

Г.С. Алтаева , О.В. Разина* , П.Ю. Цыба , А.Б. Алтайбаева 

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Казахстан, г. Астана

*e-mail.ru: olvikraz@mail.ru

КОСМОГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ ПУЛЬСИРУЮЩЕЙ ВСЕЛЕННОЙ С РАЗЛИЧНЫМИ ТИПАМИ МАТЕРИИ

В данной работе исследуется модель пульсирующей Вселенной, с масштабными фактором, выбранным в виде периодической функции совместно с однородной, изотропной и пространственно-плоской метрикой Фридмана - Робертсон - Уокера. Параметры модели пульсирующей Вселенной совпадают с наблюдательными параметрами современной Вселенной, учитывая отличающийся вклад различных типов материи в ее эволюцию. В полученном решении в периоды ускоренного расширения Вселенной большой вклад в рост расширения дает скалярное поле имеющее отрицательное давление. Фермионное поле и векторное поле в этот период имеющие положительные значения давлений, препятствуют росту этого расширения. В периоды сжатия большее влияние на динамику эволюции Вселенной оказывают фермионное и векторное поля. В полученном периодическом решении Вселенная проходит через бесконечные циклы расширения и сжатия. Наблюдаемое современное ускоренное расширение Вселенной соответствует одному из таких циклов. Рассчитаны космографические параметры - параметры замедления q , рывка j и щелчка s и условия энергодоминантности для исследуемой модели. Эти параметры дают возможность связать независимые от модели результаты, полученные из космографии, с теоретически обоснованными предположениями гравитации.

Ключевые слова: пульсирующая Вселенная, скалярное поле, фермионное поле, взаимодействие типа Юкавы, векторное поле, космография, энергетические условия.

Г.С. Алтаева, О.В. Разина*, П.Ю. Цыба, А.Б. Алтайбаева
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан, Астана қ.
*e-mail.ru: olvikraz@mail.ru

Әртүрлі типтегі материяның лүпілдеуші ғаламның моделін космографиялық талдау

Біз бұл жұмыста біз Фридман – Робертсон – Уокердің біртекті, изотропты және кеңістік – жазықтық метрикасымен бірге периодтық функция түрінде таңдалған масштабты фактор мен лүпілдеуші Ғаламның моделі зерттеледі. Бұл жұмыста лүпілдеуші Ғалам моделінің параметрлері қазіргі ғаламның бақылау параметрлерімен сәйкес келеді, оның эволюциясына әртүрлі типтегі материяның қосқан үлесін ескере ерекшелену. Ғаламның үдемелі ұлғаюы кезеңінде алынған шешімде теріс қысымға ие скалярлық өріс ұлғаюның өсуіне үлкен үлес қосады. Осы кезеңдегі фермиондық өріс пен векторлық өріс оң қысым мәндеріне ие болғандықтан, бұл ұлғаюдың өсуіне жол бермейді. Сығылуы кезеңінде фермиондық өріс және векторлық өріс ғаламның эволюция динамикасына үлкен әсер етеді. Алынған мерзімді бұл шешімде Ғалам шексіз ұлғаю және сығылу циклдерінен өтеді. Қазіргі кезде бақыланатын Ғаламның үдемелі ұлғаюы осындай циклдердің біріне сәйкес келеді. Космографиялық параметрлер есептелген - зерттелетін модель үшін q баяулату параметрі, j серпілу параметрі және s басу параметрлері және энергия доминанттылық шарттары анықталды. Бұл параметрлер космографиядан алынған модельге тәуелсіз нәтижелерді гравитацияның теориялық негізделген болжамдарымен байланыстыруға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: лүпілдеуші Ғалам, скалярлы өріс, фермиондық өрісі, Юкава типті әсерлесу, векторлық өріс, космография, энергетикалық жағдайлар.

G.S. Altayeva, O.V. Razina*, P.Yu. Tsyba, A.B. Altaibayeva
L.N. Gumilyov Eurasian national university, Kazakhstan, Astana
*e-mail.ru: olvikraz@mail.ru

Cosmographic analysis of a model of the pulsating universe with diverse types of matter

In this paper, a model of a pulsating universe is investigated with periodic function of the scale factor together with a homogeneous, isotropic and spatially flat Friedman-Robertson-Walker metric. The parameters of the pulsating universe model coincide with observation parameters of the modern universe, taking into account the different contributions of various types of matter to its evolution. In the resulting solution, during periods of accelerated expansion of the universe, the scalar field with negative pressure makes a greater contribution to the expansion growth. The fermionic field and the vector field, which have positive pressure values during this period, prevent the growth of this expansion. During periods of compression, the fermionic field and the vector field have a greater influence on the dynamics of the evolution of the universe. In the resulting periodic solution, the universe goes through endless cycles of expansion and contraction. The observed modern accelerated expansion of the universe corresponds to one of these cycles. Cosmographic parameters are calculated - parameters of deceleration q , jerk j and snap s and energy conditions for the model under research. These parameters make it possible to link model-independent results obtained from cosmography with theoretically sound assumptions of gravity.

Key words: pulsating universe, scalar field, fermion field, Yukawa-type interaction, vector field, cosmography, energy conditions.

Введение

В пульсирующей модели Вселенная проходит через бесконечный самоподдерживающийся цикл. В 1930-х годах Альберт Эйнштейн высказал идею о том, что во Вселенной может происходить бесконечный цикл больших взрывов и больших сжатий [1-4]. Теория пульсирующей Вселенной – это модель космической эволюции, согласно которой, Вселенная претерпевает бесконечные циклы расширения и сжатия, каждый из которых начинается с «большого взрыва» и заканчивается «большим сжатием» [5-23]. Теория основана на трех основных понятиях: во-первых, большой взрыв – это не начало пространства или времени, а скорее момент, когда гравитационная энергия и другие формы энергии преобразуются в новую материю и излучение, а также в новый период расширения и сжатия. Во-вторых, взрывы периодически происходили в прошлом и будут периодически повторяться в будущем, возможно, раз в 10^{12} лет. В-третьих, последовательность событий, определяющих крупномасштабную структуру Вселенной, которую мы наблюдаем сегодня, имела место в течение длительного периода медленного сжатия перед взрывом; и события, которые произойдут в течение следующих 10^{12} лет, зададут крупномасштабную структуру для грядущего цикла. Хотя пульсирующая модель радикально отличается от

традиционной картины большого взрыва и инфляции с точки зрения физических процессов, формирующих Вселенную, и всего взгляда на космическую историю, обе теории соответствуют всем текущим наблюдениям с одинаковой степенью точности. Однако эти две картины различаются предсказаниями первичных гравитационных волн и мелкомасштабного статистического распределения материи; предполагается, что эксперименты в течение следующего десятилетия проверят эти предсказания и определят, какая картина сохраняется. Аналитическое решение таких уравнений является не простой задачей с математической точки зрения. Ниже нами будет рассмотрено частное решение для пульсирующей модели, а также сравнение полученных решений с наблюдательными данными [24-26].

В данной работе нами будет исследована модель пульсирующей Вселенной. Космологические данные [1-7] показывают, что примерно 70% плотности энергии во Вселенной находится в форме компоненты с отрицательным давлением, называемой темной энергией и примерно 30% в виде нерелятивистской материи и темной материи [27-37].

Модель

Рассмотрим действие в виде

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left\{ \frac{R}{2} + \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - \frac{1}{2} m_b^2 \phi^2 + \frac{i}{2} [\bar{\psi} \Gamma^\mu D_\mu \psi - (D_\mu \bar{\psi}) \Gamma^\mu \psi] - V(\bar{\psi} \psi) - \lambda \bar{\psi} \phi \psi + \frac{1}{2} m_v^2 A_\mu A^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right\}. \quad (1)$$

Здесь источниками гравитации являются: фермионное поле с потенциалом самовзаимодействия $V(\bar{\psi}\psi)$

$$L_f = \frac{i}{2} [\bar{\psi} \Gamma^\mu D_\mu \psi - (D_\mu \bar{\psi}) \Gamma^\mu \psi] - V(\bar{\psi}\psi), \quad (2)$$

где ψ и $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ представляют спинорное поле и его сопряженное соответственно. Ковариантные производные в (2) равны

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - \Omega_\mu \psi + iq A_\mu \psi, \quad (3)$$

$$D_\mu \bar{\psi} = \partial_\mu \bar{\psi} + \bar{\psi} \Omega_\mu - iq \bar{\psi} A_\mu, \quad (4)$$

где q является константой, которая связывает фермионное поле с векторным полем A_μ . Также, Ω_μ – это спиновая связанность

$$\Omega_\mu = -\frac{1}{4} g_\rho \sigma [\Gamma_{\mu\delta}^\rho - e^b (\partial_\mu e_\delta^b)] \Gamma^\delta \Gamma^\sigma, \quad (5)$$

где $\Gamma_{\sigma\lambda}^\nu$ – это символы Кристоффеля.

Плотность лагранжиана массивного скалярного поля ϕ без потенциала самовзаимодействия

$$L_b = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - \frac{1}{2} m_b^2 \phi^2, \quad (6)$$

где m_b является массой скалярного поля.

Плотность лагранжиана массивного векторного поля A_μ

$$L_v = \frac{1}{2} m_v^2 A_\mu A^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (7)$$

Из уравнений Эйлера-Лагранжа и нулевой энергии полная система уравнений движения, соответствующая лагранжиану (12) равна

$$3H^2 = \rho, \quad (13)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -p, \quad (14)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m_b^2 \phi + \lambda u = 0, \quad (15)$$

где m_v является массой векторного поля и $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

Плотность лагранжиана взаимодействия типа Юкавы показывает связь между фермионным и скалярным полем

$$L_y = -\lambda \bar{\psi} \phi \psi, \quad (8)$$

где λ является константой связи потенциала Юкавы.

Для изучения эволюции однородной, изотропной и пространственно-плоской Вселенной используем метрику Фридмана-Робертсона-Уокера

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (9)$$

где $a(t)$ является масштабным фактором Вселенной, а скаляр Риччи в этом случае выражается как

$$R = 6 \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right). \quad (10)$$

Рассмотрим случай, когда векторное поле является временеподобным, а именно,

$$A_\mu = (A_0(t), 0, 0, 0). \quad (11)$$

Этот случай является единственным возможным анзацем, совместимым с однородной и изотропной Вселенной. Примем, что потенциал самовзаимодействия фермионного поля равен $V(u) = \xi u^n$, где ξ и n – постоянные и $u = \bar{\psi}\psi$ билинейная функция. Тогда лагранжиан исследуемой модели будет равен

$$L = 3a\dot{a}^2 - a^3 \left\{ \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi + 2iq A_0 \bar{\psi} \gamma^0 \psi) + a^3 \left\{ \xi u^n - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_b^2 \phi^2 + \lambda \bar{\psi} \phi \psi - \frac{1}{2} m_v^2 A_0^2 \right\} \right\}. \quad (12)$$

$$A_0 = q \frac{\bar{\psi} \gamma^0 \psi}{m_v^2}, \quad (16)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2} H \bar{\psi} - i \bar{\psi} [q A_0 + n \xi u^{n-1} \gamma^0 + \lambda \phi \gamma^0] = 0, \quad (17)$$

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2} H \psi + i [n \xi u^{n-1} \gamma^0 + q A_0 + \lambda \phi \gamma^0] \psi = 0, \quad (18)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (19)$$

где

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_b^2\phi^2 + \xi u^n + \lambda\bar{\psi}\phi\psi + \frac{1}{2}q^2 \frac{(\bar{\psi}\gamma^0\psi)^2}{m_v^2}. \quad (20)$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}m_b^2\phi^2 + \xi(n-1)u^n + \frac{1}{2}q^2 \frac{(\bar{\psi}\gamma^0\psi)^2}{m_v^2}. \quad (21)$$

Уравнения (13), (14) являются уравнениями Фридмана; уравнение (15) является уравнением Клейна-Гордона; уравнение (16) является уравнением векторного поля; (17) и (18) уравнениями Дирака; уравнение (19) уравнением сохранения; (20), (21) плотность энергии и давление, соответственно.

Мы можем показать полную плотность энергии гравитационного поля в виде суммы $\rho = \rho_b + \rho_f + \rho_\gamma + \rho_A$ вкладов, которые связаны с бозонным, фермионным полями, а также потенциалом Юкавы и векторного поля, соответственно. Их выражения имеют вид

$$\rho_b = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_b^2\phi^2, \quad (22)$$

$$\rho_f = \xi u^n, \quad (23)$$

$$\rho_A = \frac{1}{2}q^2 \frac{(\bar{\psi}\gamma^0\psi)^2}{m_v^2}. \quad (24)$$

$$\phi = \frac{-\frac{\lambda c}{a_0^3 t g^3(\alpha t)} + \sqrt{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} t g^{-6}(\alpha t) - 4m_b^2 \left(\frac{\xi(2-n)c^n (a_0 t g(\alpha t))^{-3n}}{\sin^2 2\alpha t} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}}{2m_b^2}. \quad (31)$$

Решая уравнение (16), получим выражение для векторного поля

$$A_0 = \frac{\check{c}}{m_v^2 a_0^3 t g(\alpha t)}, \quad (32)$$

где мы ранее вывели соотношение, упрощающее дальнейшие вычисления из уравнений Дирака (17),

$$(18) \bar{\psi}\gamma^0\psi = \frac{\check{c}}{a^3}, \text{ где } \check{c} \text{ константа.}$$

$$\rho_\gamma = \lambda\bar{\psi}\phi\psi. \quad (25)$$

Таким же образом мы можем показать полное давление энергии гравитационного поля в виде суммы $p = p_b + p_f + p_A$ вкладов, которые связаны с бозонным, фермионным и вектоным полями соответственно. Давление потенциала типа Юкавы равно нулю. Их выражения имеют вид

$$p_b = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}m_b^2\phi^2, \quad (26)$$

$$p_f = \xi(n-1)u^n, \quad (27)$$

$$p_A = \frac{1}{2}q^2 \frac{(\bar{\psi}\gamma^0\psi)^2}{m_v^2}, \quad (28)$$

$$p_\gamma = 0. \quad (29)$$

Поиск решения

Система уравнений (13)-(21) имеет следующее решение в виде периодической функции

$$a = a_0 t g(\alpha t), \quad (30)$$

где a_0 , α некоторые константы и $\alpha > 0$. Решая совместно уравнения (20) и (21) и учитывая зависимость масштабного фактора можно найти вид функции скалярного поля

Для функции фермионного поля будем искать решение в виде

$$\psi_k = E_k(t) e^{iF_k(t)}, \quad k = 0,1,2,3. \quad (33)$$

Разложив по компонентно уравнения Дирака (17), (18) и подставив в них общий вид функции фермионного поля (33), найдем точное значение коэффициентов

$$E_k = E_{k0} a^{-\frac{3}{2}}, \quad (34)$$

$$F_k = -\frac{1}{2\alpha} \left(\frac{q^2 \dot{c}}{m_v^2} + \frac{\lambda c}{2a_0^3 m_b^2} \right) \left[\ln \left(1 + \frac{1}{tg^2(\alpha t)} \right) - \frac{1}{tg^2(\alpha t)} \right] + n \xi \frac{c^{n-1}}{a_0^{3n-3}} \int \left(\frac{1}{tg^3(\alpha t)} \right)^{n-1} + F_{k0} + \int N dt, \quad (35)$$

где E_{k0} и F_{k0} константы интегрирования, $F_k = -F_m$, ($k = 0, 1; m = 2, 3$) и мы ввели обозначение

$$N = \frac{\sqrt{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} tg^{-6}(\alpha t) - 4m_b^2 \left(\xi(2-n)c^n (a_0 tg(\alpha t))^{-3n} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}}{2m_b^2}.$$

Из выбранной выше формы потенциала (14) равны

самовзаимодействия фермионного поля с учетом вида масштабного фактора найдем его зависимость от времени t

$$p = -\frac{2\alpha^2(3+4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t}, \quad (37)$$

$$V = \xi \left(\frac{c}{a_0^3 tg^3(\alpha t)} \right)^n. \quad (36)$$

$$\rho = \frac{6\alpha^2}{\sin^2 2\alpha t}. \quad (38)$$

Полные плотность энергии и давление исследуемой модели из уравнений Фридмана (13) и

Покомпонентные вклады каждого из полей в полную плотность (22) - (25), соответственно равны

$$\rho_b = \frac{-\frac{\lambda c}{a_0^3 tg^3(\alpha t)} \sqrt{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} tg^{-6}(\alpha t) - 4m_b^2 \left(\xi(2-n)c^n (a_0 tg(\alpha t))^{-3n} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}}{4m_v^2} + \quad (39)$$

$$+ \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} tg^{-6}(\alpha t) - 2m_b^2 \left(\xi(2-n)c^n (a_0 tg(\alpha t))^{-3n} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}{4m_v^2},$$

$$\rho_f = \xi \left(\frac{c}{a_0^3 e^{3\alpha t} t^{3\beta}} \right)^n, \quad (40)$$

$$\rho_Y = \frac{-\frac{\lambda^2 c^2}{a_0^3 tg^3(\alpha t)} + \frac{\lambda c}{a_0^3 tg^3(\alpha t)} \sqrt{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} tg^{-6}(\alpha t) - 4m_b^2 \left(\xi(2-n)c^n (a_0 tg(\alpha t))^{-3n} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}}{2m_b^2}, \quad (41)$$

$$\rho_A = \frac{1}{2} q^2 \frac{\dot{c}^2}{a_0^3 tg^3(\alpha t) m_v^2}, \quad (42)$$

На рисунке 1 показана полная плотность энергии ρ (сплошная линия), плотность фермионного поля ρ_f

(точечная линия), плотность векторного поля ρ_b (пунктирная линия), плотность скалярного поля ρ_Y (штрихпунктирная линия), плотность потенциала типа Юкавы ρ_A (открытая линия). Покомпонентные вклады каждого из полей в полное давление (26) - (29), соответственно равны

$$\begin{aligned}
 p_b = & \frac{-\frac{\lambda c}{a_0^3 t g^3(\alpha t)} \sqrt{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} t g^{-6}(\alpha t) - 4m_b^2 \left(\xi(2-n)c^n (a_0 t g(\alpha t))^{-3n} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}}{4m_v^2} + \\
 & + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{\lambda^2 c^2 a_0^{-6} t g^{-6}(\alpha t) - 2m_b^2 \left(\xi(2-n)c^n (a_0 t g(\alpha t))^{-3n} - \frac{4\alpha^2(3-4\cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \right)}{4m_v^2},
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

$$p_f = \xi(n-1) \left(\frac{c}{a_0^3 t g^3(\alpha t)} \right)^n, \tag{44}$$

$$p_Y = 0. \tag{46}$$

$$p_A = \frac{1}{2} q^2 \frac{c^2}{a_0^3 t g^3(\alpha t) m_v^2}, \tag{45}$$

На рисунке 2 показано полное давление p модели (сплошная линия), давление фермионного поля p_f (точечная линия), давление векторного поля p_A (пунктирная линия), давление скалярного поля p_b (штрихпунктирная линия).

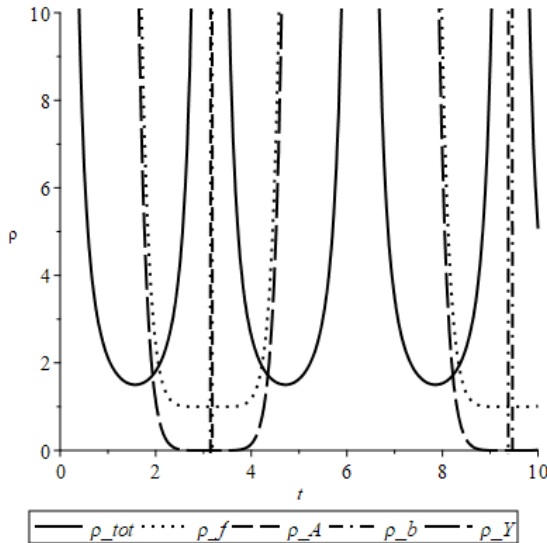


Рисунок 1 – Плотность энергии ρ и ее компоненты в зависимости от времени t , при $m = 10^{-4}, \xi = 5, c = 2, n = 2, a_0 = 1, \alpha = 0.5, q = 5, c' = 10$

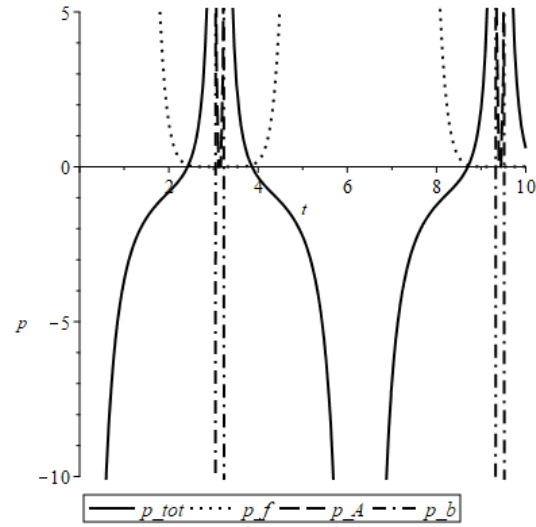


Рисунок 2 – Полное давление p и ее компоненты в зависимости от времени t , при $m = 10^{-6}, \xi = 5, c = 2, n = 2, a_0 = 1, \alpha = 0.5, q = 5, c' = 10$

Космография

Космологический принцип допускает построить метрику Вселенной и начать с интерпретации космологических наблюдений. Аналогично как кинематика является той частью механики, которая описывает движение тел безучета сил, вызывающих это движение, космография показывает всего лишь кинематику космологического расширения. Для построения ключевой космологической характеристики –

зависимости масштабного фактора $a(t)$ от времени – необходимы уравнения движения и допущение о материальном составе Вселенной, позволяющие построить тензор энергии-импульса. Эффективность космографии состоит в том, что она дает возможность тестировать любые космологические модели, не противоречащие космологическому принципу [38]. Разложение масштабного фактора в ряд Тейлора в окрестностях текущего момента времени t_0 приводит к

выражению, которое зависит только от метрики (9) и полностью независит от модели [39-40].

$$a(t) = a_0 + \dot{a}(t_0) + \frac{1}{2!} \ddot{a}(t_0)(t-t_0)^2 + \frac{1}{3!} \dddot{a}(t_0)(t-t_0)^3 + \frac{1}{4!} \ddddot{a}(t_0)(t-t_0)^4, \quad (47)$$

где 0 означает текущее значение величины и члены выше пятого порядка были опущены. Существует целый ряд различных теоретических моделей, которые описывают ускоряющее расширение современной Вселенной. Для этих моделей, обычно используется феноменологические соотношения $p = \omega\rho$ между давлением p и плотностью энергии ρ каждой из компонент жидкости, где ω – параметр уравнения состояния, или, для краткости, параметр состояния. Компонента с отрицательным ω соответствует темной энергии. Современные эксперименты, в том числе WMAP, свидетельствуют о том, что в настоящее время параметр состояния темной энергии близок к -1 . В частности, из существующих оценок, полученных по результатам наблюдений, вытекает, что с вероятностью 0.95 значение ω лежит в интервале $-1.46 < \omega < -0.78$.

Параметр рывка

$$j(t) = -\frac{1}{a} \frac{d^3 a}{dt^3} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-3} = 2 \sin^2(\alpha t) \cos(\alpha t) (1 + 3 \tan^2(\alpha t)). \quad (51)$$

Параметр щелчка

$$s(t) = -\frac{1}{a} \frac{d^4 a}{dt^4} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-4} = 2 \frac{\sin^4(\alpha t)}{\cos^2(\alpha t)} (6 \tan(\alpha t) + \sin(2\alpha t) (1 + 3 \tan^2(\alpha t))). \quad (52)$$

Параметры замедления, рывка, щелчка являются безразмерными. Используя их, можно переписать

$$a(t) = a_0 [1 + H_0(t-t_0)] - \frac{1}{2!} q_0 H_0^2 (t-t_0)^2 + \frac{1}{3!} j_0 H_0^3 (t-t_0)^3 + \frac{1}{4!} s_0 H_0^4 (t-t_0)^4. \quad (53)$$

На рисунке 3 показана параметр уравнения состояния (сплошная линия), параметр Хаббла $H(t)$ (точечная линия), параметр замедления $q(t)$ (пунктирная линия), параметр рывка $j(t)$ (штрихпунктирная линия), параметр щелчка $s(t)$

С теоретической точки зрения указанная выше область ω охватывает три существенно различных случая: $\omega=1$ и $\omega < -1$. Функции в терминах производных от масштабного фактора и их значения при степенном масштабном факторе (30) равны: Параметр Хаббла

$$H(t) = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{2\alpha}{\sin(2\alpha t)}. \quad (48)$$

Параметр уравнения состояния

$$\omega(t) = \frac{p}{\rho} = -1 + \frac{4}{3} \cos(2\alpha t). \quad (49)$$

Параметр замедления

$$q(t) = -\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-2} = -2 \sin^2(\alpha t). \quad (50)$$

(открытая линия).

Ускоренное возрастание масштабного фактора происходит при $q < 0$. Ускоренное возрастание скорости расширения, $H > 0$, соответствует $q < -1$.

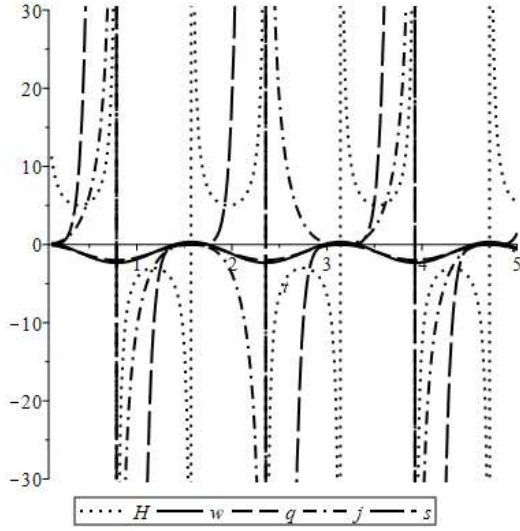


Рисунок 3 – Параметр уравнения состояния ω и космографические параметры в зависимости от времени t , при $\alpha = 2$

Энергетические условия

В общей теории относительности и модифицированных теориях гравитации, распределение массы, импульса и момента импульса, должны иметь значения для любых полей и описаны тензором энергии импульса или тензором материи. NEC, WEC, SEC, и DEC отвечает нулевому, слабому, сильному и доминирующему энергетическому условиям соответственно. Поскольку эти условия не требуют какого-либо определенного уравнения состояния вещества, заполняющего Вселенную, они накладывают очень простые и модельно независимые ограничения на поведение плотности энергии и давления. Таким образом, энергетические условия дают одну из возможностей объяснить эволюцию Вселенной исходя из весьма общих принципов.

Энергетические условия являются такими критериями. Они описывают свойства, характерные для всех состояний вещества и все негравитационные области, которые изучены в физике. С помощью энергетических условий можно исключить много нефизических решений уравнений Эйнштейна.

В космологии большое значение имеют эти четыре энергетических условия. Нулевое энергетическое условие (NEC)

$$\rho + p \geq 0. \quad (54)$$

Сильное энергетическое условие (WEC)

$$\rho \geq 0, \rho + p \geq 0 \quad (55)$$

Слабое энергетическое условие (SEC)

$$\rho + 3p \geq 0, \rho + p \geq 0. \quad (56)$$

Доминирующее энергетическое условие (DEC)

$$\rho \geq 0, -\rho \leq p \leq \rho. \quad (57)$$

Для нашей модели (30) энергетические условия имеют следующий вид

NEC

$$\frac{4\alpha^2(3 + 4 \cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \geq 0, \quad (58)$$

WEC

$$\frac{6\alpha^2}{\sin^2 2\alpha t} \geq 0, \frac{4\alpha^2(3 + 4 \cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \geq 0, \quad (59)$$

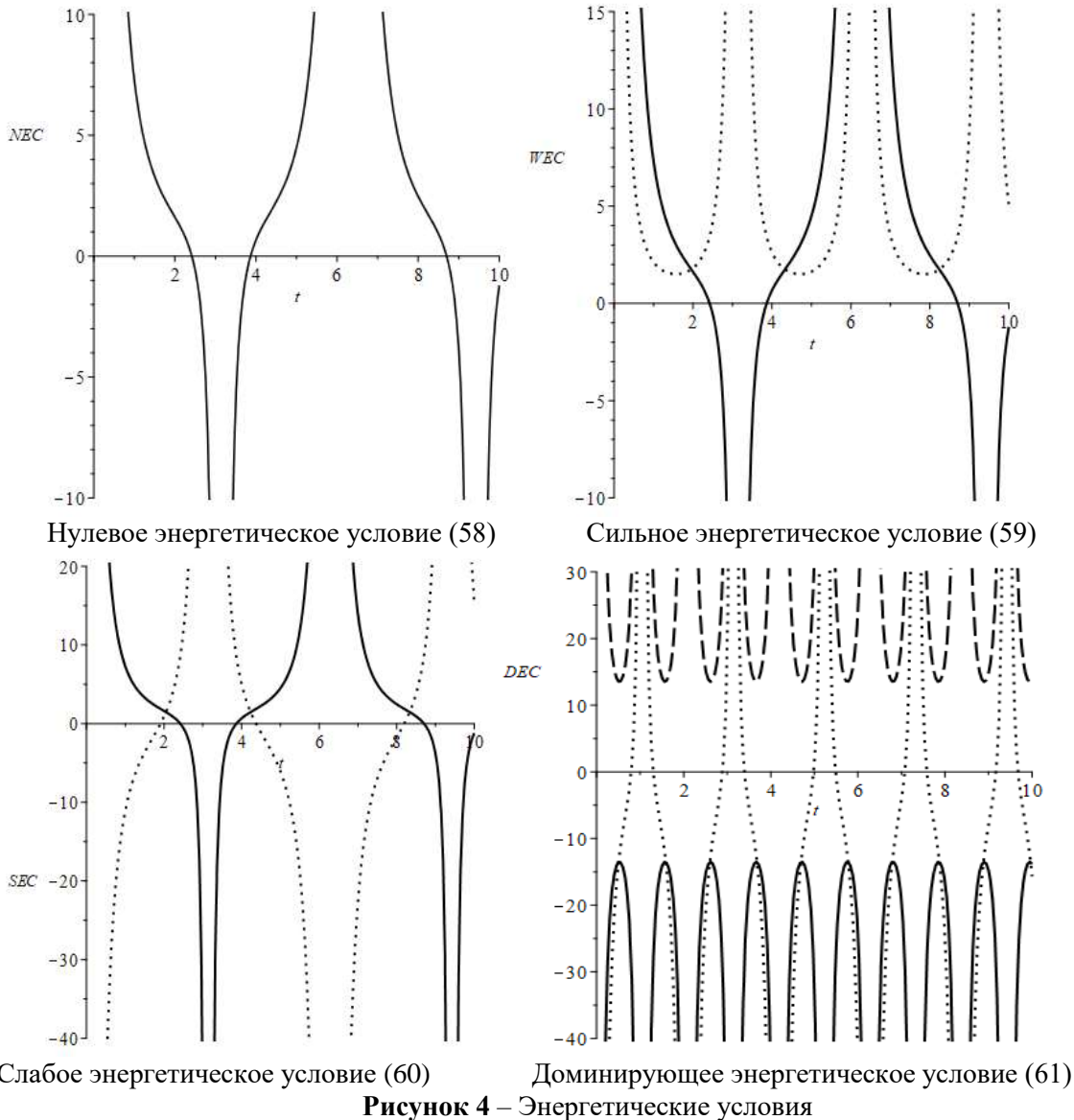
SEC

$$-\frac{12\alpha^2(1 + 3 \cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \geq 0, \frac{4\alpha^2(3 + 4 \cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \geq 0, \quad (60)$$

DEC

$$\frac{6\alpha^2}{\sin^2 2\alpha t} \geq 0, -\frac{6\alpha^2}{\sin^2 2\alpha t} \leq -\frac{2\alpha^2(3 + 4 \cos 2\alpha t)}{\sin^2 2\alpha t} \leq \frac{6\alpha^2}{\sin^2 2\alpha t}. \quad (61)$$

На рисунке 4а показано NEC ($\rho + p$ – сплошная линия). На рисунке 4b показано WEC (ρ – сплошная линия, $\rho + p$ – точечная линия). На рисунке 4с показано SEC ($\rho + 3p$ – сплошная линия, $\rho + p$ – точечная линия). На рисунке 4d показано DEC (ρ – пунктирная линия, $-\rho$ – сплошная линия, p – пунктирная линия). Эти условия накладывают простые и независимые от циклически модели ограничения на поведение плотности энергии и давления. Для нашей модели периодически выполняется нулевое энергетическое условие, сильное энергетическое условие, доминирующее энергетическое условие и не выполняется слабое энергетическое условие, которое не является обязательным.



Заключение

Исследовали периодическое решение модели со скалярным, фермионным, массивным векторным полями и их взаимодействием в условии однородной, изотропной пространственно-плоской Вселенной. Наблюдая за поведением компонент давления можно сделать вывод, что в период ускоренного расширения давления скалярного поля отрицательно, а значит именно оно является ответственным за ускоренный режим. Давления фермионного и векторного поля положительны, но по модулю меньше давления скалярного поля, поэтому они замедляют ускоренное расширение, но оно продолжается.

Далее наступает период, когда за счет возрастания давления скалярного и векторного полей, полное давление становится положительным и Вселенная переходит в режим сжатия. В исследуемой модели подтвердилась возможность существования пульсирующей Вселенной, с бесконечно повторяющимися циклами расширения и сжатия. Исследовали модель методами космографии и с помощью энергетических условий. Из полученных графиков видно, что все космографические параметры и энергетические условия соответствуют современным наблюдательным данным теоретическим предсказаниям, сделанным в других моделях в периоды

расширения Вселенной и нарушаются в периоды сжатия. Из чего можно сделать вывод, что наша современная ускоренно расширяющаяся Вселенная через большой промежуток времени может перейти в режим сжатия.

Благодарность
 Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан АР14869238.

Литература

- 1 Cai Y. F., Saridakis E. N. Non-singular Cyclic Cosmology without Phantom Menace // *Cosmological Journal*. – 2011.–Vol. 17.– P.7238.
- 2 Cai Y. F., Saridakis E. N. Cyclic cosmology from Lagrange-multiplier modified gravity // *Classical and Quantum Gravity*. – 2011.–Vol.28.– P.035010.
- 3 Riess A. G. et al. Type Ia supernova discoveries at $z>1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution // *Astrophysical Journal*. – 2004. – Vol 607. – P.665–687.
- 4 Spergel D.N., Verde L., et al. First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters // *Astrophysical Journal Supplements Series*. – 2003. – Vol. 148. – N1. – P. 175.
- 5 Nojiri S., Odintsov S. D. The future evolution and finite-time singularities in $F(R)$ - gravity unifying the inflation and cosmic acceleration // *Physical Review D*. – 2008. – Vol. 78. – P. 046006.
- 6 Nojiri S., Odintsov S.D., Saez-Gomez D. Cyclic, ekpyrotic and little rip universe in modified gravity. // *American Institute of Physics*. – 2012. – Vol. 207, N01. – P. 2007.
- 7 Bamba K., Nojiri S., Odintsov S. D. Future of the universe in modified gravitational theories: Approaching to the finite-time future singularity // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – 2008. – Vol. 0810. – P. 045.
- 8 Bamba K., Odintsov S. D., Sebastiani L., Zerbini S. Finite-time future singularities in modified Gauss-Bonnet and $F(R,G)$ gravity and singularity avoidance // *The European Physical Journal C*. – 2010. – Vol. 67. – P. 295.
- 9 Bamba K., Razina O., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Cosmological evolution of equation of state for dark energy in g -essence models // *International Journal of Modern Physics*.– 2013. – Vol. 67. – P. 310.
- 10 Padmanabhan T. Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter // *Physical Review D*. – 2002. – Vol.66. – P. 021301.
- 11 Feinstein A. Power-law inflation from the rolling tachyon // *Physical Review D*. – 2002. – Vol. 66. – P. 063511.
- 12 Abramo L. R. W., Finelli F. Cosmological dynamics of the tachyon with an inverse power-law potential // *Physics Letters B*. – 2003. – Vol. 575, N3. – P.165.
- 13 Aguirregabiria J. M., Lazkoz R. Tracking solutions in tachyon cosmology // *Physical Review D*. – 2004. – Vol. 69. – P. 123502.
- 14 Aguirregabiria J. M., Chimento L.P., Lazkoz R. Phantom k -essence cosmologies // *Physical Review D*. – 2004. – Vol. 70. – P. 023509.
- 15 Calcagni G., Liddle A. R. Tachyon dark energy models: Dynamics and constraints// *Physical Review D*. – 2006. – Vol. 74. – P. 043528.
- 16 Myrzakulov R., Saez-Gomez D., Tsyba P. Cosmological solutions in $F(T)$ gravity with the presence of spinor fields // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. – 2015. – Vol. 12. – P.1550023.
- 17 Yerzhanov K., Yesmakhanova K., Tsyba P., Myrzakulov N., Nugmanova G., Myrzakulov R. g -Essence as the cosmic speed-up // *Astrophysics and Space Science*. – 2012. – Vol. 341. – N2.– P.681-688.
- 18 Avelino P. et al. The politics of sustainability transitions// *Journal of Environmental Policy and Planning*. – 2016. – Vol. 8. – N2. – P.70.
- 19 Joyce A., Jain B, Khoury J. Trodden M. Beyond the cosmological standard model// *Physics Reports*.– 2015. – Vol. 568. – N2.– P.1 – 98.
- 20 Bamba K., Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S. Dark Energy Cosmology: The Equivalent Description via Different Theoretical Models and Cosmography Tests // *Astrophysics and Space Science*. – 2012. – Vol. 342. – P. 155 – 228.
- 21 Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S. Dynamics of dark energy // *International Journal of Modern Physics D*. – 2006. – Vol.15. – N11. – P.1753 – 1935.
- 22 Peebles J. E., Ratra B. The cosmological constant and dark energy// *Reviews of Modern Physics*.– 2003. – Vol.75. – P. 559.
- 23 Capozziello S., De Laurentis M., Nojiri S., Odintsov S D. Classifying and avoiding singularities in the alternative gravity dark energy models// *Physical Review D*.– 2009. – Vol.79. – P. – 559.
- 24 Ribas M. O., Devecchi F. P., Kremer G. M. Fermions as sources of accelerated regimes in cosmology// *Physical Review D*.– 2005. – Vol.72. – P.3502.
- 25 Robert J. Scherrer. The coincidence problem and the Swampland conjectures in the Ijjas-Steinhardt cyclic model

of the universe// *Physics Letters B* – 2019. – Vol.798, – P. 134981.

- 26 Cai Y. F., Saridakis E. N. Cyclic cosmology from Lagrange-multiplier modified gravity // *Phys. Rept* – 2009. – Vol.28. – P.035010.
- 27 Razina O., Tsyba P., Meirbekov B., Myrzakulov R. Cosmological Einstein-Maxwell model with g-essence // *International Journal of Modern Physics D*. – 2019. – Vol. 28. – N10. – P. 1950126.
- 28 Razina O., Tsyba P., Sagidullayeva Z. M. Power solution of the f(R)-gravity with Maxwell term and g-essence // *Bulletin. of the University of Karaganda-Physics*. – 2019. – Vol.1. – N93. – P. 94 – 102.
- 29 Sahni V., Toropensky A. Cosmological hysteresis and the cyclic univers // *Phys.Rev.D*.-2012. –V.85,Issue 12. – P.3542.
- 30 Kulnazarov I., Yerzhanov K., Razina O., Myrzakul Sh., Tsyba P., Myrzakulov R. G-essence with Yukawa Interactions // *The European Physical Journal C*. – 2011. – Vol.71. – N7. – P. 1698.
- 31 Tsyba P., Razina O., Barkova Z., Bekov S. and Myrzakulov R. Scenario of the evolution of the universe with equation of state of the Weierstrass type gas // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1391. – P. 012162.
- 32 Razina O. V., Tsyba P. Yu., Myrzakulov R., Meirbekov B., Shanina Z. Cosmological Yang-Mills model with k-essence // *Journal of Physics Conference Series*. – 2019. – Vol. 1391. – P. 012164.
- 33 Razina O., Tsyba P, Suikimbayeva N. Analysis cosmological tachyon and fermion model and observation data constraints // *International Journal of Modern Physics D*. – 2021. –Vol. 30. – N15.– P. 2150114.
- 34 Altayeva G., Razina O., Tsyba P. Cosmography in the multifield cosmological model // *Bulletin of the University of Karaganda-Physics*. – 2022. – № 2(106). – P. 37-48.
- 35 Myrzakulova S.A., Razina O.V., Myrzakulov N.A., Altaybaeva A.B. Slow-roll inflation in the k-essence model with a periodic scalar field function // *Recent Contributions to Physics*. – 2022. – Vol.81, N2. – P. 19-27.
- 36 Rakhatov D.Z., Tsyba P.Y., Razina O.V. Power-law solutions of the f(G) gravity model with electromagnetic and scalar field // *Recent Contributions to Physics*. – 2022. – Vol.80, N1. – P. 12-21.
- 37 Jamil M., Myrzakulov N.A., Yerzhanov K.K., Momeni D. and Myrzakulov R. Some models of Cyclic and Knot Universes // *General Physics*. – 2012. – Vol.3. – P. 4360 .
- 38 Болотин Ю. Л., Ерохин Д. А., Лемец О. А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // *Успехи физических наук*. – 2012. – Т.55. – N9. – С. 876 – 918.
- 39 Arjona R., Nesseris S. Novel null tests for the spatial curvature and homogeneity of the Universe and their machine learning reconstructions// *Physical Review D*.– 2021. – Vol.103. – P.063537
- 40 Capozziello S., Cardone V. F., Salzano V. Cosmography of f(R) gravity // *Physical Review D*. –2008. –Vol.78. – P. 063504.

References

- 1 Y.F.Cai, E. N. Saridakis, *Cosmological J* 17, 7238 (2011).
- 2 Y.F. Cai, E. N. Saridakis, *Classical and Quantum Gravity* 28, 035010 (2011).
- 3 A.G. Riess et al., *Astrophysical J*. 607, 665–687 (2004).
- 4 D.N. Spergel, L.Verde et.al., *Astrophys. J. Supplements Series*148, 175 (2003).
- 5 S. Nojiri, S. D.Odintsov *Phys.Review D*78, 046006 (2008).
- 6 S. Nojiri, S.D. Odintsov, D. Saez-Gomez, *American Institute of Physics* 207, 2007 (2012).
- 7 K. Bamba, S.Nojiri, S. D. Odintsov, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*0810, 045 (2008).
- 8 K. Bamba, S. D. Odintsov, L. Sebastiani, S. Zerbini, *The European Physical Journal C*67, 295 (2010).
- 9 K. Bamba, O. Razina, K. Yerzhanov, R. Myrzakulov, *International Journal of Modern Phys.*67, 310 (2013).
- 10 T. Padmanabhan, *Physical Review D*66, 021301 (2002).
- 11 A. Feinstein , *Physical Review D*66, 063511 (2002).
- 12 L. R.W.Abramo, F.Finelli, *Physics Letters B*575, 165 (2003).
- 13 J. M. Aguirregabiria, R.Lazkoz, *Physical Review D*69, 123502 (2004).
- 14 J. M. Aguirregabiria, L.P.Chimento, R.Lazkoz, *Phys. Review D*70, 023509 (2004).
- 15 G. Calcagni, A. R. Liddle, *Physical Review D*74, 043528 (2006).
- 16 R. Myrzakulov, D. Saez-Gomez, P.Tsyba, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. 12, 1550023 (2015).
- 17 K. Yerzhanov, K. Yesmakhanova, P.Tsyba, N.Myrzakulov, G.Nugmanova, R.Myrzakulov, *Astrophysics and Space Science*. 341(2), 681-688 (2012).
- 18 P. Avelino et al., *Journal of Environmental Policy and Planning*8(2), 70 (2016).
- 19 A. Joyce, B.Jain, J. Khoury,M.Trodden, *Physics Reports* 568(2), 1 – 98 (2015).
- 20 K. Bamba, S. Capozziello, S. Nojiri, S. Odintsov, *Astrophysics and Space Science*. 342, 155 – 228 (2012).
- 21 E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, *International Journal of Modern Physics D*15(11), 1753-1935 (2006).

- 22 J. E. Peebles, B. Ratra, *Reviews of Modern Physics* 75, 559 (2003).
- 23 S. Capozziello, M. De Laurentis, S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Physical Review D* 79, 559 (2009).
- 24 M. O. Ribas, F. P. Devecchi, G. M. Kremer, *Physical Review D* 72, 3502 (2005).
- 25 J. Robert Scherrer, *Physics Letters B* 798, 134981 (2019).
- 26 Y. F. Cai and E. N. Saridakis, *Phys. Rept* 28, 035010 (2009).
- 27 O. Razina, P. Tsyba, B. Meirbekov, R. Myrzakulov, *International Journal of Modern Physics D* 28(10), 1950126 (2019).
- 28 O. Razina, P. Tsyba, Z. M. Sagidullayeva, *Bulletin of the University of Karaganda-Physics* 1(93), 94 – 102 (2019).
- 29 V. Sahni and A. Toropensky, *Phys. Rev. D* 85, 3542 (2012).
- 30 Kulnazarov, K. Yerzhanov, O. Razina, Sh. Myrzakul, P. Tsyba, R. Myrzakulov, *The European Physical Journal C* 71(7), 1698 (2011).
- 31 P. Tsyba, O. Razina, Z. Barkova, S. Bekov and R. Myrzakulov, *Journal of Physics: Conference Series* 1391, 012162 (2019).
- 32 O. V. Razina, P. Yu. Tsyba, R. Myrzakulov, B. Meirbekov, Z. Shanina, *Journal of Physics Conference Series* 1391, 012164 (2019).
- 33 O. Razina, P. Tsyba, N. Suikimbayeva, *International Journal of Modern Physics D* 30(15), 2150114 (2021).
- 34 G. Altayeva, O. Razina, P. Tsyba, *Bulletin of the University of Karaganda-Physics* 2(106), 37–48 (2022).
- 35 S.A. Myrzakulova, O.V. Razina, N.A. Myrzakulov, A.B. Altaybaeva, *Recent Contributions to Physics* 81(2), 19-27 (2022).
- 36 D.Z. Rakhatov, P.Y. Tsyba, O.V. Razina, *Recent Contributions to Physics* 80(1), 12-21 (2022).
- 37 M. Jamil, N.A. Myrzakulov, K.K. Yerzhanov, D. Momeni and R. Myrzakulov *General Physics* 3, 4360 (2012).
- 38 Yu. L. Bolotin, D. A. Erokhin, O. A. Lemets, *Rasshiriaishchaia Vselennaia: zamedlenie i iuskorenie?* (Ukrain: *Physics Uspekhi* 2012), pp. 876 – 918 (in Russ).
- 39 R. Arjona, S. Nesseris, *Physical Review D* 103, 063537 (2021).
- 40 S. Capozziello, V. F. Cardone, V. Salzano, *Physical Review D* 78, 063504 (2008).