \sin^2(\alpha t)}. \quad (25)$$

где были введены дополнительные обозначения

$$A = -\frac{3}{16} \cos^4(\alpha t) \alpha^2 \varphi_0^4 + \frac{1}{2} \cos^2(\alpha t) \alpha^2 \varphi_0^2 (\frac{3}{8} \varphi_0^2 + 1),$$

$$B = \frac{3}{4} \cos^3(\alpha t) \alpha^3 \varphi_0^4 \sin(\alpha t) - \frac{1}{2} \alpha^3 \varphi_0^2 \sin(2\alpha t) (\frac{3}{4} \varphi_0 - 1).$$

$$\eta(t) = \frac{C + 3\alpha^3 \varphi_0^2 \sin(2\alpha t) (\frac{1}{4} \alpha^2 \varphi_0^2 t - H_0)}{\varphi_0^2 \alpha^2 \sin^2(\alpha t)} + \frac{D - \frac{3}{2} \alpha^4 t \varphi_0^3 H_0 \cos(\alpha t) - \frac{3}{2} \alpha^2 \varphi_0^2 H_0 - \cos(\alpha t)}{\varphi_0^3 \cos^3(\alpha t) + 3\varphi_0^2 \cos^2(\alpha t) \beta + 3\varphi_0 \cos(\alpha t) \beta^2 + \beta^3}. \quad (26)$$

где были введены дополнительные обозначения

$$C = -\frac{9}{4} \alpha^4 \varphi_0^4 \cos^2(\alpha t) \sin^2(\alpha t) + \frac{3}{4} \alpha^4 \varphi_0^4 \cos^4(\alpha t) - \varphi_0^2 \alpha^4 \cos(2\alpha t) (\frac{9}{8} \varphi_0^2 + 1),$$

$$D = \frac{3}{4} \cos^4(\alpha t) \alpha^5 \varphi_0^5 \sin(\alpha t) - \frac{1}{2} \varphi_0^3 \alpha^5 \sin(2\alpha t) \cos(\alpha t) (\frac{3}{4} \varphi_0^2 + 1) - \frac{3}{2} \varphi_0^3 \alpha^4 \cos(\alpha t) \cos(2\alpha t) (\frac{1}{4} \varphi_0^2 \alpha^2 t - H_0).$$

На рисунке 5 показана зависимость наклона потенциала ε от времени t . Как видно из рисунка при больших t , $\varepsilon \ll 1$ т.е. выполняется условие возникновения инфляции.

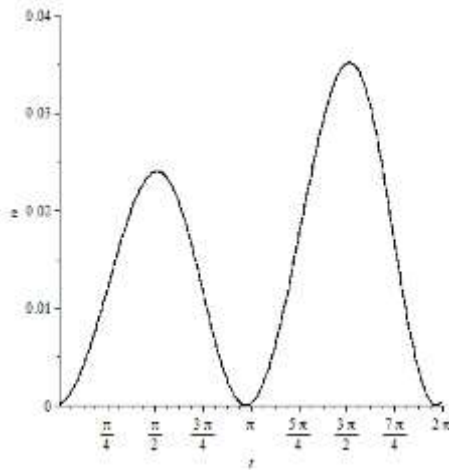


Рисунок 5- Зависимость наклона потенциала ε от времени t

Пример 2. Для изучения инфляционного сценария выберем потенциал в степенном виде В качестве первого примера инфляционного сценария мы возьмем одну из простейших моделей, принимая потенциал в степенном виде

$$V(\varphi) = \lambda \varphi^n, \quad (27)$$

где λ – константа связи, n – константа. Из

определений ε_V и η_V в уравнениях (20) и (21) соответственно, получаем следующие параметры медленного скатывания:

$$\varepsilon_V = \frac{n^2}{2k\varphi^2}, \eta_V = \frac{n(n-1)}{k\varphi^2}. \quad (28)$$

Поскольку инфляция закончивается когда $\varepsilon_V(\varphi_{end}) = 1$, то $\varphi_{end} = \frac{n}{\sqrt{2k}}$. Следовательно, е-фолдинг можно вычислить из

$$N = \int_{t_1}^{t_2} H dt = \int \frac{H}{\dot{\varphi}} d\varphi \approx k \int_{\varphi_{end}}^{\varphi} \frac{V(\varphi')}{V_\varphi(\varphi')} d\varphi'. \quad (29)$$

Подставляя (27) в (29) уравнение выводим е-фолдинг

$$N = \frac{k}{2n} (\varphi^2 - \frac{n^2}{2k}). \quad (30)$$

Таким образом, параметры медленного скатывания в терминах N равны

$$\varepsilon_V = \frac{n}{4N + n}, \eta_V = \frac{2(n-1)}{4N + n}. \quad (31)$$

На рисунке 6 показана зависимость параметра медленного скатывания ε_V , η_V от величины е-фолдинга при $n = 3$.

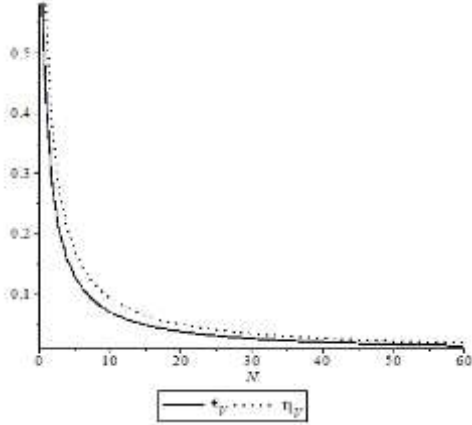


Рисунок 6- Зависимость параметр медленного скатывания ε_V , η_V от величины е-фолдинга

Спектральные индексы для этой модели находятся из

$$n_s - 1 \approx 2\eta_V - 6\varepsilon_V = -\frac{2(n+2)}{4N+n}, \quad (32)$$

$$n_T \approx -2\varepsilon_V = -\frac{2n}{4N+n}, \quad (33)$$

$$r \approx 16\varepsilon_V = \frac{16n}{4N+n}. \quad (34)$$

На рисунке 7 показана зависимость спектральных индексов n_s, n_T, r через параметры медленного скатывания от величины е-фолдинга.

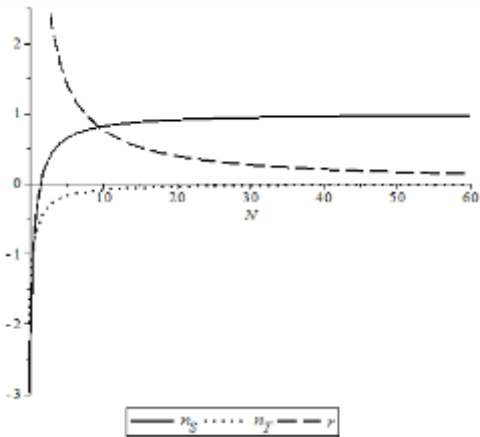


Рисунок 7- Зависимость спектральных индексов n_s, n_T, r через параметры медленного скатывания от величины е-фолдинга

Согласно наблюдательным данным Planck значения скалярного спектрального индекса и тензорно- скалярного отношения должны находиться в диапазоне [20]

$$n_s = 0,9649 \pm 0,0042, \quad (68\% CL), \quad (35)$$

$$r < 0.056. \quad (95\% CL). \quad (36)$$

Как видно из рисунка 7 полученные нами результаты хорошо согласуются с результатами наблюдений Planck.

Заключение

Исследовали космологическую модель со скалярным полем совместно с однородной и изотропной метрикой Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера. Используя уравнение Эйлера-Лагранжа построили эволюционные уравнения модели. В первом примере построили решение полученных уравнений движения, задав динамику скалярного поля в виде тригонометрической функции. В выбранном нами решении скалярное поле изменяется периодически, то убывая, то возрастая. В период возникновения инфляции скалярное поле должно медленно скатываться вниз. Поэтому для изучения инфляционного периода эволюции Вселенной мы выбрали участок при $0 < t < 2\pi$, на котором скалярное поле убывает. Полученное решение масштабного фактора экспоненциально изменяется во времени. Из построенного графика видно, что за малый промежуток времени происходит резкое возрастание масштабного фактора, что хорошо согласуется с инфляционными теориями. Для дальнейшей верификации исследуемой модели нашли параметры медленного скатывания и построили их графики, из которых можно увидеть выполнение условия возникновения инфляции $0 < \varepsilon \ll 1$. Во втором примере для изучения инфляционного сценария задали скалярный потенциал в степенном виде. Нашли зависимость параметров медленного скатывания от величины е-фолдинг N и спектральные индексы. Полученные решения полностью согласуются с инфляционной теорией и наблюдательными данными Planck.

Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP09058240).

Литература

- 1 Kucukakca Y. Scalar tensor teleparallel dark gravity via Noether symmetry //The European Physical Journal C. – 2013. – Vol.73. – Art.No 2327.
- 2 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. $f(T)$ teleparallel gravity and cosmology //Reports on Progress in Physics. – 2016. – Vol.79. – P.106901.
- 3 Razina O, Tsyba P, Meirbekov B, Myrzakulov R Cosmological Einstein–Maxwell model with g-essence //International Journal of Modern Physics D. – 2019. – Vol.28, No10. – Art.No 1950126.
- 4 Godani N., Gauranga C. Samanta. FRW cosmology in $f(Q,T)$ gravity //International Journal of Modern Physics D. – 2021. – Vol. 18, No. 09. – Art.No 2150134.
- 5 Esmakhanova K., Myrzakulov N., Nugmanova G., Myrzakulov Y., Chechin L., Myrzakulov R. Dark energy in some integrable and nonintegrable FRW cosmological models //International Journal of Modern Physics D. – 2011. – Vol. 20, No. 12. – P. 2419-2446.
- 6 Wei H., Guo X.-J., Wang L.F. Noether Symmetry in $F(T)$ Theory //Physics Letters B. – 2012. – Vol.707, №2. – P.298-304.
- 7 Capozziello S., Frusciante N., Vernieri D. New spherically symmetric solutions in $f(R)$ –gravity by Noether symmetries //General Relativity and Gravitation. – 2012. – Vol.44. – P.1881–1891.
- 8 Bhardwaj V.K., Pradhan A. Evaluation of cosmological models in gravity in different dark energy scenario //New Astronomy. – 2022. – Vol. 91. – Art.No 101675.
- 9 Cid M.A., del Campo S., Herrera R. Warm inflation on the brane //Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 10. – 2007. – Vol. 2007. – Art.No 005.
- 10 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in $f(T)$ gravity with a cosmological constant //Astrophysics and Space Science. – 2015. – Vol.357. – Art.No 45.
- 11 Guth A.H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems //Physical Review D. – 1981. – Vol.23, No2. – P.347-356.
- 12 Linde A. Chaotic Inflation //Physics Letters B. – 1983. – Vol.129. – P.177-181.
- 13 Jaman N., Myrzakulov K. Braneworld inflation with an effective Λ -attractor potential //Phys. Rev. D 99. – 2019. – Art.No 103523.
- 14 Berera A. Warm Inflation in the Adiabatic Regime- a Model, an Existence Proof for Inflationary Dynamics in Quantum Field Theory //Nuclear Physics B. – 2000. – V.4. – P.666-714.
- 15 Myrzakul Sh., Myrzakulov R. Lorenzo Sebastiani. $f(\varphi)$ R-models for inflation //International Journal of Modern Physics D. – 2016. – Vol.25, No 04. – Art.No 1650041.
- 16 Bartrum S., Bastero-Gil M., Berera A., Cerezo R., Ramos R. O., Rosa J. G. The importance of being warm (during inflation) //Physics Letters B. – 2014. – Vol.732. – P.116-121.
- 17 Modak B., Kamilya S. Gravitational coupling function in scalar tensor theories //International Journal of Modern Physics A. – 1998. – Vol.13. – P.3915-3927.
- 18 Almeida T.S., Pucheu M.L., Romero C., From Brans-Dicke gravity to a geometrical scalar-tensor theory //Physical Review D. – 2014. – Vol.89. – Art.No 64047.
- 19 Мырзакулова Ш.А., Разина О.В., Темирбаев М.Ш. Точное аналитическое решение динамических уравнений модели скалярного поля //Вестник Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева. Серия Физика. Астрономия. – 2021. – Т.137, №4. – С.15-23.
- 20 Gamonal M. Slow-roll inflation in $f(R,T)$ gravity and a modified Starobinsky-like inflationary model //General Relativity and Quantum Cosmology. – 2021. – Vol.31. – Art.No 100768.

References

- 1 Y. Kucukakca, The European Physical Journal C. 73, 2327 (2013).
- 2 Y.F. Cai, et al., Rep. Prog. Phys., 79, 106901 (2016).
- 3 O. Razina, et al., Int.J.Mod.Phys. D, 28(10), 1950126 (2019).
- 4 Nisha Godani, C. Gauranga Samanta, Int.J.Mod.Phys. D, 18(09), 2150134 (2021).
- 5 K. Esmakhanova, et al., Int.J.Mod.Phys. D, 20(12), 2419-2446 (2011).
- 6 H.Wei, X.-J.Guo, L.F.Wang, Phys. Letters B, 707(2), 298-304 (2012).
- 7 S.Capozziello, et al.,General Relativity and Gravitation, 44, 1881–1891 (2012).
- 8 Vinod Kumar Bhardwaj, Anirudh Pradhan, New Astronomy. 91, 101675 (2022).
- 9 M.A. Cid, S.del Campo, R. Herrera, JCAP, 2007, 005 (2007).
- 10 E. Gudekli, et al., Astrophys. Space Sci, 357, 45 (2015).
- 11 A.H. Guth, Phys. Rev. D, 23, 347-356 (1983).

- 12 A.Linde. Phys. Letters B, 129, 177-181 (1983).
- 13 Nur Jaman, K. Myrzakulov, Phys. Rev. D, 99, 103523 (2019).
- 14 A. Berera, Nuclear Physics B, 4, 666-714 (2000).
- 15 Sh. Myrzakul, R. Myrzakulov, L. Sebastiani, Int.J.Mod.Phys. D, 25 (04), 1650041 (2016).
- 16 S. Bartrum, et al., Phys. Letters B. 732, 116-121 (2014).
- 17 B. Modak, S. Kamilya, Int.J.Mod.Phys. A, 13, 3915 (1998).
- 18 T.S. Almeida, M.L. Pucheu, C. Romero, Phys. Rev. D. 89, 64047 (2014).
- 19 S.A. Myrzakulova, et al., Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy Series, 137(4), 15-23 (2021). (In Russ).
- 20 M. Gamonal, GR-QC, 31, 100768 (2021).