

МРНТИ 29.27.03

<https://doi.org/10.26577/RCPH.2022.v81.i2.04>Ю.В. Архипов* , А.Б. Ашиқбаева , А. Асқарұлы ,А.Е. Давлетов , А.Б. Еркін 

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы

*email: yarkhipov@yahoo.ca

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО СТРУКТУРНОГО ФАКТОРА БИНАРНЫХ ИОННЫХ СМЕСЕЙ

С использованием метода моментов исследованы и проанализированы динамические характеристики плотных систем, состоящих из ионов двух сортов с различной массой и зарядами, и соответствующего зарядам ионов количества экранирующих электронов. В настоящей работе обсуждаются характеристики бинарной ионной смеси, массы компонентов которой отличаются в два раза. В рамках развитого авторами метода моментов рассчитаны динамические структурные факторы (ДСФ) такой плазмы для различных термодинамических параметров. Алгоритм расчетов при этом основан на использовании с одной стороны статического структурного фактора системы, определяющегося из решения уравнения Орнштейна – Цернике, а с другой – так называемой функции-параметра Неванлинны (ФПН), входящей в расчетные соотношения. Последняя может быть найдена расчетным путем с использованием моментов функции потерь системы. Вычисления проводились в рамках классической системы заряженных частиц, взаимодействующих по закону Кулона. В работе проведен анализ полученных данных при использовании различных методов расчета ФПН. Полученные в работе результаты качественно и количественно согласуются с данными теоретических расчетов и численных экспериментов авторов других исследований динамических свойств плотной многокомпонентной плазмы.

Ключевые слова: бинарная-ионная смесь, метод моментов, моменты, динамический структурный фактор.

Ю.В. Архипов*, Ә.Б. Ашықбаева, Ә. Асқарұлы, А.Е. Давлетов, А.Б. Еркін
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, ЭТФЭИ, Қазақстан, Алматы қ.

*email: yarkhipov@yahoo.ca

Бинарлы иондық қоспалардың динамикалық құрылымдық факторын зерттеу

Моменттер әдісі көмегімен әртүрлі массалары мен зарядтары бар екі типті иондардан және иондардың зарядтарына сәйкес келетін экрандалған электрондардан тұратын тығыз жүйелердің динамикалық сипаттамаларын зерттеу және талдау жүргізілді. Бұл жұмыста біз құрамдас массалары екі есе ерекшеленетін екілік иондық қоспаның сипаттамаларын талқылаймыз. Авторлар әзірлеген момент әдісінің шеңберінде мұндай плазманың динамикалық құрылымдық факторлары (ДҚФ) әртүрлі термодинамикалық параметрлер үшін есептеледі. Бұл жағдайда есептеу алгоритмі, бір жағынан, Орнштейн-Цернике теңдеуінің шешімінен анықталатын жүйенің статикалық құрылымдық факторын, ал екінші жағынан, деп аталатынды қолдануға негізделген. Неванлинна параметрлік функциясы (НПФ), ол есептелген қатынастарға кіреді. Соңғысын жүйенің шығындалу функциясының моменттері арқылы табуға болады. Есептеулер Кулон заңы бойынша әрекеттесетін зарядталған бөлшектердің классикалық жүйесі шеңберінде жүргізілді. Жұмыста Неванлинна параметрлік функцияны есептеудің әртүрлі әдістерін қолдану арқылы алынған мәліметтер талданады. Бұл жұмыста алынған нәтижелер тығыз көпкомпонентті плазманың динамикалық қасиеттерінің басқа зерттеулері авторларының теориялық есептеулері мен сандық тәжірибелерінің мәліметтерімен сапалық және сандық жағынан сәйкес келеді. Бұл жұмыста ДҚФ алынған нәтижелері басқа авторлардың молекулалық динамика әдісімен алынған мәліметтермен салыстырылады.

Түйін сөздер: екілік-иондық қоспа, момент әдісі, момент, динамикалық құрылым факторы.

Yu.V. Arkhipov*, A.B. Ashikbayeva, A. Askaruly, A.E. Davletov, A.B. Yerkin
 Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Kazakhstan, Almaty
 *email: yarkhipov@yahoo.ca

Investigation of the dynamic structural factor of binary ionic mixtures

The method of moments is used to investigate and analyze the dynamic characteristics of dense systems consisting of ions of two types with different masses and charges, and the number of screening electrons corresponding to the charges of the ions. In this paper, we discuss the characteristics of a binary ionic mixture whose component masses differ by a factor of two. Within the framework of the developed self-consistent method of moments, the dynamic structure factors (DSF) of such a plasma are calculated for various thermodynamic parameters. In this case, the calculation algorithm is based on the use, on the one hand, of the static structural factor of the system, which is determined from the solution of the Ornstein-Zernike equation, and on the other hand, the so-called Nevanlinna parameter function (NPF), which is included in the calculated relations. The calculations were carried out within the framework of the classical system of charged particles interacting according to the Coulomb law. The paper analyzes the data obtained using various methods for calculating the NPF. The results obtained in this work qualitatively and quantitatively agree with the data of theoretical calculations and numerical experiments of the authors of other studies of the dynamic properties of a dense multicomponent plasma.

Keywords: binary-ionic mixture, method of moments, moments, dynamic structure factor.

Введение

В связи с развитием исследований плазмы, формирующейся в реакторах управляемого термоядерного синтеза, возникает необходимость определения ее диэлектрических свойств и динамических характеристик. Как правило, в плазме имеются ионы различных газов. Поэтому возникает необходимость в проведении экспериментальных и расчетно-теоретических исследований, в которых исследуются системы заряженных частиц, состоящие из двух и более компонентов. В настоящей работе исследуется динамический структурный фактор бинарной ионной смеси, которая состоит из ядер атомов водорода H^+ и гелия He^+ с нейтрализующим электронным фоном. Вычисление динамического структурного фактора ее проводится в рамках развитого в [1-5] метода моментов, в котором статические характеристики системы заряженных частиц находятся из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении [6-13]. Входящая в расчетные соотношения функция-параметр Неванлинны (ФПН) находится из вычисляемых частотных моментов. Полученные результаты приводятся в сравнении с данными работ [14 - 15].

Рассмотрим бинарную ионную смесь, находящуюся в тепловом равновесии, состоящую из двух видов ионов с массами, плотностью и положительными зарядами соответственно m_1, n_1, Z_1 и m_2, n_2, Z_2 . Система помещена в объем V так, что $n_a = N_a / V$, где N_a число частиц сорта a , где

$a = 1, 2$. С точки зрения статистики система классическая и имеется отрицательный нейтрализующий фон. Всего в системе $N = N_1 + N_2$ частиц с общей концентрацией $n = n_1 + n_2$ так что относительная плотность равна:

$$N_{21} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Тогда свойства системы будут зависеть только от следующих соотношений:

$$Z_{21} = \frac{Z_2}{Z_1}, \quad M_{21} = \frac{m_2}{m_1}.$$

В данной работе рассматривается классическая плазма, состоящая из двух сортов иона (ядра атомов водорода H^+ и гелия He^+), равных концентраций, так что выполняется равенство $N_{21} = 1$.

В качестве потенциала межчастичного взаимодействия используем потенциал Кулона

$$\varphi_{ab}(r) = \frac{Z_a Z_b e^2}{r}, \quad (1)$$

а для описания состояния плазмы – параметр связи

$$\Gamma = \frac{e^2}{ak_B T}. \quad (2)$$

Здесь введен радиус Вигнера-Зейтца

$$a = \sqrt[3]{3/4\pi n}, \quad (3)$$

где e – заряд электрона, k_B – постоянная Больцмана, T – температура, n – общая концентрация частиц.

Метод моментов для бинарной-ионной смеси

Как известно, использование метода моментов позволяет определить диэлектрические свойства кулоновской системы, используя несколько первых моментов функции потерь (см. ниже (6)), которые можно рассчитать, зная потенциал межчастичного взаимодействия и статические структурные факторы $S_{ab}(k)$. Последний может быть вычислен из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении [4-9], как это и было сделано в данной работе, для плазмы, содержащей ионы двух сортов.

Запишем формулу Неванлинны, определяющую диэлектрические свойства среды, в виде [3]

$$\frac{1}{\varepsilon(k, \omega)} = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega + Q(k))}{\omega(\omega^2 - \omega_1^2) + Q(k)(\omega^2 + \omega_1^2)}, \quad (4)$$

здесь $\omega_1^2 = C_2(k)/C_0(k)$, $\omega_2^2 = C_4(k)/C_2(k)$,

$Q(k) = ih_0(k)$, где $h_0(k) = \frac{\omega_2^2(k)}{\sqrt{2\omega_1(k)}}$, была найдена в

работе [16] и успешно использована в ряде следующих работ [17-21].

Параметры $C_\nu(k)$ определены как частотные моменты положительной четной функции потерь $L(k, \omega)$

$$C_\nu(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^\nu L(k, \omega) d\omega, \quad \nu = 0, 2, 4. \quad (5)$$

Здесь использовано обозначение для функции потерь

$$L(k, \omega) = -\frac{\text{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega)}{\omega}. \quad (6)$$

Нулевой частотный момент в классическом приближении выразится следующим образом

$$C_0(k) = \frac{n\tilde{\varphi}(k)}{k_B T} S_{zz}(k), \quad n = \sum_a n_a, \quad \tilde{\varphi}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}, \quad (7)$$

в свою очередь $S_{zz}(k)$ определяется как

$$S_{zz}(k) = \frac{1}{n} \left(\sum_a n_a Z_a^2 + \sum_{a,b} n_a n_b Z_a Z_b \tilde{f}_{ab}(k) \right), \quad (8)$$

где $\tilde{f}_{ab}(k)$ – Фурье-образ корреляционной функции.

Второй частотный момент функции потерь, согласно правилу f -сумм [2, 22-23], остается неизменным, он равен квадрату плазменной частоты системы:

$$C_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 L(k, \omega) d\omega \equiv \omega_p^2 = \sum_a \frac{4\pi Z_a^2 e^2 n_a}{m_a}. \quad (9)$$

Выражение для четвертого частотного момента с Фурье-образом эффективного потенциала межчастичного взаимодействия

$$\Phi_{ab}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2} \zeta_{ab}(k), \quad \zeta_{ab}(k) = \zeta_{ba}(k), \quad (10)$$

причем, в частности для потенциала Кулона форм-фактор $\zeta_{ab}(k) = Z_a Z_b$, $a, b = 1, 2$, запишется следующим образом

$$C_4(k) = \omega_p^4 (1 + K(k) + U(k) + H). \quad (11)$$

Здесь представлены энергетические соотношения для кулоновской плазмы

$$K(k) = 8\pi e^2 k^2 \sum_a \frac{Z_a^2 n_a}{m_a^2} E_{Ta}, \quad E_{Ta} = \frac{3}{2} k_B T_a, \quad (12)$$

$$U(k) = e^4 \sum_{a,b} \frac{Z_a}{m_a} \frac{Z_b}{m_b} n_a n_b \int_0^\infty q^2 \tilde{f}_{ab}(q) f(q, k) dq. \quad (13)$$

$$f(p, q) = \frac{10}{3} - 2 \frac{p^2}{q^2} + \frac{(p^2 - q^2)^2}{pq^3} \ln \left| \frac{p+q}{p-q} \right|. \quad (14)$$

Выражение для H симметризуется к следующему виду

$$H = -\frac{8\pi^2}{3} e^4 \sum_{a,b} \left(\frac{Z_b}{m_b} - \frac{Z_a}{m_a} \right)^2 Z_a Z_b n_a n_b f_{ab}(0). \quad (15)$$

Вычисления динамического структурного фактора

Динамический структурный фактор (ДСФ) «заряд-заряд» в классическом приближении напрямую связан с обратной продольной диэлектрической функцией плазмы посредством флуктуационно-диссипативной теоремы [24 - 25] как:

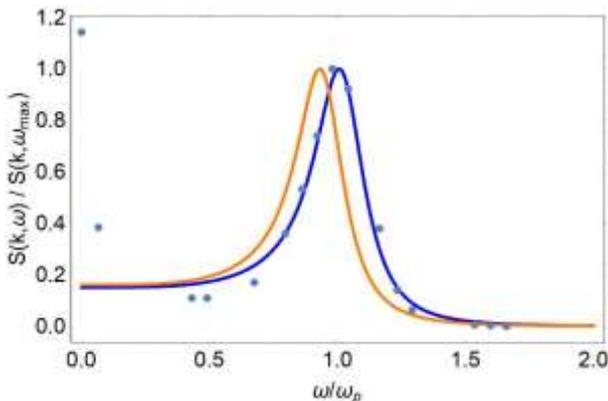
$$S_{zz}(k, \omega) = -\frac{\text{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega)}{\pi \beta \phi(k) \omega} \quad (16)$$

Откуда расчетная формула для ДСФ в данной работе, с использованием (4)-(7):

$$\frac{\pi S_{zz}(k, \omega)}{n S_{zz}(k)} = \frac{\omega_1^2(k)(\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k))h_0(k)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2(k)) + h_0^2(k)(\omega^2 + \omega_1^2(k))} \quad (17)$$

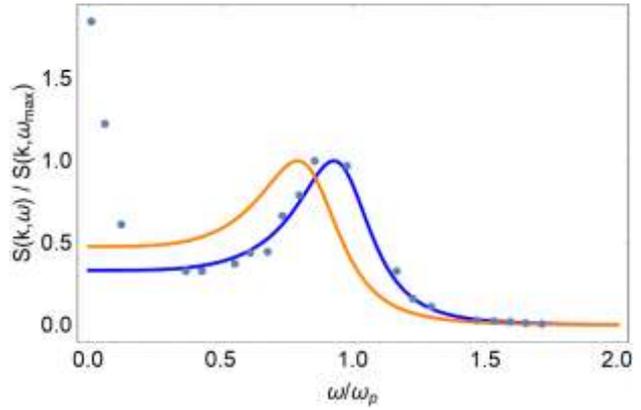
Как видно из формул, приведенных выше, для определения частот ω_1 , ω_2 нам необходимо знать статические характеристики системы (5). С другой стороны моменты и частоты ω_1 , ω_2 определялись из численного эксперимента [14-15] и использовались для расчета ДСФ по формуле (17).

На рисунках 1-3 приведены результаты вычисления ДСФ (17), где у оранжевой линии моменты и частоты ω_1 , ω_2 подсчитаны теоретически (соотношения (7,9,11)), а у синей линии они найдены из экспериментальных данных [14-15]. Обе эти зависимости сравнивались с экспериментальными данными (кружочки) [14-15], для различных параметров плазмы.



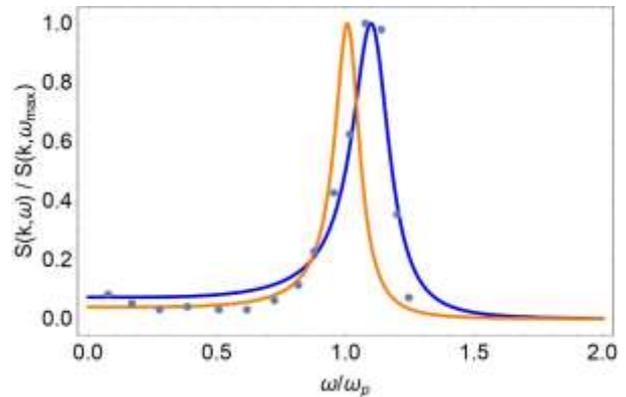
$$\Gamma = 24.5, q = ka = 1.384$$

Рисунок 1 – Динамический структурный фактор



$$\Gamma = 24.5, q = ka = 1.857$$

Рисунок 2 – Динамический структурный фактор



$$\Gamma = 40, q = ka = 0.875$$

Рисунок 3 – Динамический структурный фактор

Из рисунков 1-3 можно сделать вывод о том, что использование моментов из численных экспериментов для определения частот ω_1 , ω_2 и ФПН, позволяет более точно восстановить эти экспериментальные результаты, хотя и для случая вычисления моментов и соответствующих частот с использованием статических характеристик имеется определенное качественное согласие с данными [14-15].

Заключение

В данной работе были рассчитаны динамические структурные факторы методом моментов и сравнивались с численными данными других авторов. При этом моменты, частоты рассчитывались несколькими способами (о них говорится выше). В первом случае- моменты функции потерь, частоты и функция-параметр Неванлинны рассчитанные по формулам (7) – (15), дают неплохое качественное согласие с экспериментом, как это видно из рисунков 1-3 (оранжевые кривые). Во втором, когда моменты и

частоты, рассчитанные из экспериментальных данных, дают более качественное и количественное согласие с численным экспериментом (рисунки 1-3 синие кривые).

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP09260349).

Литература

- 1 Krein M.G., Nudel'man A.A. The Markov moment problem and extremal problems //Translations of Mathematical Monographs. American Mathematical Societ. – 1977. – Vol. 50. – 417 p.
- 2 Akhiezer N.I. The Classical Moment Problem. – New York: Hafner, 1965. – 253 p.
- 3 Tkachenko I.M., Arkhipov Yu.V., Askaruly A. The method of moments and its applications in plasma physics. – Germany: Lap Lambert Academic Publishing, 2012. – 125 p.
- 4 Adamyan V. M., Tkachenko I.M. Sum rules and exact relations for quantal Coulomb systems // Contrib. Plasma Phys. – 2003. – Vol. 43. – P. 252-257.
- 5 Arkhipov Yu. V., Askaruly A., Ballester D., Davletov A.E., Tkachenko I.M., Zwicknagel G. Dynamic properties of one-component strongly coupled plasmas: The sum-rule approach // Phys. Rev. E. – 2010. – Vol. 81. – P. 026402-1–9.
- 6 Архипов Ю.В., Баимбетов Ф.Б., Давлетов А.Е., Стариков К.В. Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы. – Алматы: Қазақ университеті, 2002. – 113 с.
- 7 Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Davletov A.E., Tkachenko I.M. Optical properties of Kelbg-pseudopotential-modelled plasmas //14th Intern. Conf. on the Physics of Non-Ideal Plasmas Rostock. – 2012. – P. 126.
- 8 Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Davletov A.E., Tkachenko I.M. Optical properties of Kelbg-pseudopotential-modelled plasmas //Contributions to Plasma Physics – 2013. – Vol.53. – P.375-384.
- 9 Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Davletov A.E., Voronkov V.V., Tkachenko I.M. Statical structural properties of nonideal plasma //Int. j. math. phys. – 2013. – Vol.4, № 1. – P.80-84.
- 10 Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Voronkov V.V., Davletov A.E., Tkachenko I.M. Static structural properties of nonideal plasmas // Международная научная конференция «Актуальные проблемы современной физики». – Алматы, 2013. – С.171.
- 11 Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Ballester D., Davletov A.E., Meirkanova G.M., Tkachenko I. M. Collective and static properties of model two-component plasmas //Phys. Rev. E. – 2007. – Vol. 76. – Art.No 026403.
- 12 Arkhipov Yu. V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Davletov A. E., Dubovtsev D., Tkachenko I.M. Enhancement of stopping power in dense two-component plasmas // Abstracts of Intern. Conf. on the Strongly Coupled Coulomb Systems. – Santa Fe; New Mexico; USA, 2014. – P.94.
- 13 Аскарулы А., Ашикбаева А.Б., Паласи Д. Энергетические потери релятивистских ионов в неидеальной плазме // Известия НАН РК серия физико-математическая – 2014. – Т. 2. – С.229-236.
- 14 Hansen J. P., McDonald I. R., Vieillefosse P. Statistical mechanics of dense ionized matter. VIII. Dynamical properties of binary ionic mixtures // Physical Review A – 1979. - Vol. 20. – N. 6. – P.2590.
- 15 Адамян С.В., Ткаченко И.М. Динамические корреляции в модельных ионных системах //Укр. физ. журн. – 1991. – Т.36, № 9. – С.1336-1340.
- 16 Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Davletov A.E., Dubovtsev D.Yu., Donko Z., Hartmann P., Korolov I. Conde L. and Tkachenko I.M. Direct determination of dynamic properties of Coulomb and Yukawa one-component plasmas //Phys. Rev. Lett. – 2017. – Vol.119. – Art.No 045001.
- 17 Tkachenko I.M., Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Davletov A.E., Dubovtsev D.Yu., Syzganbayeva S.A. Stopping power of warm dense electron plasmas //News and Reports from High Energy Density generated by Heavy Ion and Laser Beams. – June 2018. – P.53-54.
- 18 Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Davletov A.E., Dubovtsev D.Yu., Tkachenko I.M. Dynamic characteristics of strongly coupled plasmas //16th Intern. Conf. on the Physics of Non-Ideal Plasmas. – France, 2018. – P.64.
- 19 Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Syzganbayeva S.A., Dubovtsev D.Yu., Tkachenko I.M. Charged-particle stopping in a classical electron gas //IX Intern. Conf. Plasma Physics And Plasma Technology. – Belarus, 2018. – P.68-70.
- 20 Архипов Ю.В., Аскарулы А., Ашикбаева А.Б., Дубовцев Д.Ю., Сызганбаева С.А., Мурсал Н., Ткаченко И.М. Динамические структурные факторы модельной неидеальной плазмы // Журнал проблем эволюции открытых систем. – 2018. – Вып.20. – Т.12. – С 82-87.
- 21 Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Dubovtsev D.Yu. Comparative calculation of dynamic characteristics of moderately coupled plasmas using different dielectric function models //Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета, серия естественно-технические науки. – 2019. – Т.19, № 8. – С.3-9.

- 22 Adamyan V.M., Tkachenko I.M. Sum rules and exact relations for quantal Coulomb systems // *Contrib. Plasma Phys.* – 2003. – Vol. 43. – P.252-257.
- 23 Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Davletov A.E. and Tkachenko I.M. Dielectric function of coupled plasmas, the stopping power, and the sum rules // *Phys. Rev. E.* – 2014. – Vol. 90. – P. 053102.
- 24 Меирканова Г.М. Моментный подход к исследованию электродинамических характеристик модельной неидеальной плазмы // *Дисс. соискание акад. ст. PhD.* – 2008. – С.64.
- 25 Arkhipov Yu.V., Askaruly A., Ballester D., Davletov A.E., Tkachenko I.M., Zwicknagel G. Dynamic properties of one-component strongly coupled plasmas: The sum-rule approach // *Phys. Rev. E.* – 2010. – Vol. 81. – Art.No 026402.

References

- 1 M.G. Krein, A.A. Nudel'man, The Markov moment problem and extremal problems, *Translations of Mathematical Monographs*, (American Mathematical Society, 1977), 417 p.
- 2 N.I. Akhiezer, *The Classical Moment Problem*, (New York: Hafner, 1965), 253 p.
- 3 I.M. Tkachenko, Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly, *The method of moments and its applications in plasma physics*, (Germany: Lap Lambert Academic Publishing, 2012), 125 p.
- 4 V.M. Adamyan, I.M. Tkachenko *Contributions to Plasma Physics*, 43, 252-257 (2003).
- 5 Yu. V. Arkhipov, A. Askaruly, D. Ballester, et.al. *Phys. Rev. E.*, 81, 026402 (2010).
- 6 Yu.V. Arkhipov, F.B. Baimbetov, A.E. Davletov and K. Starikov, *Pseudopotentsialnaja teorija plotnoi vysokotemperaturnoi plazmy*, (Almaty: Qazaq Universiteti, 2002), 113 p. (In Russ).
- 7 Yu.V. Arkhipov, et.al., 14th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas, Rostock, 126 (2012).
- 8 Yu.V. Arkhipov, et.al. *Contributions to Plasma Physics*, 53, 375-384 (2013).
- 9 Yu.V. Arkhipov, et.al. *Int. j. math. phys.*, 4 (1), 80-84 (2013).
- 10 Yu.V. Arkhipov, *Intern. Sci Conf "Actual problems of modern physics"*, Almaty, 171 (2013).
- 11 Yu.V. Arkhipov, et.al., *Phys. Rev. E*, 76, 026403 (2007).
- 12 Yu.V. Arkhipov, A.B. Ashikbayeva, A. Askaruly, et.al. *Abstracts of Intern. Conf. on the Strongly Coupled Coulomb Systems*, Santa Fe, 94 (2014).
- 13 A. Askaruly, A.B. Ashikbayeva, D. Palace *Proceedings of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan series of physical and mathematical*, 2, 229-236 (2014) (In Russ).
- 14 J.P. Hansen, I.R. McDonald, P. Vieillefosse, *Phys. Rev. A*, 20 (6), 2590 (1979).
- 15 S.V. Adamyan, I.M. Tkachenko, *Ukr. phys. J.*, 36 (9), 1336-1340 (1991). (In Russ)
- 16 Yu.V. Arkhipov, et.al., *Phys. Rev. Lett.*, 119, 045001 (2017).
- 17 I.M. Tkachenko, et.al., *News and Reports from High Energy Density generated by Heavy Ion and Laser Beams*, 53-54 (2018).
- 18 Yu.V. Arkhipov, et.al., 16th Intern. Conf. Phys. of Non-Ideal Plasmas, France, 64 (2018).
- 19 Yu.V. Arkhipov, et.al. IX Intern. Conf. Plasma Phys. & Plasma Tech., Belarus, 68-70 (2018).
- 20 Yu.V. Arkhipov, et.al., *Jurnal problem otkrytyh system*, 20 (12), 82-87 (2018). (In Russ)
- 21 A.B. Ashikbayeva et.al., *Bulletin of the Kyrgyz-Russian Slavic University, a series of natural and technical sciences*, 19 (8), 3-9 (2019).
- 22 V.M. Adamyan, I.M. Tkachenko, *Contrib. Plasma Phys*, 43, 252-257 (2003).
- 23 Yu.V. Arkhipov, et.al., *Phys. Rev. E*, 90, 053102 (2014).
- 24 G.M. Meirkanova, *Momentnyi podhod k issledovaniyu elektrodinamicheskikh harakteristik modelnoy neidealnoy plazmy* (Thesis PhD, Almaty, 2008), 64 p. (In Russ)
- 25 Yu. V. Arkhipov, et.al., *Phys. Rev. E.*, 81, 026402 (2010).