МРНТИ 29.15.03 https://doi.org/10.26577/RCPh.2023.v84.i1.01

М.А. Жусупов[1], К.А. Жаксыбекова[1], Р.С. Кабатаева[2*], Д.А.Т урсынбаева [3]
[1]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы
[2]Международный университет информационных технологий, Казахстан, г. Алматы
[3]Жетысуский университет им. И.Жансугурова, Казахстан, г. Талдыкорган, Казахстан
*email: raushan.kabatayeva@gmail.com

СТРУКТУРА НИЗКОЛЕЖАЩИХ СОСТОЯНИЙ ЯДРА ^{9}Be

Теория многократного рассеяния Глаубера применяется к расчету дифференциальных сечений и поляризационных характеристик рассеяния частиц на легких ядрах. Все вычисления проводятся в рамках надежного спектроскопического подхода к ядерным реакциям. Суть его состоит в использовании ядерных моделей, воспроизводящих практически все спектроскопические характеристики рассматриваемых ядер. Сюда относятся трехчастичные модели ядер ^{6}Li и ^{9}Be, многочастичная модель оболочек для ядер с A = 6 – 14 и частично-дырочная модель оболочек для ядер с A = 15, трехтельные модели ядер ^{8}Li и ^{9}Li и двухчастичная αt-модель для ядра ^{7}Li. Как показывает наш опыт, при реализации спектроскопического подхода, когда также установлен доминирующий механизм процесса, можно не только получить описание основных характеристик процесса, но и рассчитывать на предсказательный характер теории.

В настоящей работе полученные результаты дополнены расчетами структуры низколежащих уровней $5/2^{+}$ и $5/2^{-}$. Это позволяет сделать общий вывод: уровни отрицательной четности в ^{9}Be, в которых валентный нейтрон находится в *p*-состоянии, не имеют гало-структуры; в то же время низколежащие уровни положительной четности, в которых валентный нейтрон переходит в следующую (2s-1d) оболочку, обладают таковой.

Особое место занимает полученное нами в последние годы прямое доказательство гало-структуры низколежащих возбужденных состояний ядра ^{9}Be с квантовыми числами $1/2^{+}$ и $3/2^{+}$. В рамках αα*n*-модели ядра ^{9}Be было показано, что валентный нейтрон с большой вероятностью находится на расстоянии 11 фм от центра тяжести двух α-частиц, в то время как в основном состоянии $3/2^{-}$ это расстояние в несколько раз меньше.

Выводы о структуре низколежащих уровней ^{9}Be, полученные на основе αα*n*-модели, подкреплены расчетами *p*^{9}Be-рассеяния: только учет гало-структуры позволяет воспроизвести экспериментальные данные по неупругому рассеянию на уровни положительной четности.

Ключевые слова: дифференциальное сечение, волновая функция, многократное рассеяние, многочастичная модель оболочек, легкие ядра, гало ядро, ядро ^{9}Be.

М.Ә. Жүсіпов[1], К.А. Жақсыбекова[1], Р.С. Қабатаева[2*], Д.А. Тұрсынбаева[3]
[1]Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ, Қазақстан, Алматы қ.
[2]Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Қазақстан, Алматы қ.
[3]І.Жансүгіров атындағы Жетысу университеті, Қазақстан, Талдықорған қ.
*email: raushan.kabatayeva@gmail.com

^{9}Be ядросының төмен жатқан деңгейлерінің құрылымы

Глаубердің көпреттік шашырау теориясы дифференциалдық қималарды есептеуге және жеңіл ядролармен бөлшектер шашырауының поляризациялық сипаттамаларына қолданылады. Барлық есептеулер ядролық реакцияларға сенімді спектроскопиялық көзқарас шеңберінде жүргізіледі. Оның мәні қарастырылып отырған ядролардың барлық спектроскопиялық сипаттамаларын іс жүзінде қайта шығаратын ядролық модельдерді пайдаланудан тұрды. Оларға ^{6}Li және ^{9}Be ядроларының үш бөлшекті модельдері, A = 6–14 болатын ядролар үшін көп бөлшекті қабықша моделі және A = 15 ядролар үшін қабықшалардың бөлшек-тесік үлгісі; ^{8}Li және ^{9}Li ядролары үшін үш денелі модельдер және ^{7}Li ядросы үшін екі бөлшектік αt-моделі. Біздің тәжірибеміз көрсеткендей, спектроскопиялық тәсілді жүзеге асыру кезінде процестің басым механизмі де орнатылған кезде процестің негізгі сипаттамаларының сипаттамасын алуға ғана емес, теорияның болжамдық сипатына да сүйенуге болады.

Жұмыста алынған нәтижелер төмен жатқан $5/2^+$ және $5/2^-$ деңгейлерінің құрылымын есептеулермен толықтырылды. Бұл жалпы қорытынды жасауға мүмкіндік береді: валенттік нейтрон p-күйінде болатын ^{9}Be-дегі теріс паритет деңгейлері гало құрылымы болмайды; сонымен қатар валенттік нейтрон келесі (2s-1d) қабықшаға өтетін оң паритеттің төменгі деңгейлері осындай болады.

$1/2^+$ және $3/2^+$ кванттық сандары бар ^{9}Be ядросының төмен жатқан қоздырылған күйлерінің гало құрылымының соңғы тікелей дәлелдері ерекше орын алады. ^{9}Be ядросының ααn-моделі шеңберінде ықтималдығы жоғары валенттік нейтрон екі α-бөлшектердің ауырлық центрінен 11 фм қашықтықта орналасқаны көрсетілді, ал 3/2 негізгі күйінде бұл қашықтық бірнеше есе аз.

ααn-моделі негізінде алынған ^{9}Be төмен деңгейлерінің құрылымы туралы қорытындылар p^{9}Be шашырауының есептеулерімен расталады: тек гало құрылымын ескере отырып, оң жұптылық деңгейлеріне серпімсіз шашырау туралы тәжірибелік деректерді жаңғыртуға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: дифференциалдық қима, толқындық функция, көпреттік шашырау, көпбөлшекті қабықша моделі, жеңіл ядролар, гало ядро, ^{9}Be ядросы.

M.A. Zhusupov[1], K.A. Zhaksybekova[1], R.S. Kabatayeva[2*], D.A. Tursynbayeva[3]
[1]Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Almaty, Kazakhstan
[2]International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan
[3]Zhetysu University named after I.Zhansugurov, Taldyqorgan, Kazakhstan
*email: raushan.kabatayeva@gmail.com

Structure of low-lying states of ^{9}Be nucleus

Glauber's theory of multiple scattering is applied to the calculation of differential cross sections and polarization characteristics of particle scattering on light nuclei. All calculations were carried out within the framework of a reliable spectroscopic approach to nuclear reactions. Its essence consists in the use of nuclear models that reproduce practically all the spectroscopic characteristics of the nuclei under consideration. These include three-particle models of ^{6}Li and ^{9}Be nuclei, a many-particle shell model for nuclei with A = 6–14, and a particle-hole model of shells for nuclei with A = 15; three-body models for the ^{8}Li and ^{9}Li nuclei and a two-particle αt-model for the ^{7}Li nucleus. As our experience shows, when implementing the spectroscopic approach, when the dominant mechanism of the process is also established, one can not only obtain a description of the main characteristics of the process, but also rely on the predictive nature of the theory.

In the present work, the results obtained are supplemented by calculations of the structure of the low-lying $5/2^+$ and $5/2^-$ levels. This allows us to draw a general conclusion: the negative parity levels in ^{9}Be, in which the valence neutron is in the p state, do not have a halo structure; at the same time, low-lying levels of positive parity, in which the valence neutron passes into the next (2s-1d) shell, have such.

A special place is occupied by our recent direct evidence of the halo structure of low-lying excited states of the ^{9}Be nucleus with quantum numbers $1/2^+$ and $3/2^+$. Within the framework of the ααn model of the 9Be nucleus, it was shown that a valence neutron with a high probability is located at 11 fm from the center of gravity of two α-particles, while in the 3/2 ground state this distance is several times smaller.

The conclusions about the structure of low-lying levels of ^{9}Be, obtained on the basis of the ααn model, are supported by calculations of p^{9}Be scattering: only taking into account the halo structure makes it possible to reproduce the experimental data on inelastic scattering to positive parity levels.

Keywords: differential cross section, wave function, multiple scattering, multiparticle shell model, light nuclei, halo nucleus, ^{9}Be nucleus.

Введение

Открытие экзотической структуры (гало и скин) ряда нестабильных нейтрон- и протон-избыточных изотопов стало новым стимулом для изучения слабосвязанных ядер. Ядро ^{9}Be является стабильным, сильно деформированным, с квадрупольным моментом Q = 52.88(38) мб [1], слабо-связанным в кластерном канале $^9\text{Be} \to \alpha + \alpha + n$ (ε = 1.57 МэВ) [1], и это является прямым указанием на трехчастичную $\alpha + \alpha + n$ – структуру. Рассмотрение этого ядра в трехчастичной модели привело к лучшему пониманию гало и молекулярной структуры трехчастичных систем [2]. Помимо канала трехчастичного развала ядро ^{9}Be может распасться по двухчастичным каналам $^9\text{Be} \to n + {}^8\text{Be}$ или $^9\text{Be} \to \alpha + {}^5\text{He}$. В работе [3] показано, что только ^{8}Be + n – кластерная структура для ядра ^{9}Be адекватно объясняет данные по ^{9}Be + ^{208}Pb – рассеянию. В недавних высоко-прецизионных экспериментах [4] по измерению поперечных сечений упругого ^{9}Be + ^{208}Pb – рассеяния при подбарьерных энергиях показано, что наблюдаемое отклонение в поперечном сечении от Резерфордовского сечения указывает на доминирующую ^{8}Be + n – кластерную структуру ядра ^{9}Be, тогда как α + ^{5}He – структура представлена менее ярко.

Состояния положительной четности лучше воспроизводят ^{8}Be + n – структуру [5], в то время как касательно состояний отрицательной четности и важности α + ^{5}He – структуры для них все еще есть некоторая неопределенность. В работах [6] и [7] показано, что динамическая эволюция от α + ^{5}He – структуры при малых расстояниях к n + ^{8}Be – структуре при больших расстояниях лучше описывает уровни с квантовыми числами $1/2^+$ и $5/2^-$.

Упругое и неупругое (для уровня J^π=$5/2^-$, E^* = 2.44 МэВ) рассеяния поляризованных протонов при энергии 220 МэВ были ранее измерены в работе [8].

Дифференциальные поперечные сечения и анализирующие способности в p^{9}Be-рассеянии и в зарядово-обменных реакциях ^{9}Be(p, n)^{9}B при E = 180 МэВ на основное и возбужденные состояния ядра ^{9}Be были рассчитаны в приближении искаженных волн с использованием эффективного взаимодействия, зависящего от плотности и основанного на Парижском потенциале [9].

Изучение неупругого рассеяния α-частиц на ядре ^{9}Be и реакций одночастичной передачи ^{9}Be(α, ^{3}He)^{10}Be и ^{9}Be(α, t)^{10}B было проведено в Финляндии при E_α = 63 МэВ. Измеренные дифференциальные поперечные сечения для основного и нескольких низколежащих ($5/2^-$, $7/2^-$, $9/2^-$) состояний были проанализированы в рамках оптической модели, метода связанных каналов и борновского приближения искаженных волн [10]. Во многих работах особенное внимание уделяется роли валентных нуклонов и их влиянию на кластерную структуру возбужденных состояний [11].

Настоящая работа является продолжением предыдущих работ [12−14], где упругое и неупругое (для уровня J^π=$1/2^+$) дифференциальные поперечные сечения в рамках теории Глаубера были рассчитаны при E = 180 и 220 МэВ и сравнивались с экспериментальными данными [8, 9]. В работе [14] имеется расчет среднеквадратичных радиусов для основного (2.45 ферми) и состояния $1/2^+$ (2.83 фм). В вышеуказанном возбужденном состоянии ядро ^{9}Be имеет более вытянутую, диффузную структуру по сравнению с волновой функцией основного состояния, и как результат было сделано заключение, что этот уровень является гало состоянием.

Целью настоящей работы является расчет дифференциального поперечного сечения неупругого рассеяния протонов с энергией 180 МэВ на возбужденные состояния $5/2^+$ и $5/2^-$ ядра ^{9}Be в рамках теории Глаубера и сравнение с результатами других формализмов.

Краткий формализм

Матричный элемент рассеяния в теории Глаубера записывается следующим образом [15]:

$$M_{if}(\mathbf{q}) = \sum_{M_J M_J'} \frac{ik}{2\pi} \int d^2\boldsymbol{\rho} \exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}) \delta(\mathbf{R}_A) \left\langle \Psi_f^{J'M_J'} \middle| \Omega \middle| \Psi_i^{JM_J} \right\rangle, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\rho}$ − параметр столкновения, который является двумерным вектором в теории Глаубера, $\mathbf{R_A}$ – координата центра масс ядра мишени, $\Psi_i^{JM_J}, \Psi_f^{J'M_J'}$ – волновые функции начального и конечного состояний ядра мишени, $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$ – импульсы падающего и рассеянного протона, $\mathbf{q}$ – переданный в реакции импульс: $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$.

Волновая функция ядра ^{9}Be в $2\alpha n$-модели [16, 17] с полным угловым моментом J и его проекцией M_J записывается в следующем виде:

$$\Psi_{i,f}^{JM_J} = \varphi_1(\xi_{1-4})\varphi_2(\xi_{5-8}) \sum_L \Psi_L^{JM_J}(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad (2)$$

где $\varphi_1(\xi_{1-4})$, $\varphi_2(\xi_{5-8})$ − волновые функции α-частиц, зависящие от внутренних координат системы 4-х нуклонов, $\Psi_L^{JM_J}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ − волновая функция относительного движения в терминах координат Якоби. Волновая функция $\Psi_L^{JM_J}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ в разложении парциальных волн:

$$\Psi_L^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R}) = \sum_{M_L M_S \mu m} \langle LM_L SM_S \mid JM_J \rangle \langle \lambda\mu lm | 1M_L \rangle r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\Omega_r) R^l Y_{lm}(\Omega_R) \chi_{SM_S} \times \sum_{\nu\varepsilon} C_{\nu\varepsilon}^{\lambda l} \exp\left(-\alpha_\nu r^2 - \beta_\varepsilon R^2\right), \quad (3)$$

где $\langle L M_L\, S M_S \mid J M_J \rangle$, $\langle \lambda\mu lm \mid LM_L \rangle$ – коэффициенты Клебша-Гордана, определяющие схему сложения угловых моментов, $Y_{\lambda\mu}(\Omega_r), Y_{lm}(\Omega_R)$ – сферические функции, $\chi_{SM_S} = \chi_{\frac{1}{2}m_N} \varphi_1(\xi_{1-4})\varphi_2(\xi_{5-8})$ – спиновая функция валентного нуклона и α-частицы, $C_{ij}^{\lambda l}$, α_i, β_j – линейные и нелинейные вариационные параметры. Вес трех конфигураций волновой функции и некоторых статических характеристик ядра ^{9}Be представлены в работе [16].

В основном ($J^{\pi} = 3/2^-$) состоянии три компоненты дают вклад приблизительно с одинаковыми весами с квантовыми числами $(\lambda, l, L) = (011), (211), (212)$. Возбужденные состояния J^{π}=5/2$^+$ (E^* = 4.704 МэВ с весом 99.5%) и J^{π}=5/2$^-$ (E^* = 2.43 МэВ с весом 97.5%) содержат одну доминирующую компоненту (λ, l, L) = (022), (λ, l, L) = (212) [16], соответственно.

Запишем матричный элемент (1) после подстановки волновой функции (3):

$$M_{if}(q) = \frac{ik}{2\pi} \sum_{\substack{M_L M'_L M_S M'_S \\ \mu\, \mu'\, m\, m'}} \langle LM_L SM_S | JM_J \rangle \langle L'M'_L S'M'_S | J'M'_J \rangle \langle \lambda\mu\ell m | LM_L \rangle \langle \lambda'\mu'\ell'm' | L'M'_L \rangle \times$$

$$\times \sum_{iji'j'} C_{ij}^{\lambda\ell} C_{i'j'}^{\lambda'\ell'} \int d^2\rho\, e^{i\vec{q}\vec{\rho}} \left\langle r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\vec{r}) R^{\ell} Y_{\ell m}(\vec{R})\, e^{-\alpha_i r^2 - \beta_j R^2} \,|\, \Omega \,|\, r^{\lambda'} Y_{\lambda'\mu'}(\vec{r}) R^{\ell'} Y_{\ell' m'}(\vec{R})\, e^{-\alpha'_i r^2 - \beta'_j R^2} \right\rangle \quad (4)$$

Общий вид оператора многократного рассеяния Глаубера записывается как знакопеременный ряд одно-, двух-, …, A-кратного (где A – число нуклонов в ядре мишени) рассеяния падающего протона на нуклонах ядра [15]:

$$\Omega = 1 - \prod_{j=1}^{A}\left(1 - \omega_j(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j)\right) = \sum_{j=1}^{A} \omega_j + \sum_{j<\mu} \omega_j \omega_\mu - \sum_{j<\mu<\eta} \omega_j \omega_\mu \omega_\eta + \ldots (-1)^{A-1} \omega_1 \omega_2 \ldots \omega_A, \quad (5)$$

где ω_j – функция профиля, зависящая от элементарной $f_{xj}(q)$-амплитуды:

$$\omega_j(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j) = \frac{1}{2\pi ik} \int d^2\mathbf{q} \exp\left[-i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j)\right] f_{xN}(q), \quad (6)$$

где $x = (n, \alpha)$. Элементарная амплитуда параметризована в следующей стантартной форме:

$$f_{xN} = \frac{k\sigma_{xN}}{4\pi}\left(i + \varepsilon_{xN}\right)\exp\left(-\beta_{xN} q^2 / 2\right), \quad (7)$$

где σ_{xN} – полное сечение рассеяния на нуклоне, ε_{xN} – отношение реальной части амплитуды к мнимой, β_{xN} – параметр наклона конуса амплитуды. Параметры при различных энергиях даны в работе [12]. Подставляя волновую функцию ядра ^{9}Be в 2αn-модели в матричный элемент, удобно преобразовать оператор Ω в вид, сопряженный с этой моделью, при этом рассматривая столкновения не с отдельными нуклонами, а с α-частичным кластером как бесструктурным и оставшимся нуклоном. В соответствие с этим подходом ряд многократного рассеяния (5) для ядра ^{9}Be может быть переписан в следующем виде:

$$\Omega = \sum_{j=1}^{3} \omega_j - \sum_{i<j=1}^{3} \omega_i \omega_j + \omega_{\alpha_1} \omega_{\alpha_2} \omega_n, \quad (8)$$

где j = 1, 2 нумеруют α_1 и α_2, j = 3 нумерует нуклон. После подстановки элементарной амплитуды (7) в функцию профиля (6) и интегрирования по $d^2\vec{q}$, получаем:

$$\omega_j(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j) = F_j \exp\left[-(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j)^2 \eta_j\right], \quad (9)$$

где

$$F_j = \frac{\sigma_{xj}}{4\pi\beta_{xj}}\left(i + \varepsilon_{xj}\right), \quad \eta_j = \frac{1}{2\beta_{xj}}. \quad (10)$$

Для дальнейших расчетов необходимо перейти от одночастичных $\{\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3\}$ координат нуклона в операторе Ω к координатам Якоби **{r, R}** и координате центра масс ядра ^{9}Be – $\mathbf{R}_9$:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\rho_1} - \boldsymbol{\rho_2},$$
$$\mathbf{R} = \frac{\boldsymbol{\rho}_1+\boldsymbol{\rho}_2}{2}, \mathbf{R_9} = \frac{1}{9}(4\boldsymbol{\rho}_1 + 4\boldsymbol{\rho}_2 + \boldsymbol{\rho}_3). \quad (11)$$

Как было показано в работах [13, 14] после некоторых преобразований оператор Ω в координатах Якоби может быть представлен в следующем виде:

$$\Omega = (\mathbf{G}\ \mathbf{H}) = \sum_{k=1}^{7} G_k H_k\,, \qquad (12)$$

где суммирование по индексу k означает суммирование по порядку рассеяния: k = 1÷3 – однократные столкновения, k = 4÷6 – двукратные столкновения, k = 7 – трехкратные столкновения. Здесь **G**– 7-мерный вектор с компонентами

$$\mathbf{G} = (G_1, G_2, ..., G_7) = (F_\alpha, F_\alpha, F_n, -F_\alpha F_\alpha, -F_\alpha F_n, -F_\alpha F_n, F_\alpha F_\alpha F_n)\,. \quad (13)$$

Компоненты вектора $\mathbf{H} = (H_1, H_2, ... H_7)$ выражаются через экспоненциальную функцию координат в виде

$$H_k = \exp(-a_k \boldsymbol{\rho}_\perp{}^2 - b_k \mathbf{R}_\perp{}^2 - c_k \mathbf{r}_\perp{}^2 + d_k \boldsymbol{\rho}_\perp \mathbf{R}_\perp + l_k \boldsymbol{\rho}_\perp \mathbf{r}_\perp + f_k\, \mathbf{R}_\perp \mathbf{r}_\perp)\,, \qquad (14)$$

где $a_k = \left(\eta_\alpha, \eta_\alpha, \eta_n, 2\eta_\alpha, (\eta_\alpha + \eta_n), (\eta_\alpha + \eta_n), (2\eta_\alpha + \eta_n)\right)$,

$b_k = \dfrac{1}{81}\left(\eta_\alpha, \eta_\alpha, 64\eta_n, 2\eta_\alpha, (\eta_\alpha + 64\eta_n), (\eta_\alpha + 64\eta_n), (2\eta_\alpha + 64\eta_n)\right)$,

$c_k = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\eta_\alpha}{2}, \dfrac{\eta_\alpha}{2}, 0, \eta_\alpha, \dfrac{\eta_\alpha}{2}, \dfrac{\eta_\alpha}{2}, \eta_\alpha\right)$, $d_m^c = \dfrac{2}{9}\left(\eta_\alpha, \eta_\alpha, 8\eta_n, 2\eta_\alpha, (2\eta_\alpha + 8\eta_n), (2\eta_\alpha + 8\eta_n), (2\eta_\alpha + 8\eta_n)\right)$,

$l_m^c = \left(-\eta_\alpha, \eta_\alpha, 0, 0, -\eta_\alpha, \eta_\alpha, 0\right)$, $\quad f_m^c = \dfrac{1}{9}\left(\eta_\alpha, -\eta_\alpha, 0, 0, \eta_\alpha, -\eta_\alpha, 0\right)$,

где коэффициенты $a_k, b_k, ...$ определены формулами (10).

Подставляя оператор (12) в формулу (4), матричный элемент может быть записан в виде

$$M_{if}^{(\lambda\ell L)}(q) = \frac{ik}{2\pi} \sum_{k=1}^{7} \sum_{iji'j'} \sum_{\substack{LS\lambda\ell \\ L'S'\lambda'\ell'}} G_k C_{ij}^{\lambda\ell} C_{i'j'}^{\lambda'\ell'} \int \tilde{H}_k\left(\rho_\perp, r_\perp, R_\perp, q\right) H_{k_z}\left(r_z, R_z\right) \times$$
$$\times Q_{L'S'\lambda'\ell'}^{LS\lambda\ell}\left(r^\lambda, R^\ell\right) d^2\rho\, d\vec{r}\, d\vec{R}, \qquad (15)$$

где введены следующие обозначения

$$Q_{L'S'\lambda'\ell'}^{LS\lambda\ell}\left(r^\lambda, R^\ell\right) = \sum_{\substack{M_L M_L' M_S M_S' \\ \mu\ \mu'\ m\ m'}} \left\langle LM_L SM_S \middle| JM_J \right\rangle \left\langle L'M_L' S'M_S' \middle| J'M_J' \right\rangle \left\langle \lambda\mu\ell m \middle| LM_L \right\rangle \left\langle \lambda'\mu'\ell'm' \middle| L'M_L' \right\rangle \times$$
$$\times \left\langle r^\lambda Y_{\lambda\mu}(r) \middle| r^{\lambda'} Y_{\lambda'\mu'}(r) \right\rangle \left\langle R^\ell Y_{\ell m} \middle| R^{\ell'} Y_{\ell'm'} \right\rangle, \qquad (16)$$

$$\tilde{H}_k\left(\rho_\perp, r_\perp, R_\perp, q\right) = \exp\left(-a_k \rho^2 - \tilde{b}_k R_\perp^2 - \tilde{c}_k r_\perp^2 + d_k \rho_\perp R_\perp + l_k \rho_\perp r_\perp + f_k R_\perp r_\perp + i\vec{q}\vec{\rho}\right), \qquad (17)$$

$$\tilde{b}_k = b_k + \beta_j + \beta_j', \qquad \tilde{c}_k = c_k + \alpha_i + \alpha_i', \qquad (18)$$
$$H_z\left(r_z, R_z\right) = \exp\left(-(\alpha_i + \alpha_i') r_z^2 - (\beta_j + \beta_j') R_z^2\right). \qquad (19)$$

В многочлене $Q_{L'S'\lambda'\ell'}^{LS\lambda\ell}$ производится суммирование коэффициентов Клебша-Гордана со сферическими функциями (регулярные секториальные гармоники), которые в декартовой системе представлены гармоническими многочленами по x, y, z [18]

$$r^{\ell}Y_{\ell m}(\Omega_r) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)}{4\pi}(\ell+m)!(\ell-m)!}\sum_{pqr}\frac{1}{p!q!r!}\left(-\frac{x+iy}{2}\right)^p\left(\frac{x-iy}{2}\right)^q z^r, \qquad (20)$$

где $p+q+r=\ell,\ p-q=m$, p, q, r – целые положительные числа.

Многочлен $Q^{LS\lambda\ell}_{L'S'\lambda'\ell'}$ записывается в виде произведения:

$$Q^{LS\lambda\ell}_{L'S'\lambda'\ell'}\left(r^{\lambda}, R^{\ell}\right) = \sum_{M_L M_L' M_S M_S'}\left\langle LM_L SM_S \middle| JM_J\right\rangle\left\langle L'M_L{}' S'M_S{}' \middle| J'M_J{}'\right\rangle \times \qquad (21)$$

$$\times \sum_{\substack{\lambda\mu\lambda'\mu' \\ \ell\ m\ \ell'\ m'}}\left\langle \lambda\mu\ell m \middle| LM_L\right\rangle\left\langle \lambda'\mu'\ell'm' \middle| L'M_L{}'\right\rangle \mathrm{K}_{\lambda\mu}(r^{\lambda})\ \mathrm{K}_{\ell m}(R^{\ell}),$$

где $K_{\lambda\mu}(r^{\lambda}) = \left\langle r^{\lambda}Y_{\lambda\mu}\middle| r^{\lambda}Y_{\lambda\mu'}\right\rangle$, $K_{lm}(R^l) = \left\langle R^lY_{lm}\middle| R^lY_{lm'}\right\rangle$.

Посчитаем $K_{\lambda\mu}(r^{\lambda})$, $K_{lm}(R^l)$ для квантовых чисел $\ell=1$ и $\lambda=2$ для уровня J^{π}=5/2$^-$. Расчеты для уровня J^{π}=3/2$^+$ представлены в работе [13].

$$\mathrm{K}_{1m}(R) = \left\langle RY_{1m}\middle| RY_{1m'}\right\rangle = (D1)^2\left\{R^2_{x+y}\delta_{m1}\delta_{m'1} + R^2_{x-y}\delta_{m-1}\delta_{m'-1} + 2R_{x^2+y^2}\delta_{m1}\delta_{m'-1}\right\}, \qquad (22)$$

где $D1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}$, $R_{x+y} = -(R_x + iR_y)$, $R_{x-y} = (R_x - iR_y)$.

$$\mathrm{K}_{2\mu}(r^2) = \left\langle r^2Y_{2\mu}\middle| r^2Y_{2\mu'}\right\rangle = (D2)^2\left\{\tilde{r}^2_{xyz}\delta_{\mu0}\left(r^2_{xyz}\delta_{\mu'0} + r^2_{x+y}(\delta_{\mu2}+\delta_{\mu'2}) + \right.\right. \qquad (23)$$

$$\left.\left. + r^2_{x-y}(\delta_{\mu-2}+\delta_{\mu'-2})\right) + r^4_{x+y}\delta_{\mu2}\delta_{\mu'2} + r^4_{x-y}\delta_{\mu-2}\delta_{\mu'-2} + 2r^2_{x+y}r^2_{x-y}\delta_{\mu2}\delta_{\mu'-2}\right\},$$

где $D2 = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{30}{\pi}}$, $r_{x+y} = -(r_x + ir_y)$, $r_{x-y} = (r_x - ir_y)$, $r^2_{xyz} = 2r_z^2 - r_x^2 - r_y^2$.

Дальнейший расчет многочлена $Q^{LS\lambda\ell}_{L'S'\lambda'\ell'}$ и матричного элемента $M^{(\lambda\ell L)}_{if}$ был проведен с использованием прикладного пакета MAPLE.

Дифференциальное поперечное сечение рассеяния есть квадрат модуля матричного элемента

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1}\sum_{M_jM_j'}\left|M_{if}(\mathbf{q})\right|^2. \qquad (24)$$

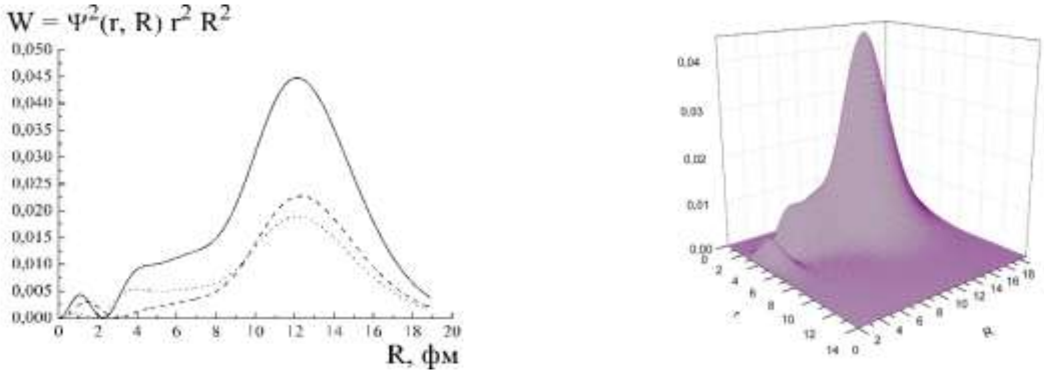
Волновые функции ядра ^{9}Be в 2αN-модели

Расчет волновой функции в 2αn-модели [16, 17] проводился в вариацинном стохастическом методе с тремя парными взаимодействиями $V_{\alpha\alpha}$, $V_{\alpha_1 n}, V_{\alpha_2 n}$.

Модель 1: $V_{\alpha\alpha}$ – потенциал Али-Бодмера (AB) [19], неглубокий с отталкивающим кором на малых расстояниях, не содержащий запрещенных состояний. Модель 2: $V_{\alpha\alpha}$ – потенциал Бака (B) [20], глубокий притягивающий потенциал с запрещенными состояниями, описывающий фазы рассеяния с λ = 0, 2, 4 и 6; $V_{\alpha n}$ – то же самое, что и в модели 1. В обеих моделях был использован потенциал $V_{\alpha n}$ – с обменной компонентой Майораны, которая дает четно-нечетное расщепление фаз рассеяния.

Перейдем к рассмотрению геометрической структуры волновых функций, которая позволяет визуализировать относительное положение кластеров и понять проявление их особенностей в процессе рассеяния.

В чем разница между волновыми функциями, рассчитанными с разными потенциалами? Как было показано в работах [16, 17] в основном состоянии волновая функция в модели 1 из-за присутствия отталкивающего кора внутри ядра близка к нулю (“исчезает”), и достигает максимального значения на периферии при $r > 3 \div 4$ ферми. В модели 2 волновая функция сильнее вовлечена в ядро, и внутри есть узел и 2 максимума. Посмотрим, на что же похожи волновые функции в возбужденных состояниях? На рисунках 1 и 2 представлены поведения двумерных и трехмерных профилей волновой функции $W(r,R) = \sum_{\lambda,l,L} \left|\Psi^{\lambda lL}\right|^2 r^2 R^2$ в возбужденных состояниях J^{π}=5/2$^+$, 5/2$^-$.



а) – двумерный *б*) – трехмерный

Рисунок 1 – Профиль волновой функции ядра ^{9}Be в возбужденном состоянии J^{π}=5/2$^+$ с потенциалом AB

На рисунке 1б представлен трехмерный профиль волновой функции возбужденного состояния J^{π}=5/2$^+$ рассчитанный с потенциалом AB. Из рисунка можно увидеть, что волновая функция внутри ядра равна нулю ($r \le 2$ ферми), достигает первого максимального значения при $(r, R) \approx (2.5, 3.5)$ ферми, далее постепенно растет, и достигает максимума при $(r, R) \approx (2.5, 12.5)$ ферми. Если в основном состоянии волновая функция по r-координате сильно вытянута [16, 17], тогда в состоянии J^{π}=5/2$^+$, наоборот, наблюдается большое вытяжение по R-координате. Маленький первый пик при $R \approx 3.5$ ферми демонстрирует вклад конфигурации в форме сигары, когда нейтрон почти между двумя α-частицами: r =2.5 ферми, $R \approx 3.5$ ферми.

На рисунке 2 можно увидеть другую картину, где представлен трехмерный профиль волновой функции возбужденного состояния J^{π}=5/2$^-$. В потенциале АБ волновая функция внутри ядра ($r \le 1.0$ ферми) равна нулю, имеет один максимум при $(r, R) \approx (2.5, 1.5)$ ферми, и асимптотически приближается к нулю при $(r, R) \approx (4.0, 5.0)$ ферми. В потенциале Бака волновая функция полностью локализована во внутренней части ядра с максимумом при $(r, R) \approx (0.7, 1.5)$ ферми, ее асимптотика менее вытянута и заканчивается при $(r, R) \approx (2.0, 4.5)$ ферми. В обеих моделях можно наблюдать сверхплотное распределение нуклонов с перекрывающимися волновыми функциями кластеров.

а) *б*)

Рисунок 2 – Трехмерные профили волновых функций ядра ^{9}Be в возбужденном состоянии J^{π}=5/2$^-$ с потенциалами AB (*а*) и Бака (*б*)

Объяснение различного поведения волновых функций в состояниях $5/2^+$ и $5/2^-$реализуется в оболочечной структуре ядра ^{9}Be. В состоянии $5/2^+$ валентный нуклон заполняет оболочку ($2s - 2d$), и это увеличивает радиус ядра и определяет его гало-структуру; в состоянии $5/2^-$ нуклон остается в $1p$-оболочке и радиус не увеличивается. Это согласуется с расчетами среднеквадратичных радиусов: $\left\langle r^2 \right\rangle^{1/2}$= 2.976 ферми для состояния $5/2^+$ и $\left\langle r^2 \right\rangle^{1/2}$= 2.13 ферми для состояния J^π=$5/2^-$.

Таким образом, для возбужденных состояний ядра ^{9}Be можно наблюдать различные картины: для состояния J^π=$5/2^+$ вытянутое распределение нейтрона, определяющее его диффузную структуру, и для состояния J^π=$5/2^-$ компактное распределение с кластерным перекрыванием во внутренней части ядра.

Обсуждение результатов

На рисунках 3 и 4 представлены расчеты дифференциальных поперечных сечений неупругого p^{9}Be-рассеяния с волновыми функциями ядра ^{9}Be в различных моделях. Дифференциальные поперечные сечения для состояний J^π=$5/2^+$, $5/2^-$ с которыми авторы сравнивают свои расчеты, были измерены в лаборатории циклотрона университета Индианы [9] при E_p= 180 МэВ.

На рисунке 3 (рассеяние для уровня J^π=$5/2^+$) видно, что дифференциальное поперечное сечение с трехчастичными волновыми функциями в области передних углов ($\theta < 40^0$) совпадает с экспериментом, однако с увеличением угла расчет идет выше эксперимента. Минимум в дифференциальном поперечном сечении при $\theta \to 0^0$ связан с ортогональностью волновых функций начального и конечного состояний ядра ^{9}Be. Далее поперечное сечение быстро растет до максимума, и после этого оно монотонно спадает с ростом угла рассеяния. Вклад в дифференциальные поперечные сечения при малых углах зависит от поведения волновой функции на асимптотике. Как показывает вышеуказанный анализ профилей, волновая функция, рассчитанная в модели 1, имеет вытянутую асимптотику по r-координате (вытягиваясь до ~ 9 ферми) и более вытянутую асимптотику по R-координате (вытягиваясь до ~ 18 ферми), что приводит к быстрому увеличению сечений при малых углах. Максимум рассчитанных дифференциальных поперечных сечений близок к максимуму эксперимента; однако при $\theta > 40^0$ они спадают быстрее, чем экспериментальные данные, где влияет внутренняя часть ядра. Поперечное сечение с оболочечной волновой функцией $\Psi_f = 1d_{3/2}$ коррелирует хуже с экспериментом при всех углах.

Для сравнения авторы показывают результаты расчета дифференциальных поперечных сечений (точечная кривая) в приближении искаженных волн с эффективным взаимодействием, зависящим от плотности и основанным на Парижском потенциале с оболочечной волновой функцией [9]. Однако эта кривая описывает эксперимент хуже: ее максимум сдвинут на 20° в сторону больших углов и значение поперечного сечения существенно меньше для малых углов (переданных импульсов) и значительно больше для больших углов.

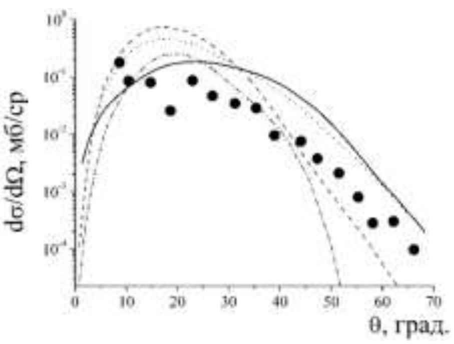


Рисунок 3 – Дифференциальные поперечные сечения неупругого p^9Be-рассеяния для уровня J^π=$5/2^+$ с различными волновыми функциями ядра ^{9}Be. Сплошная и штриховая кривые – расчет с волновыми функциями в моделях 1 и 2, штрих-пунктирная кривая – с осцилляторной волновой функцией, точечная – из работы [9], эксперимент – из работы [9]

Заметим, что теория Глаубера имеет существенные ограничения по энергиям и интервалу углов рассеяния частиц. Поскольку энергии падающих частиц не слишком велики, то результаты надежны только для передних углов рассеяния. Расчет при больших углах находится вне точности теории Глаубера.

На рисунке 4 представлен расчет дифференциальных поперечных сечений рассеяния для уровня J^π=$5/2^-$. Расчет проведен с волновыми функциями двух моделей. Как видно из рисунка 2, волновая функция в модели 1 из-за отталкивающего кора во внутренней части ядра исчезает, ее максимум находится при (r, R) ≈(2.5, 1.5) ферми, и она уменьшается до нуля при (r, R) ≈(4.5, 5.5) ферми. Волновая функция в модели 2 сильно вовлечена во внутреннюю часть ядра, ее асимптотика вытягивается только до $(r, R) \approx (2.0, 5.0)$ ферми. Поэтому при малых углах (где основной вклад за счет асимптотики волновой функции) дифференциальные поперечные сечения в модели 2 и в осцилляторной модели увеличиваются медленно и не достигают максимума экспериментальных значений.

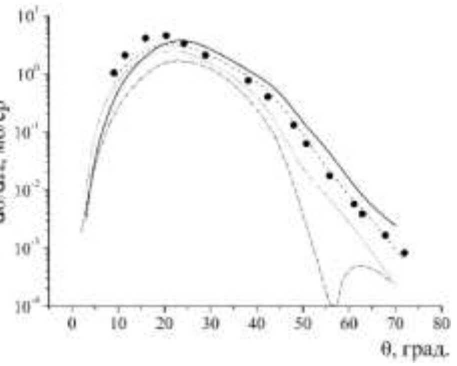


Рисунок 4 – То же самое, что и на рис. 3 для уровня J^π=5/2⁻

Во внутренней части волновая функция в модели 2 более компактна $(r, R) \approx (0.5, 1.5)$ ферми, и в модели 1 более вытянута $(r, R) \approx (2.5, 2.0)$ ферми, что отражает поведение поперечных сечений в интервале больших углов ($\theta > 30^\circ$). Заметим, что расчет плохо описывает эксперимент (все кривые лежат выше или ниже экспериментальных данных). Здесь, для сравнения авторы показывают результаты расчета дифференциальных поперечных сечений (точечная кривая) в приближении искаженных волн из работы [9]. Видно, что расчет дифференциальных поперечных сечений для уровня отрицательной четности J^π=5/2$^+$ полностью согласуется с экспериментом, тогда как дифференциальное поперечное сечение для уровня положительной четности (рис. 3), наоборот, отличается от эксперимента достаточно сильно.

Заключение

В данной работе при изучении структуры низколежащих уровней ядра ^{9}Be и неупругого рассеяния на уровни этого ядра с квантовыми числами J^π = 5/2$^+$ и 5/2$^-$ использовались трехчастичные волновые функции Кукулина в ααn-модели [17]. Эти волновые функции являются одноканальными, но многокомпонентными, учитывающими все спиновые S- и орбитальные L-моменты для каждого уровня.

Главный вывод: уровень положительной четности 5/2$^+$ является гало-состоянием, что выражается в аномально большой удаленности валентного нейтрона от центра тяжести двух α-частиц. Уровень отрицательной четности 5/2$^-$, как и основное состояние 3/2$^-$ ядра ^{9}Be, гало-структурой не обладает: валентный нейтрон находится на расстоянии R < 3 фм. Эти выводы подкреплены результатами расчетов рассеяния протонов на ядре ^{9}Be. Авторы эксперимента по неупругому рассеянию в расчетах, не учитывающих гало-структуру уровней, не смогли воспроизвести дифференциальные поперечные сечения как для 5/2$^+$, так и для уровней 3/2$^+$ и 1/2$^+$ [9, 13]. Наши трехтельные расчеты неплохо воспроизводят как данные по упругому [12, 13], так и для неупругого рассеяния для рассмотренных уровней положительной и отрицательной четности.

В работах [3-7] в связи с реакциями кулоновской диссоциации ядра ^{9}Be в поле тяжелого ядра Pb обсуждались каналы ^{8}Be + n и ^{5}He + α. Надо сказать, эти представления содержатся в трехчастичной ααn-модели. Если спроектировать трехчастичную волновую функцию ядра ^{9}Be в основном состоянии на канал ^{8}Be + n, то волновая функция ^{9}Be$_{g.s.}$ содержит следующие компоненты [21]: с весом примерно 40% компоненту ^{8}Be$_{g.s.}$ + n, с весом примерно 60% компоненту ^{8}Be$_{exc.}$(2+, 0) + n, и с весом примерно 1% компоненту ^{8}Be$_{exc.}$(4+, 0) + n.

Дополнительные каналы, в которых ядро ^{8}Be находится в возбужденных состояниях, важны для объяснения большого значения квадрупольного момента ядра ^{9}Be и величины магнитного октупольного момента ядра ^{9}Be.

В работах [22, 23] для объяснения фотоядерных процессов (γ, d) и (γ, t) для основного состояния ядра ^{9}Be была предложена αtd-модель. То, что данная модель не имеет отношения к основному состоянию ядра ^{9}Be видно сразу, так как в ней совершенно не воспроизводятся нуклонные энергии связи. Энергии связи протона и нейтрона в этой модели равны между собой и равны энергии связи дейтрона $E_{св.}(d)$ ~ 2.2 МэВ, тогда как экспериментальные энергии связи отличаются на порядок: $E_{св.}(n)$ ~ 1.67 МэВ и $E_{св.}(p)$ ~ 16.9 МэВ. Последняя величина близка к энергии связи протона в α-частице, что указывает на ααn-структуру ядра ^{9}Be$_{g.s.}$. Авторы работ [22, 23] делают вывод, что для воспроизведения реакции (γ, d) на ^{9}Be необходимо учесть связь каналов. Связь каналов возможна в методе резонирующих групп (МРГ) [24], в которой за исходное берутся NN-потенциалы. Однако, связь каналов ничего не дает: был бы получен вывод о том, что вес канала αtd в основном состоянии ядра ^{9}Be дает пренебрежимо малый вклад по сравнению с ααnканалом. Об этом свидетельствуют расчеты в ММО [25, 26]. Волновые функции в этой модели образуют полный набор состояний и являются антисимметризованными. Антисимметризация достигается введением для базисных функций схем Юнга [*f*] для орбитальных волновых функций и, соответственно, сопряженных схем Юнга $[\tilde{f}]$ для спин-изоспиновых функций, при этом основные состояния кластеров описываются симметричными схемами Юнга: [4], [3] и [2] для α-частиц, тритонов и дейтронов соответственно. Очевидно, что в ядре ^{9}Be схема Юнга [441] соответствует кластерному разбиению ααn, схема [432] – кластерному разбиению αtd и т.д. Связь каналов в ММО осуществляется, как и в МРГ, благодаря использованию в этой модели исходных NN-потенциалов [25, 26].

Волновая функция основного состояния ядра ^{9}Be в ММО содержит 13 компонент [25, 26]. Две компоненты со схемой Юнга [441] имеют общий вес примерно 96 %. Вес 5 компонент со схемой Юнга [432] находится на уровне 3 %. Но вес выбранной авторами [22] компоненты с L = 1, S = 1/2 – составляет 0,05 %, то есть дает пренебрежимо малый вклад в волновую функцию ^{9}Be$_{g.s.}$. Основной вклад компонент со схемой Юнга [432] в ^{9}Be приходится на энергетическую область более 10 МэВ. Там же находятся кластерные дейтронные, тритонные и мультикластерные αtd-состояния [27, 28].

Литература

1 Tilley D.R., Kelley J.N., Godwin J.L. et al. Energy levels of light nuclei A=8,9,10 // Nucl. Phys. A. – 2004. – V. 745. – P.155.

2 Freer M. The clustered nucleus—cluster structures in stable and unstable nuclei //Rep. Prog. Phys. – 2007. – 70. – P. 2149.

3 Keeley N., Alamanos N., Rusek K., and Kemper K.W. Generation of a repulsive dynamic polarization potential by transfer couplings //Phys. Rev. C. – 2005. – Vol.71. – Art.No 014611.

4 Pandit S.K., Jha V., Mahata K., Santra S., et al. Investigation of cluster structure of 9Be from high precision elastic scattering data //Phys. Rev. C. – 2011. – Vol. 84. – Art.No 031601.

5 Zahn W. 9Be quasibound states from a refined resonating group calculation //Nucl.Phys.A. – 1976. – 269. – P. 138.

6 Garrido E., Fedorov D.V., and Jensen A.S. Above threshold s -wave resonances illustrated by the 1/2+ states in 9Be and 9B //Phys.Lett. B. – 2010. – Vol.684. – P. 132.

7 Alvarez-Rodriguez R., Fynbo H.O.U., Jensen A.S., and Garrido E. Distinction between Sequential and Direct Three-Body Decays //Phys. Rev. Lett. – 2008. – 100, 192501.

8 Roy G. et al. Deformation and target spin-dependent effects in 9Be+p ρ at 220 Mev //Nucl.Phys. A. – 1985. – Vol.442. – P. 686.

9 Dixit S., Bertozzi W., Buti T.N. et al. Structure of 9Be from proton scattering at 180 MeV. Phys. Rev. C. – 1991. – V. 43. – No 4. – P.1758-1776.

10 Lukyanov S.M., Denikin A.S., Voskoboynik E.I. et al Study of internal structures of 9,10Be and 10B in scattering of 4He from 9Be //arXiv:1310.2965v3 nucl-ex. – 2013. – 16 p.

11 Ogloblin A.A., Danilov A.N., Belyaeva T.L. et al. // Phys.Rev. C. – 2011. – Vol.84. – Art.No 054601 // Int. J. Modern Phys. E. – 2011. – Vol.20. – P. 823.

12 Ibraeva E.T., Zhusupov M.A. Elastic and Inelastic Proton Scattering on 7Li Nuclei within Diffraction Theory // Phys. Part. Nucl. – 2000. – Vol. 31. – P. 1359; Ibraeva E.T., Zhusupov M.A., Zaykin A.Yu., Sagindykov Sh.Sh. Three-body structure of A = 9 isobars (Be, Li, and C) and elastic proton scattering //Phys.Atom.Nucl. – 2009. – Vol. 72. – P.1773.

13 Ibraeva E.T., Zhusupov M.A., Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Krassovitskiy P.M. // Inelastic p9Be scattering and halo-structure of excited states of 9Be. Nucl. Phys. A. – 2015. – 933. – P. 16 – 33.

14 Zhusupov M.A., Ibraeva E.T., Krassovitskiy P.M. Inelastic p 9Be scattering and halo structure of the J π = 1/2+ excited state of the 9Be nucleus // Physics of Atomic Nuclei. – 2015. – Vol. 78. – №1-2. – P. 151-158.

15 Glauber R.G. High-energy collision theory //Lect. Theor. Phys. – New York – London: Interscience, 1959.

16 Voronchev V.T., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N. Three-Body Calculations of A = 9 Nuclei with Supersymmetric α-α Potentials // Few-Body Syst. – 1995. – Vol. 18. – P. 191-202.

17 Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Rasikov Kh.D. et al. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (IV). Large space calculation for *A* = 6 nuclei with realistic nuclear forces // Nucl. Phys. A. – 1995. – Vol.586. – P. 151-189.

18 Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. – М.: Изд. Наука, 1975. – 439 с.

19 Ali S., Bodmer A.R. Phenomenological α-α potentials // Nucl.Phys. – 1966. – Vol.80. – P. 99-112.

20 Buck B., Friedrich H., Wheatley C. Local potential models for the scattering of complex nuclei //Nucl. Phys. A. – 1977. – Vol. 275. – P.246-268.

21 Жусупов М.А., Сахиев С.К., Каипов Т.Д. Изучение спектроскопических характеристик ядра ^{9}Be в трехчастичной модели //Изв. РАН, сер.физ. – 1996. – Т. 60, №11. – С.123.

22 Буркова Н.А., Дубовиченко С.Б. О возможности построения *αtd*-модели ядра ^{9}Be. Одноканальное приближение // Вестник КазНУ, сер. физ. 2006. – №2 (22). – С. 141.

23 Буркова Н.А., Дубовиченко С.Б.. Трехтельная ^{4}He^{3}H^{2}H модель ядра ^{9}Be // Известия вузов. Физика. – 2008. – Т. 51, № 1. – С. 85-89.

24 Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра. – М.: Мир, 1980. – 502 с.

25 Бояркина А.Н. Структура ядер 1*p*-оболочки. – М.: МГУ, 1973. – 52 с.

26 Barker F.C. Intermediate coupling shell-model calculations for light nuclei // Nucl. Phys. – 1966. Vol. 83. – P. 418-448.

27 Лебедев В.М., Неудачин В.Г., Сахарук А.А. Супермультиплетная симметрия и уровни вблизи порогов в системе из двух и трех легчайших кластеров // Ядерная физика. – 2000. – Т.63, №2. – С. 248-256.

28 Zhusupov M.A., Kabatayeva R.S. Multicluster structure of the ground and excited states of the ^{9}Be nucleus // Bull. RAS: Phys. – 2012. – V. 76., No. 4. – P. 429-432.

References

1 D.R. Tilley, J.N. Kelley, J.L. Godwin et al, Nucl. Phys. A, 745, 155 (2004).

2 M. Freer, Rep. Prog. Phys., 70, 2149 (2007).

3 N. Keeley, N. Alamanos, K. Rusek, and K.W. Kemper, Phys. Rev. C, 71, 014611 (2005).

4 S. K. Pandit, V. Jha, K. Mahata, S. Santra, et al., Phys. Rev. C, 84, 031601 (2011).

5 W. Zahn, Nucl.Phys.A, 269, 138 (1976).

6 E. Garrido, D.V. Fedorov, and A.S. Jensen, Phys.Lett. B 684, 132 (2010).

7 R. Alvarez-Rodriguez, H.O.U. Fynbo, A.S. Jensen, and E. Garrido, Phys. Rev. Lett., 100, 192501 (2008).

8 G. Roy et al. Nucl.Phys. A, 442, 686 (1985).

9 S. Dixit, W. Bertozzi, T.N. Buti et al, Phys. Rev. C 43 (4), 1758 – 1776 (1991).

10 S.M. Lukyanov, A.S. Denikin, E.I. Voskoboynik et al, arXiv:1310.2965v3 nucl-ex (2013).

11 A.A. Ogloblin, A.N. Danilov, T.L. Belyaeva et al, Phys.Rev. C, 84, 054601(2011); Int. J. Modern Phys. E 20, 823 (2011).

12 E.T. Ibraeva, M.A. Zhusupov, Phys. Part. Nucl., 31, 1359 (2000); E.T. Ibraeva, M.A. Zhusupov, A.Yu. Zaykin, Sh.Sh. Sagindykov, Phys.Atom.Nucl., 72, 1773 (2009).

13 E.T. Ibraeva, M.A. Zhusupov, A.V. Dzhazairov-Kakhramanov, P.M. Krassovitskiy, Nucl. Phys. A 933, 16 – 33 (2015).

14 M.A. Zhusupov, E.T. Ibraeva, P.M. Krassovitskii, Physics of Atomic Nuclei, 78, 151-158 (2015).

15 R.G. Glauber, High-energy collision theory, Lect. Theor. Phys. (New York – London: Interscience, 1959).

16 V.T. Voronchev, V.I. Kukulin, V.N. Pomerantsev, Few-Body Syst. 18, 191-202 (1995).

17 V.I. Kukulin, V.N. Pomerantsev, Kh.D. Rasikov et al, Nucl. Phys. A 586, 151-189 (1995).

18 D.A. Varshalovich, A.N. Moskalev, V.K. Khersonskiy, Kvantovaya teoriya uglovogo momenta, (Izd. Nauka, 1975), 439 s. (in Russ).

19 S. Ali, A.R. Bodmer, Nucl.Phys., 80, 99-112 (1966).

20 B. Buck, H. Friedrich, C. Wheatley, Nucl. Phys. A 275, 246-268 (1977).

21 M.A. Zhusupov, S.K. Sakhiyev, T.D. Kaipov, Izv. RAN, ser.fiz., 60 (11), 123 (1996).

22 N.A. Burkova, S.B. Dubovichenko, Rec.Contr.Phys., 2 (22), 141 (2006). (in Russ).

23 N.A. Burkova, S.B. Dubovichenko, Izvestiya vuzov. Fizika, 51 (1), 85-89 (2008). (in Russ).

24 K. Vil'dermut, YA. Tan, Yedinaya teoriya yadra, (Moscow, Mir, 1980), 502 s. (in Russ).

25 A.N. Boyarkina. Struktura yader 1r-obolochki, (Moscow, MGU, 1973), 52 s. (in Russ).

26 F.C. Barker, Nucl. Phys., 83, 418-448 (1966).

27 V.M. Lebedev, V.G. Neudachin, A.A. Sakharuk, Yadernaya fizika, 63 (2), 248-256 (2000). (in Russ).

28 M.A. Zhusupov, R.S. Kabatayeva, Bull. RAS: Phys., 76 (4), 429-432 (2012).