

МРНТИ 14.35.09; 41.03.02

<https://doi.org/10.26577/RCPH.2022.v83.i4.07>**Б.А. Мукушев** Казахский агротехнический университет им. С. Сейфуллина, Казахстан, г. Астана
e-mail: mba-55@mail.ru

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ КАРТИНА ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

В статье на основе энергетического подхода теоретически исследовано явление взаимодействия между космическим аппаратом (КА), Солнцем и планетами. Для изучения энергетических характеристик взаимодействия этих небесных тел выбрана гипотетическая модель: Солнце, Земля и Венера «закреплены» в момент парада планет.

Цель этой работы заключается в определении значений потенциальной энергии единичной массы в гравитационном поле Солнечной системы в каждой точке прямой, соединяющей центры этих небесных тел. Для этого рассматривается перемещение КА с поверхности Земли на поверхности Венеры и Солнца, которое происходит вдоль радиальной координатной оси, проходящей через центры Солнца и планет.

Закономерности потенциальной энергии взаимодействия (энергии связи) космического аппарата с небесными телами исследованы с использованием компьютерных вычислений. В качестве компьютерного инструмента использован пакет прикладных программ (ППП) Mathcad. С помощью Mathcad был построен график суммарной потенциальной энергии Солнечной системы. Используя вычислительные возможности ППП Mathcad, были изучены графики потенциальной энергии этих планет. Была вычислена работа двигателя космического аппарата, необходимая для перемещения его с поверхности Земли на поверхность Венеры (на поверхность Меркурия или Солнца). С помощью компьютерных инструментов ППП Mathcad исследованы графики потенциальной энергии в точках около каждой планеты (потенциальная яма планеты).

Ключевые слова: график потенциальной энергии, точка «пересадки», парад планет, обобщенная энергетическая картина, Mathcad.

B.A. MukushevS. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Kazakhstan, Astana
e-mail: mba-55@mail.ru

Energy picture of the gravitational field of the Solar system

In the article, on the basis of the energy approach, the phenomenon of interaction between a spacecraft (spacecraft), the Sun and planets is theoretically investigated. To study the energy characteristics of the interaction of these celestial bodies, a hypothetical model was chosen: the Sun, Earth and Venus are "fixed" at the moment of the parade of planets.

The purpose of this work is to determine the values of the potential energy of a unit mass in the gravitational field of the Solar system at each point of a straight line. These straight lines connect the centers of these celestial bodies. To do this, we consider the movement of spacecraft from the Earth's surface to the surface of Venus and the Sun.

The regularities of the potential energy of interaction (binding energy) of the spacecraft with celestial bodies are investigated using computer calculations. The Mathcad application software package is used as a computer tool. Using Mathcad, a graph of the total potential energy of the Solar System was constructed. Using the computational capabilities of the Mathcad, graphs of the potential energy of these planets were studied. The operation of the spacecraft engine required to move it from the surface of the Earth to the surface of Venus (to the surface of Mercury or the Sun) was calculated. The graphs of potential energy at points near each planet (the potential pit of the planet) have been studied using computer tools of the Mathcad.

Key words: potential energy graph, "transplant" point, parade of planets, generalized energy picture, Mathcad.

Б.А. Мукушев

С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Қазақстан, Астана қ.
email: mba-55@mail.ru

Күн жүйесінің гравитациялық өрісінің энергетикалық бейнесі

Мақалада Күн жүйесінде қозғалған ғарыш аппаратының (ҒА) басқа аспан денелерімен өзара әрекеттесу заңдылықтарын зерттеудің теориялық нәтижелері көрсетілген. Ғарыштық аппараттың Күн және басқа планеталармен өзара әсерлесуін сипаттайтын байланыс энергиясының теңдеулері зерттелді. Біз траекториясы қарастырылып отырған аспан денелерінің центрлері арқылы өтетін ғарыш аппаратының түзу сызықты қозғалысын таңдадық. Аспан денелерінің өзара әсерлесу энергиясын зерттеу мақсатында гипотетикалық модель таңдалып алынып, «Күн және планета» жүйесінің планеталар парады жағдайындағы «бекітілген» моделі қарастырылды.

Бұл жұмыстың мақсаты – Жер, Венера және Күн центрлерін байланыстыратын түзудің әр нүктесіндегі бірлік массаның Күн жүйесінің гравитациялық өрісіндегі потенциалды энергиясының мәндерін анықтау. Ол үшін ҒА-ның Жер бетінен Венера мен Күн бетіне орын ауыстыруы қарастырылды. Мұндай орын ауыстыру Күн мен планеталардың орталықтары арқылы өтетін радиальдық координаталық ось бойымен жүреді.

Ғарыш аппараты мен басқа аспан денелері арасындағы байланыс энергиясы компьютерлік есептеулер арқылы зерттеледі. Компьютерлік құрал ретінде Mathcad қолданбалы бағдарламалар пакеті қолданылды. Mathcad пакеті көмегімен Күн жүйесінің жалпы потенциалды энергиясының графигі жасалды. Mathcad пакетінің есептеу мүмкіндіктерін қолдана отырып, осы планеталардың потенциалды энергиясының графиктері зерттелді. Ғарыш аппаратын Жер бетінен Венера бетіне (Меркурий немесе Күн бетіне) орын ауыстыру үшін қажет жұмыс мөлшері есептелді. Mathcad компьютерлік құралдары көмегімен әр планетаның маңайындағы нүктелердегі потенциалды энергияның графигі зерттелінді (планетаның потенциалдық шұңқыры).

Түйін сөздер: потенциалдық энергия графигі, «ауысу» нүктесі, планеталар шеруі, жалпыланған энергетикалық бейне, Mathcad.

Введение

В настоящее время освоение космического пространства реализуется в трех направлениях: околоземные полеты, т.е. создание искусственных спутников Земли различного назначения; полеты к Луне; полеты к планетам и другим небесным телам Солнечной системы. Триумфальные достижения человечества в космической технике в каждом из этих направлений хорошо известны. Движение искусственных спутников Земли и Солнца, облет естественного спутника Земли на космическом корабле и высадка на Луну, запуск искусственного спутника Луны, посадки на поверхности Венеры и Марса, исследование Юпитера с пролетной траектории и другие космические полеты исследуются на основе законов гравитационного притяжения между космическим аппаратом и небесными телами Солнечной системы [1-9]. Здесь использован энергетический подход к изучению гравитационного поля Солнечной системы и

компьютерный метод, необходимый для вычисления численных значений параметров этого поля

Объектом исследования является общая картина потенциальной энергии гравитационного поля Солнечной системы. В качестве предмета исследования выступает потенциальная энергия единичной массы в гравитационном поле Солнечной системы. Целью этой работы является изучение энергетического состояния единичной массы, находящейся в различных точках радиальной оси, соединяющей центры Земли, Венеры и Солнца.

Были поставлены следующие задачи: определить посредством компьютерной программы численные значения потенциальной энергии тела единичной массой в каждой точке радиальной оси в гравитационном поле Солнечной системы; построить график потенциальной энергии этого тела в Солнечной системе, описывающий энергетическую картину гравитационного поля Солнечной системы в зависимости от расстояния центра Солнца; на

основе изучения этого графика определить параметры точек «пересадки» космического аппарата, которые расположены между небесными телами; проводить численный анализ графиков потенциальной энергии тела единичной массой в гравитационном поле планет и Солнца посредством ППП MathCAD [10], когда это тело находится в различных точках поверхности этих небесных тел.

Методика исследования

Перемещение космического аппарата к другим планетам Солнечной системы с учетом гравитационного поля Солнца

Исследуем космическое путешествие КА с поверхности Земли в планету Венера с учетом гравитационного влияния Солнца. Выберем гипотетическую модель, где Солнце, Земля и Венера «закреплены», и их центры находятся на одной прямой (радиальной оси) (рисунок 1).



Рисунок 1 – Расположение Солнечной системы в момент «парад планет»

Рассмотрена потенциальная энергия КА массой m в системе «Земля – Венера – Солнце» для 4 случаев, в которых рассматривается энергетическое состояние космического аппарата, когда он будет находиться в различных точках радиальной оси, соединяющей центры рассматриваемых небесных тел.

1. На основе принципа суперпозиции полей напишем значение потенциальной энергии КА в системе «Земля–Венера - Солнце» для любой точки радиальной оси, в условиях $|r| > R_C$:

$$U(r) = -\frac{GmM_C}{|r|} - \frac{GmM_B}{|l_1 - r|} - \frac{GmM_3}{|l_2 - r|},$$

где M_C – масса Солнца, l_1 – расстояние центров Солнца и Венеры, l_2 – расстояние центров Солнца и Земли.

2. При $|r| \leq R_C$ потенциальную энергию КА для поверхности Солнца напишем так:

$$U(r) = -\frac{GmM_C}{r} \left(\frac{r}{R_C} \right).$$

3. Вычислим значение потенциальной энергии КА в системе «Венера - Солнце» для случая, когда КА находится на поверхности Венеры.

$$U(r) = -G \frac{mM_B}{R_B} - \frac{GmM_C}{r},$$

где r лежит в интервале $l_1 - R_B \leq r \leq l_1 + R_B$. Не будем учитывать гравитационное влияние Земли на поверхности Венеры в связи с тем, что

$$\left| -G \frac{mM_B}{R_B} \right| \gg \left| -G \frac{mM_3}{l_2 - l_1 - R_B} \right|.$$

4. Вычислим значение потенциальной энергии КА в системе «Земля–Солнце» для случая, когда КА находится на поверхности Земли.

$$U(r) = -G \frac{mM_3}{R_3} - \frac{GmM_C}{r}.$$

Дно «потенциальной ямы» Земли находится в интервале

$$l_2 - R_3 \leq r \leq l_2 + R_3.$$

Здесь не учитывается гравитационное влияние Венеры на поверхности Земли, так как

$$\left| -G \frac{mM_3}{R_3} \right| \gg \left| -G \frac{mM_B}{l_2 - l_1 - R_3} \right|.$$

Результаты и обсуждение

Создана компьютерная программа в среде MathCAD, где учтены все гравитационные действия, которые испытывает КА массой 1 кг в зависимости от различных его координат в системе «Земля – Венера - Солнце» (рисунок 2) [10-13].

На рисунке 2 (листинге) M_C обозначено через \mathbf{M}_0 , M_B – через \mathbf{M}_1 , M_3 обозначено через \mathbf{M}_2 , а $R_C \rightarrow \mathbf{R}_0$, $R_B \rightarrow \mathbf{R}_1$, $R_3 \rightarrow \mathbf{R}_2$. Единицы по осям системы координат представлены в системе СИ (ордината $U(r)$ – в джоулях, абсцисса r – в метрах).

Эти планеты не рассматриваются как материальные точки. Посредством данной компьютерной программы построим график потенциальной энергии единичной массы в Солнечной системе (нижняя часть рисунка 3).

Здесь не видны «потенциальные ямы» Венеры и Земли в связи с тем, что значения «глубины потенциальной ямы» этих планет около 3000 раз меньше чем глубина «потенциальной ямы» Солнца. Для обнаружения «потенциальных ям» планет масштаб ординаты графика потенциальной энергии единичной массы в

Солнечной системе был увеличен 500 раз, и был получен график в верхней части рисунка 3. Из этого графика видны едва заметные вертикальные пики, абсциссы которых соответствуют значениям расстояний этих планет от центра Солнца.

$$\begin{aligned}
 M_0 &:= 2.00 \cdot 10^{30} \text{ - Масса Солнца; } R_0 := 7.00 \cdot 10^8 \text{ - Радиус Солнца;} \\
 M_1 &:= 4.87 \cdot 10^{24} \text{ - Масса Венеры; } R_1 := 6.05 \cdot 10^6 \text{ - Радиус Венеры;} \\
 M_2 &:= 6.00 \cdot 10^{24} \text{ - Масса Земли; } R_2 := 6.40 \cdot 10^6 \text{ - Радиус Земли;} \\
 G &:= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ - Гравитационная постоянная; } m := 1 \\
 l_1 &:= 1.08 \cdot 10^{11} \text{ - Расстояние между центрами Солнца и Венеры;} \\
 l_2 &:= 1.50 \cdot 10^{11} \text{ - Расстояние между центрами Солнца и Земли;}
 \end{aligned}$$

$$U(r) := \begin{cases} \left(-G \cdot \frac{m \cdot M_0}{|r|} - G \cdot \frac{m \cdot M_1}{|l_1 - r|} - G \cdot \frac{m \cdot M_2}{|l_2 - r|} \right) & \text{if } |r| > R_0 \\ \left[-G \cdot \frac{m \cdot M_0}{r} \left(\frac{r}{R_0} \right) \right] & \text{if } |r| \leq R_0 \\ \left(-G \cdot \frac{m \cdot M_1}{R_1} - G \cdot \frac{m \cdot M_0}{r} \right) & \text{if } l_1 - R_1 \leq r \leq l_1 + R_1 \\ \left(-G \cdot \frac{m \cdot M_2}{R_2} - G \cdot \frac{m \cdot M_0}{r} \right) & \text{if } l_2 - R_2 \leq r \leq l_2 + R_2 \end{cases}$$

Рисунок 2 – Листинг расчета задачи

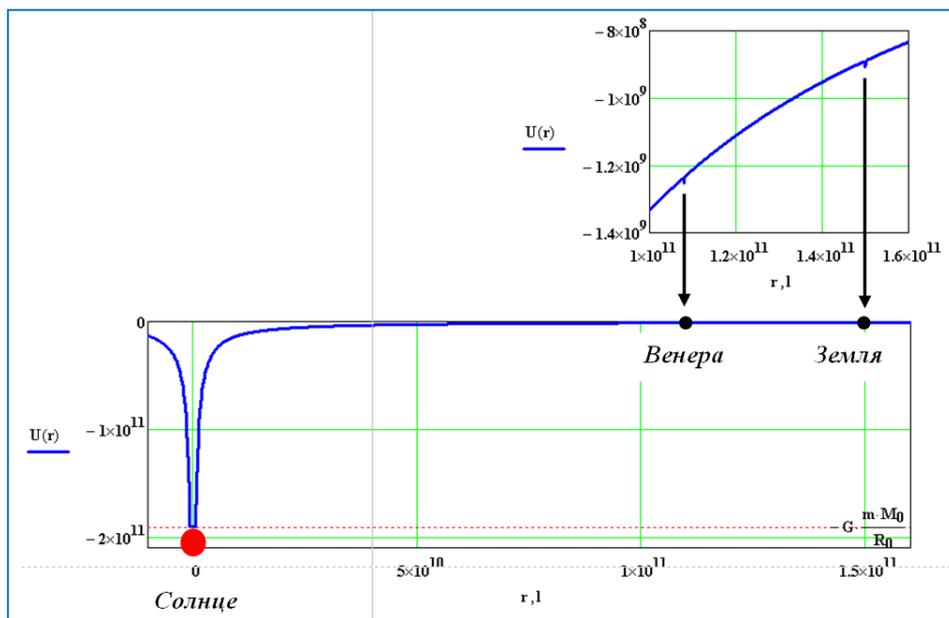
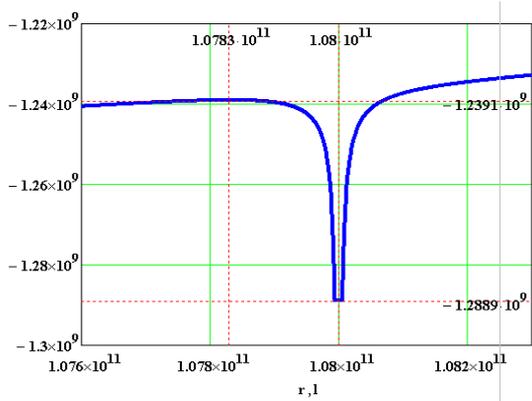


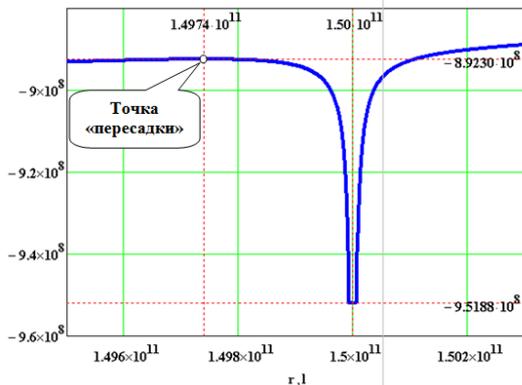
Рисунок 3 – График потенциальной энергии единичной массы в Солнечной системе

График потенциальной энергии единичной массы в Солнечной системе (рисунок 3) описывает энергетическую картину гравитационного поля Солнечной системы в зависимости от расстояния центра Солнца [10-12].

Для увеличения масштаба этих «гравитационных пиков» используем команду «Масштаб» в MathCAD. При увеличении масштабов этих пиков получим «потенциальные ямы» Венеры и Земли, представленные на рисунке 4.



а)



б)

Рисунок 4 – Графики потенциальной энергии единичной массы вблизи Венеры и Земли

С энергетической точки зрения совершить космический полет с Земли к Венере (или к Меркурию в условиях парада планет) – это значит выходить со дна потенциальной ямы поля тяготения Земли и свободно падать на дно потенциальной ямы Венеры (или другой планеты). Для этого космическому аппарату достаточно преодолеть точку «пересадки», абсцисса которой равна $1,4974 \cdot 10^{11}$ м. (Рис.4б).

Теперь найдем расстояние центра Земли от точки «пересадки»:

$$1,50 \cdot 10^{11} - 1,4974 \cdot 10^{11} = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м.}$$

или около 260 тысяч км, а расстояние от центра Венеры до точки «пересадки» равно – 41 740 тыс.км.

Минимальную работу, необходимую для перемещения КА массой m с поверхности Земли на поверхность Венеры, (или на поверхность Меркурия в условиях парада планет в «закрепленном» состоянии) можно выразить как:

$$A \approx U(r_C) - U(R_3) = -8,9230 \cdot 10^8 m - (-9,5188 \cdot 10^8 m) \approx 0,5958 \cdot 10^8 m \text{ (Дж).}$$

Для того чтобы совершить «мягкую» посадку на поверхность Венеры без парашюта, её нужно погасить. Для гашения скорости (это делается тормозным двигателем) нужна энергия не меньше $\sim 3,9590 \cdot 10^8 m$ Дж. Следовательно, при совершении «мягкой» посадки на поверхность Венеры минимальная работа должна быть:

$$A \approx 0,5958 \cdot 10^8 m + 3,9590 \cdot 10^8 m \approx 4,5548 \cdot 10^8 m \text{ (Дж).}$$

Для возвращения КА с Венеры на Землю и совершения свободного падения на ее поверхность необходимо больше энергии, чем совершить посадку на поверхность этой планеты. Величину этой энергии можно вычислить, используя графики потенциальной энергии единичной массы вблизи Венеры и Земли (рис. 4). Пользуясь командой «Трассировка» в MathCAD, можно определить значение потенциальной энергии, соответствующей любой точке этого графика (рис. 5).

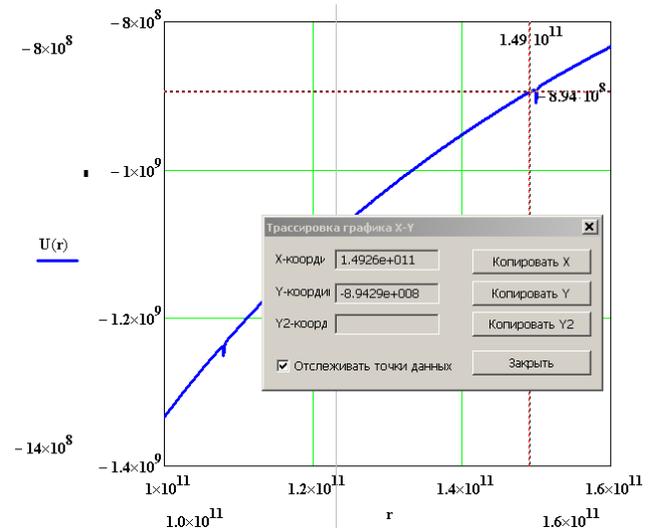


Рисунок 5 – Применение команды «Трассировка» для определения параметров точки «пересадки» вблизи Земли

Для совершения мягкой посадки на поверхность Земли нужна такая же энергия, как у КА, который бы мягко сел на Венеру. Также, можно найти минимальную работу, необходимую для перемещения КА массой m с поверхности Венеры на поверхность Меркурий или Солнца.

В реальных условиях затраты энергии двигателя КА для перелета с поверхности Земли на поверхность Венеры при «жесткой» и «мягкой» посадках в разы больше, чем дают наши расчеты по вычислению этих значений. Во-первых, коэффициент полезного действия реактивного двигателя находится в интервале $\sim (0,35 \div 0,45)$; во-вторых, ступеньки, при отрыве от двигателя, забирают часть механической энергии космического аппарата; в-третьих, космические аппараты не запускаются по прямой, проходящей по центрам планет и Солнца. Они поднимаются с поверхности Земли по очень сложной орбите и при движении испытывают многочисленные корректировки траектории полета, что требует большую затрату энергии.

Если исследуем дно «потенциальных ям» этих планет и Солнца с помощью команды «Масштаб», то получим новые результаты, доказывающие явное доминирование гравитации Солнца в окосолнечном пространстве. Таким образом, получим новые увеличенные десятки раз графики потенциальной энергии систем «КА-Солнце-Венера» (рис.6а) и «КА-Солнце-Земля» (рис. 6б).

Из рисунка отчетливо видно, что в точках поверхности планет, которые находятся в минимальном расстоянии от центра Солнца потенциальная энергия единичной массы в Солнечной системе меньше, чем в точках, расположенных в противоположной поверхности планет. Этот случай еще раз доказывает, что солнечное гравитационное влияние на поверхность планеты изменяется в зависимости от расстояния от центра Солнца.

Космический аппарат, когда находится на поверхности Земли (или других планет), почти не испытывает гравитационное влияние Венеры (или других планет), однако придется учесть гравитацию Солнца. Такой вывод можно сделать и по отношению к Венере.

На рисунке 7 представлены результаты компьютерного исследования посредством команды «Масштаб» дна «потенциальной ямы» Солнца.

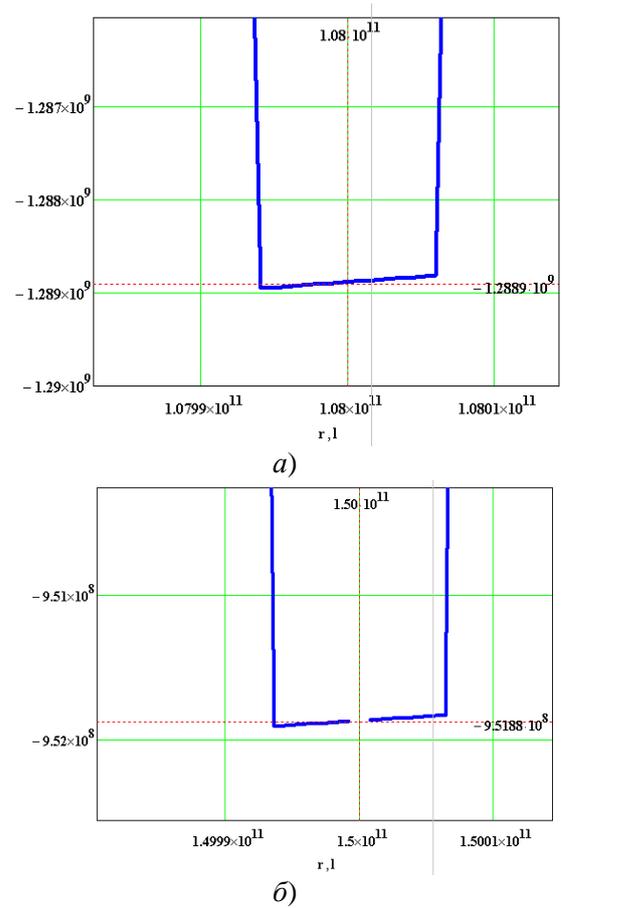


Рисунок 6 – Графики дна «потенциальных ям» Венеры и Земли

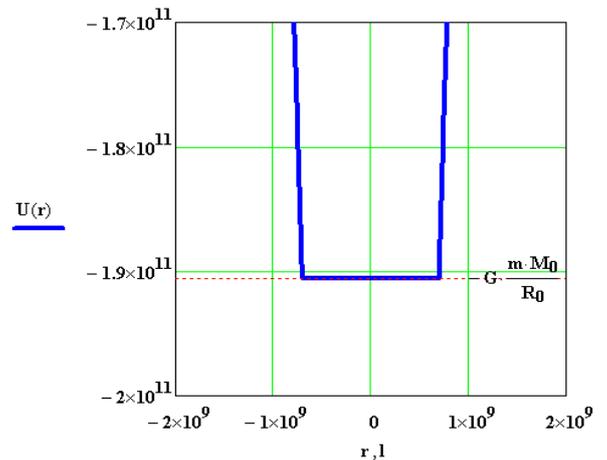


Рисунок 7 – График дна «потенциальной ямы» Солнца

Из графика делаем вывод, что гравитационное влияние планет на Солнце можно считать ничтожным.

Заключение

На основе энергетического подхода исследованы закономерности взаимодействия движущегося тела с другими небесными телами в Солнечной системе. Рассмотрено одно из простых состояний Солнечной системы – парад планет. Произведены вычисления энергетического состояния космического аппарата в зависимости от радиальной координаты. В результате исследования получены следующие научные результаты:

- на основе компьютерных вычислений и графиков изучены уравнения потенциальной энергии (энергии связи) взаимодействия тела единичной массой с Солнцем и другими планетами;

- исследована обобщенная энергетическая картина системы «Солнце и планеты», что представляет собой энергию связи космического аппарата в суммарном гравитационном поле всех субъектов Солнечной системы;

- вычислены минимальные значения работы внешних сил, необходимые для передвигания космического аппарата с поверхности одной небесных тел на поверхность других вдоль радиальной координатной оси;

- проведен численный анализ дна «потенциальных ям» рассматриваемых планет и Солнца посредством ППП MathCAD, характеризующих потенциальную энергию единичной массой в гравитационном поле этих небесных тел.

Дальнейшее изучение рассматриваемой проблемы позволяет выйти на следующие направления данного исследования: проведение теоретических, графических и компьютерных вычислений для произвольных расположений планет в Солнечной системе, изучение возможностей гравитационного маневра космического аппарата внутри Солнечной системы и другие.

Благодарности

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP14869376 «Развитие междисциплинарной исследовательской способности студентов при реализации синергетического образования в высшей школе»).

Литература

1. Левантовский В. И., Механика космического полета в элементарном изложении. – М.: Наука. Физматлит, 1980. – 512 с.
2. Киттель Ч., Найт В., Рудерман М. Механика (Берклевский курс физики): Учебное руководство. – М.: Наука. Физматлит, 1983. – 448 с.
3. Feynman R., Leighton R., Sands M. The Feynman lectures on physics. Vol. 2. – London: Addison-wesley publishing company, 1964. – 288 p.
4. Interplanetary flight. <http://www.braeunig.us/space/interpl.htm>
5. Martz C., Van Middelkoop S., Gkigkitzis I., Haranas I., Kotsireas I. Yukawa Potential Orbital Energy: Its Relation to Orbital Mean Motion as well to the Graviton Mediating the Interaction in Celestial Bodies // Hindawi Advances in Mathematical Physics. – Vol.2019, Article ID 6765827, 10 p.
6. McNutt R.L.Jr., Solar System Exploration: A Vision for the Next Hundred Years // IAC-04-IAA.3.8.1.02, 55th Intern. Astronautical Congress, Vancouver, Canada. – 2004.
7. Torres-Silva H. Electrodinámica Quiral: Eslabón para la Unificación del Electromagnetismo y la Gravitación // Ingeniare. Revista chilena de ingeniería. – 2008. – Vol. 16 n° especial. – P. 6-23.
8. Samokhin A.S. and Samokhina M.A. Optimization of the interplanetary flight to Mars with three-pulse approach to Phobos based on Lagrange principle // Journal of Physics Conference Series. – 2021. – Vol. 1864(1). – Art.No 012130.
9. Shane D. Ross. The Interplanetary Transport Network // American Scientist. – 2006. – Vol. 94(3). – P. 230.
10. Мукушев Б.А. Пакет прикладных программ Mathcad // Вестник КазАТУ. – 2022. – №2 (113). Ч.2. – С. 197-202.
11. Nelson F. Using mathcad to simplify uncertainty computations in a laboratory course // Computer Applications in Engineering Education. – 2014. – Vol. 23, № 2. – P. 250-257.
12. Мукушев Б.А., Мукушев А.Б., Таширова М.Б., Аширбаева Д.Н., Калхаман К.С., Салмырза Г.Ж., Сахиева С.М. Реализация вычислительных экспериментов для изучения небесной механики на основе энергетического подхода // Вестник ЕНУ (Физика). – 2021. – № 3. – С. 25-34.

References

1. V.I. Levantovsky, *Mekhanika kosmicheskogo poleta v elementarnom izlozhenii*, (Moscow, Nauka. Fizmatlit, 1980), 512 p. (in Russ).
2. Ch. Kittel, V. Knight, M. Ruderman *Mechanica*, (Berkeley Physics course) Textbook (Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1983), 448 p. (in Russ).
3. R. Feynman, R. Leighton, M. Sands, *The Feynman lectures on physics*, Vol. 2, (London, Addison-wesley publishing company, 1964), 288 p.
4. Interplanetary flight. <http://www.braeunig.us/space/interpl.htm>
5. C. Martz, S. Van Middelkoop, I. Gkigkitzis, I. Haranas, I. Kotsireas *Hindawi Advances in Mathematical Physics*, 2019, 6765827 (2019).
6. R.L.Jr. McNutt, *Solar System Exploration: A Vision for the Next Hundred Years*, IAC-04-IAA.3.8.1.02, 55th Intern. Astronautical Congress, Vancouver, Canada, (2004).
7. H. Torres-Silva, *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 16 n° especial, 6-23 (2008).
8. A.S. Samokhin and M.A. Samokhina, *Journal of Physics Conference Series*, 1864(1), 012130 (2021).
9. Shane D. Ross, *American Scientist*, 94(3), 230 (2006).
10. B.A. Mukushev, *Bulletin of KazATU*, No2 (113), Part 2, 197-202 (2022). (in Russ.)
11. F. Nelson, *Computer Applications in Engineering Education*, 23 (2), 250-257 (2014).
12. B.A .Mukushev, et al, *Vestnik ENU (Fizika)*, 3, 25-34 (2021). (in Russ.)