МРНТИ 29.15.19 https://doi.org/10.26577/RCPh.2023.v85.i2.01

А. Мухаметкалиулы , Ф.М. Пеньков*
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы
*email: fmp56@mail.ru

РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ μ^--МЕЗОНОВ НА АТОМНЫХ ЯДРАХ

При рассеянии отрицательно заряженных частиц на атомных ядрах перед порогами возбуждения ядер возможно образование метастабильной системы «заряженная частица + возбужденное ядро». В частности, при рассеянии μ^--мезонов на ядрах могут возникать мезоатомы с возбужденным ядром в состояниях всего атомного спектра водородоподобных атомов. Этот бесконечный набор состояний квазисвязанной системы порождает в непрерывном спектре бесконечную серию резонансов упругого рассеяния, сгущающуюся к энергии порога возбуждения ядра. В тех случаях, когда ширины упруго рассеяния мезонов меньше ширины распада возбужденного состояния ядра, возникают неупругие каналы распады мезонного резонанса, позволяющие экспериментально их наблюдать в процессе резонансного рассеяния. В настоящей работе получено аналитическое выражение для ширин предпороговых резонансов, возникающих при рассеянии μ^--мезонов на атомных ядрах. Ширины предпороговых резонансов в таких системах явно выражаются через приведенные мультипольные матричные элементы ядерных переходов. В работе приведены оценки для дипольных возбуждений ядер, отвечающим самым дальним резонансным состояниям. Показано, что современные мезонные фабрики позволяют в экспериментах по упругому рассеянию мезонов впрямую определять приведенные матричные элементы дипольных переходов. Для группы ядер с большими ширинами E1 γ-излучения возможна постановка эксперимента по определению этих ширин, а при известных ширинах – по определению химического состава мишени.

Ключевые слова: Резонансное рассеяние, предпороговые резонансы, мезоатом, матричные элементы дипольных переходов.

Ә. Мұхаметқалиұлы, Ф.М. Пеньков*
әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, ЭТФҒЗИ, Қазақстан, Алматы қ,
*email: fmp56@mail.ru

μ^- -мезондардың атом ядроларындағы резонанстық шашырауының ені

Теріс зарядталған бөлшектер ядролардың қозу табалдырығына дейін атом ядроларымен шашыраған кезде «зарядталған бөлшек + қозған ядро» метатұрақты жүйенің түзілуі мүмкін. Атап айтқанда, μ^--мезондардың ядролармен шашырауы кезінде сутегі тәрізді атомдардың бүкіл атомдық спектрінің күйлерінде қозғалған ядросы бар мезоатомдар пайда болуы мүмкін. Квазибайланысты жүйе күйлерінің бұл шексіз жиынтығы үздіксіз спектрде ядроның қозуының шекті энергиясына конденсацияланатын серпімді шашырау резонанстарының шексіз сериясын тудырады. Мезондардың серпімді шашырау ені ядроның қозған күйінің ыдырау енінен кіші болған жағдайда серпімді емес мезонды резонанстық ыдырау арналары пайда болады, бұл оларды резонанстық шашырау процесінде тәжірибе жүзінде байқауға мүмкіндік береді. Бұл жұмыста μ^--мезондардың атом ядроларына шашырауы кезіндегі шекті резонанстардың ені үшін аналитикалық өрнек алынды.

Мұндай жүйелердегі шекті резонанстардың ені ядролық ауысулардың берілген мультипольді матрицалық элементтері арқылы айқын көрінеді. Жұмыста ең алыс резонанстық күйлерге сәйкес келетін ядролардың дипольдік қозуларының бағалары берілген. Қазіргі мезон зауыттары мезондардың серпімді шашырау эксперименттерінде диполь ауысуларының берілген матрицалық элементтерін тікелей анықтауға мүмкіндік беретіні көрсетілген. E1 γ-сәулеленудің үлкен ені бар ядролар тобы үшін осы ендерді анықтау үшін эксперимент жасауға болады, ал белгілі ендерде нысананың химиялық құрамын анықтау үшін.

Түйін сөздер: резонанстық шашырау, шекті резонанстар, мезоатом, дипольдік ауысулардың матрицалық элементтері.

A. Mukhametkaliuly, F.M. Pen'kov*
Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Kazakhstan, Almaty
*email: fmp56@mail.ru

Resonant scattering of μ^- mesons by atomic nuclei

When negatively charged particles are scattered by atomic nuclei before the thresholds of excitation of nuclei, the formation of a metastable system "charged particle + excited nucleus" is possible. In particular, during the scattering of μ-mesons by nuclei, mesoatoms with an excited nucleus in the states of the entire atomic spectrum of hydrogen-like atoms can arise. This infinite set of states of a quasi-bound system generates an infinite series of elastic scattering resonances in the continuous spectrum, which condenses to the threshold energy of the excitation of the nucleus. In cases where the elastic scattering widths of mesons are smaller than the decay width of the excited state of the nucleus, inelastic meson resonance decay channels arise, which make it possible to observe them experimentally in the process of resonant scattering. In the present work, an analytical expression is obtained for the widths of subthreshold resonances arising from the scattering of μ mesons by atomic nuclei. The widths of subthreshold resonances in such systems are explicitly expressed in terms of the reduced multipole matrix elements of nuclear transitions The paper presents estimates for dipole excitations of nuclei corresponding to the farthest resonant states. It is shown that modern meson facilities make it possible to directly determine the reduced matrix elements of dipole transitions in experiments on elastic meson scattering. For a group of nuclei with large widths of E1 γ-radiation, it is possible to set up an experiment to determine these widths, and for known widths, to determine the chemical composition of the target.

Key words: Resonance scattering, subthreshold resonances, mesoatom, matrix elements of dipole transitions.

Введение

Современные мезонные фабрики позволяют достичь значительных мюонных токов при относительно небольших кинетических энергиях мюонов. Так, на канале μE4 сильноточного протонного ускорителя института Пауля Шерерра (PSI) мюонные токи достигают $6.8\cdot10^8$ мюон/сек в области энергий 0.5÷7.5 МэВ [1]. При этом энергетическое разрешение мюонов достигает 10^{-4} [2]. Более того, определены задачи, требующие разрешения $\sim3\cdot10^{-5}$ (см., например, [3]).

Другой стороной столь выдающихся достижений экспериментальных методик может служить постановка прецизионных экспериментов по упругому и неупругому рассеянию μ^--мезонов (далее – мюонов) на атомных ядрах с целью получения дополнительной информации о структурах ядер за счет кулоновских возбуждений, не искаженных сильным взаимодействием. Примером может служить резонансное рассеяние мюонов на атомных ядрах перед порогом возбуждения ядра [4], в котором положение резонансов совпадает со спектром мезоатома, сгущаясь к порогу возбуждения, как n^{-2}, где n – порядковый номер резонанса. То есть, по сути, система μ^--мезон и атомное ядро имеет бесконечное количество резонансов. Ниже эти резонансы будут называться по имени автора – базевские резонансы. И волновая функция состояния рассеяния мюона, и его резонансная амплитуда рассеяния уже давно вошли в учебники и монографии (см., например, [5-6]). Тем не менее ширины таких предпороговых резонансов остались вне рассмотрения моделей. Как будет показано ниже, эти ширины определяются матричными элементами между основным и возбужденным состоянием ядер от кулоновского взаимодействия мюона и ядра. То есть ширины резонансов упругого рассеяния мюона на ядрах несут информацию о свойствах атомных ядер.

Целью настоящей работы является определение ширин базевских резонансов через матричные элементы ядерных переходов, а также численная оценка этих ширин для анализа возможности экспериментального наблюдения резонансного рассеяния мюонов на атомных ядрах.

Метод. Уравнения модели рассеяния

Для описания рассеяния мюона с массой m и зарядом $-e$ на атомном ядре с зарядом eZ удобно ввести гамильтониан в форме

$$H = H_N + T_0 + V_{\mu p}\,, \qquad (1)$$

где T_0 – гамильтониан свободного движения мюона, H_N – гамильтониан ядра с собственными волновыми функциями φ_n, удовлетворяющими уравнению Шредингера с энергиями ε_n:

$$H_N\varphi_n = \varepsilon_n\varphi_n.$$

В рамках настоящей задачи нас интересуют лишь волновые функции φ_1 и φ_2 с энергиями основного состояния ε_1 и возбужденного ε_2 соответственно. И наконец, последнее слагаемое в (1) отвечает за взаимодействие между мюоном и протонами ядра:

$$V_{\mu p} = -\sum_{i=1}^{Z}\frac{e^2}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_i}|}, \qquad (2)$$

где e – элементарный электрический заряд, а $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{r_i}$ – координаты мюона и протонов ядра. Для нашей задачи удобно выбрать систему координат в центре инерции ядра. Тогда $\boldsymbol{r}$ будет радиус-вектором мюона относительна массового центра ядра и, соответственно, $\boldsymbol{r_i}$ описывают положение протонов относительно этого центра.

Движение мюона будет рассматриваться вне области ядерных сил, где допустимо приближение в форме мультипольного разложения уравнения (2):

$$V_{\mu p} = -\frac{e^2Z}{r} + \frac{e\boldsymbol{dn}}{r^2} + O(r^{-3}).$$

Здесь $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{r}/r$ – единичный вектор в направлении $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{d} = \sum_{i=1}^{Z} e\boldsymbol{r}_i$ – дипольный момент ядра. Видно, что в этом приближении не учитываются вклады квадрупольного, октупольного и т.д. моментов ядер.

Гамильтониан (1) в таком приближении можно записать в форме:

$$H = H_N + h + V_{int}\,, \qquad (3)$$

с гамильтонианом движения мюона в поле кулоновского центра с зарядом eZ:

$$h = T - \frac{e^2Z}{r} \qquad (4)$$

и взаимодействием, способным вызывать возбуждение ядра:

$$V_{int} = \frac{e\boldsymbol{dn}}{r^2}. \qquad (5)$$

Удобно отделить спектр отрицательных энергий E_n гамильтониана (4), то есть спектр энергий мюона в поле зарядового центра с собственными волновыми функциями ψ_n:

$$h\psi_n = E_n\psi_n, (n = 1,2\,, \dots, \infty),$$

и непрерывный спектр движения мюона с энергией E_k и волновыми функциями состояния рассеяния ψ_kмюона на центре:

$$h\psi_k = E_k\psi_k.$$

Разумеется, и водородоподобный спектр при отрицательных энергиях, и волновые функции связанных состояний хорошо известны (см., например, [5]). Так,

$$E_n = -\frac{me^4Z^2}{2\hbar^2n^2} \approx -2813.2\frac{Z^2}{n^2}\ \text{эВ}, \qquad (6)$$

а волновая функция ψ_1основного состояния мезоатома такая же, как и для атома водорода:

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}e^{-\frac{r}{a}}, \qquad (7)$$

с учетом другого значения «боровского» радиуса $a = \frac{\hbar^2}{me^2Z} \approx \frac{255.93}{Z}$ фм. Поскольку и средний радиус движения мюона по водородоподобной орбите, и максимум зарядовой плотности совпадают с боровским радиусом, то до 16-го элемента (серы) мюон движется в основном вне области ядра и формулы (6) и (7) применимы лишь с некоторыми оговорками о влиянии конечной области атомного ядра. Для более тяжелых элементов для воспроизведения модели взаимодействия с выделением потенциала зарядового центра нужно использовать волновые функции возбужденных состояний с $n = 2,3, \dots$ Волновая функция состояния рассеяния с волновым вектором $k = \sqrt{2mE_k}/\hbar$ выражается через гамма-функцию $\Gamma(x)$ и вырожденные гипергеометрические функции $F(a,b,c)$ [5,7]:

$$\psi_k = e^{\frac{\pi}{2ka}}\Gamma\left(1-\frac{i}{ka}\right)e^{i\boldsymbol{kr}}F\left(\frac{i}{ka}, 1, i(kr-\boldsymbol{kr})\right) \qquad (8)$$

Видно, что при $ka \gg 1$, то есть когда кинетическая энергия движения мюона для непрерывного спектра много больше его энергии связи в мезоатоме, в ограниченной области движения волновая функция ψ_k может быть заменена простой плоской волной.

Рассмотрим волновые функции гамильтониана (3) без взаимодействия V_{int}

$$(H_N + h)\Phi = E\Phi. \qquad (9)$$

Очевидно, что решением будет произведением волновых функций ядра и мюона в кулоновском центре. Причем при энергии ниже порога возбуждения $E_{th} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ существует только два решения: функция $\Phi_1 = \varphi_1\psi_k$, удовлетворяющая уравнению (9) с энергией

$$E = E_k + \varepsilon_1$$

при любой положительной кинетической энергии мюона E_k, и $\Phi_2 = \varphi_2\psi_1$, удовлетворяющая уравнению (9) только при энергии

$$E = E_1 + \varepsilon_2.$$

Если эти два решения существуют в непересекающихся областях энергии, то их влияние на решение уравнение Шредингера с гамильтонианом (3)

$$(H_N + h + V_{int})\Psi = E\Psi \qquad (10)$$

не приводит к каким-то новым эффектам. Но если оба решения Φ_1 и Φ_2 существуют при одной и той же энергии, то есть когда выполняется условие:

$$E_k = E_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = E_1 + E_{th}\,,$$

то можно говорить, что неограниченная система «мюон+ядро» может перейти в связанное состояние «мезоатом с возбужденным ядом», которое при дальнейшей эволюции во времени обязательно распадется в систему «мюон+ядро». При постановке задачи рассеяния можно говорить, что рассеяние идет через составной атом, что обязательно приводит к появлению резонанса в парциальной амплитуде упругого рассеяния f_l, описываемой Брейт-Вигнеровской функцией [5]:

$$f_l = -\frac{1}{2ik}\frac{i\Gamma_{el}}{E_k - E_{res} + \frac{i\Gamma_{el}}{2}}\,, \qquad (11)$$

с шириной резонанса Γ_{el} и энергией резонанса E_{res}. Индекс l в амплитуде отвечает угловому моменту системы в котором реализуется резонанс.

Для того, чтобы получить (11) для рассматриваемой системы, можно воспользоваться схемой Фешбаха [8], которая достаточно аккуратно описывает резонансное рассеяние даже в сравнении с анализом уравнений Фаддева для трехчастичных задач [9,10]. В рамках этой схемы волновая функция Ψ записывается как линейная комбинация

$$\Psi \;=\; \varphi_1\,(\boldsymbol{r_1},\boldsymbol{r}_2,..,\boldsymbol{r}_Z)\,\psi_\alpha\,(\boldsymbol{r}) \;+ \\ +\varphi_2(\boldsymbol{r_1},\boldsymbol{r}_2,..,\boldsymbol{r}_Z)\psi_\beta(\boldsymbol{r}). \qquad (12)$$

Асимптотика волновой функции (12) имеет вид:

$$\Psi \xrightarrow{r\to\infty} \varphi_1(\boldsymbol{r_1},\boldsymbol{r}_2,..,\boldsymbol{r}_Z)\psi_{\alpha,as}(\boldsymbol{r}). \qquad (13)$$

То есть второе слагаемое вклада в асимптотику не дает. Функция $\psi_{\alpha,as}(\boldsymbol{r})$ из-за кулоновского взаимодействия имеет настолько громоздкий вид, что в настоящем изложении для простоты восприятия будет написано классическое представление для короткодействующих потенциалов:

$$\psi_{\alpha,as}(\boldsymbol{r}) = e^{i\boldsymbol{kr}} + f\,\frac{e^{ikr}}{r}$$

с амплитудой рассеяния f. Далее в этой схеме уравнение (10) проектируют на функции φ_1 и φ_2 получая систему двух уравнений для функций $\psi_\alpha(\boldsymbol{r})$ и $\psi_\beta(\boldsymbol{r})$, решение которых в области резонансных энергий приводит к амплитуде резонансного рассеяния вида (11) с ширинами:

$$\Gamma_{el} = \frac{mk}{\pi\hbar^2}\int \left|\langle\psi_1\langle\varphi_2|\frac{e\boldsymbol{dn}}{r^2}\;|\varphi_1\rangle\psi_{\boldsymbol{k}}\rangle\right|^2 \frac{d\Omega_{\boldsymbol{k}}}{4\pi} \quad (14)$$

Ширина (14) полностью совпадает с ширинами, полученными Фешбахом для S-волновых возмущений. В таком случае интегрирование по углам снимается и получается классический вид ширины по Фешбаху. В рассматриваемом случае возмущение P-волновое и, как будет показано ниже, приводит к резонансам рассеяния в P-волнах.

Полученное в рамках такой процедуры значение E_{res} отличается от $E_1 + E_{th}$ (см., (6)) на поправку во втором порядке теории возмущений. В случае дипольного оператора возмущений это будет поправка на ван-дер-ваальсовое взаимодействие заряженной частицы с ядром (см., например, [11,12]), которая в наших условиях значительно меньше энергии связи мезоатома и в настоящем рассмотрении может не учитываться, то есть

$$E_{res} \approx E_1 + E_{th}. \qquad (15)$$

Результаты. Расчет ширины

Поскольку базевские резонансы отражают спектр водородоподобного атома, то их количество бесконечно. Здесь же для задачи о возможности постановки эксперимента будет рассматриваться самый широкий первый резонанс, отвечающий мезоатому в основном состоянии. Поэтому функция ψ_1 берется в форме функции (7), то есть в *S*-состоянии. В качестве функции непрерывного спектра $\psi_{\boldsymbol{k}}$ выбирается плоская волна, определяя тем самым плосковолновое приближение. С учетом вида оператора возмущения:

$$\frac{e\boldsymbol{dn}}{r^2} = \frac{edP_1(\boldsymbol{n_d}\boldsymbol{n})}{r^2}$$

и условия ортогональности полиномов Лежандра вклад в интегралы (14) даст только P-состояние плоской волны, то есть [5]:

$$\psi_{\boldsymbol{k}} = -\frac{3i}{k}P_1(\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}_k)\frac{d}{dr}\frac{\sin(kr)}{kr}.$$

После интегрирования по направление $\boldsymbol{n}$ выражение (14) приобретает вид:

$$\Gamma_{el} = \frac{16m\,e^2}{\hbar^2 ka^3}\left|\int_0^\infty e^{-\frac{r}{a}}\frac{d}{dr}\frac{\sin(kr)}{kr}dr\right|^2 * \\ * \int |\langle\varphi_2|P_1(\boldsymbol{n_d}\boldsymbol{n_k})d|\varphi_1\rangle|^2\frac{d\Omega_{\boldsymbol{k}}}{4\pi}.$$

А после интегрирования по r и телесному углу $d\Omega_{\boldsymbol{k}}$ и определения матричного элемента:

$$\boldsymbol{d}_{12} = \langle\varphi_1|\boldsymbol{d}|\varphi_2\rangle$$

получим окончательное выражение для ширины:

$$\Gamma_{el} = \frac{16m\,e^2}{3\,\hbar^2 ka^3}|\boldsymbol{d}_{12}|^2\left(1 - \frac{\arctan(ka)}{ka}\right)^2. \qquad (16)$$

Заключая раздел, опишем словами процесс резонансного рассеяния, адекватный проведенным расчетам. Инфинитное движение мюона с орбитальным моментом $l = 1$ при $E_k = E_{res} \approx E_1 + E_{th}$ может меняться на состояние мезоатома с орбитальным моментом $l = 0$ и энергией E_1, возбуждая ядро на энергию $E_{th} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ при изменении орбитального момента ядра на 1. Далее этот мезоатом распадется за время $\tau \sim \frac{\hbar}{\Gamma}$, порождая резонанс в сечении рассеяния для P-волны (*l*=1). При этом резонансная часть сечения упругого рассеяния будет иметь вид [5]:

$$\sigma_{l=1} = \frac{3\pi}{k^2}\frac{\Gamma_{el}^2}{(E_k - E_{res})^2 + \frac{\Gamma_{el}^2}{4}}, \qquad (17)$$

достигая при $E_k = E_{res}$ унитарного предела в P-волне. Это сечение достаточно велико (34 барна при $E_k = 1$ МэВ), но для сравнения с кулоновским рассеянием нужно сравнивать дифференциальные сечения. Например, можно сравнить дифференциальные сечения назад. Несложно показать, что дифференциальное сечение Резерфорда [5] на углы в 180^0 при энергии ~1 МэВ примерно в 100 раз меньше дифференциального сечения резонансного уже при $Z = 10$. Соответственно для энергии мюона ~10 МэВ сечение резонансного рассеяния в 10^3 раз больше сечения Резерфорда и в 10 раз больше резерфордовского даже при $Z = 100$. Поэтому далее фоновое рассеяние учитываться не будет.

Оценки ширин и обсуждение результатов

Выражение (16) можно рассматривать для постановки эксперимента с целью определения матричных элементов дипольного момента атомных ядер. Для такой постановки нужно определить масштаб ширин, чтобы понять, насколько современные мюонные пучки адекватны такой задаче. Поэтому ниже в таблице 1 приведены рассчитанные по (16) ширины мюонных резонансов при модельном значении дипольных матричных элементов. Для расчета использовалась простая одночастичная размерная модель дипольного перехода для ядра с A нуклонами:

$$|\boldsymbol{d}_{12}| = e\,R,\;\; R = 1.4\,A^{\frac{1}{3}}. \qquad (18)$$

Это выражение, скорее всего, завышает значение дипольного перехода для одночастичного возбуждения, но приводит к значительно меньшим значениям для коллективных возбуждений ядра, например, для гигантского дипольного резонанса [17].

Таблица 1 – Параметры мюонных резонансов для некоторых ядер

Ядро	Переход	E_1, кэВ	E_{th}, МэВ	E_{res}, МэВ	Γ_{el}, эВ	$\Gamma_{\mathrm{el}}/E_{res}$	Γ_N, эВ	Моды распада, ссылка
^{11}Be	$1/2^- \to 1/2^+$	45	0.32	0.275	7.8	$2.8 \cdot 10^{-5}$	$\sim 5 \cdot 10^4$	γ, [13]
^{13}C	$3/2^+ \to 1/2^-$	102	8.2	8.10	14	$1.7 \cdot 10^{-6}$	1.1 10^6	γ, n, [14]
^{16}O	$1^- \to 0^+$	180	7.12	6.94·	35	$5.1 \cdot 10^{-6}$	$5.2 \cdot 10^{-2}$	γ ,[15]
^{47}Ti	$3/2^+ \to 5/2^-$	1362	1.83	0.468	88	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$3.1 \cdot 10^{-4}$	γ ,[16]
^{75}As	$1/2^+ \to 3/2^-$	3064	7.65	4.59	1083	$2.3 \cdot 10^{-4}$	0.55	γ ,[16]
^{81}Br	$5/2^+ \to 3/2^-$	3438	5.00	1.56	1620	$2.6 \cdot 10^{-4}$	$32 \cdot 10^3$	γ,[16]

Колонки таблицы помечены символами, определенными выше, за исключением колонки Γ_N – полной ширины перехода из состояния, определенного порогом возбуждения E_{th}. И экспериментальные значения ширин, и пороги возбуждения взяты из цитируемых в последней колонке публикаций. Очевидно, что ядерные переходы, определяемые шириной Γ_N, приводят к неупругим процессам, когда мезоатом с возбужденным ядром переходит в мезоатом с ядром в основном состоянии, исключая мюон из процессов упругого рассеяния. В таком случае формула Брейта-Вигнера (17) должна быть доопределена для учета неупругого рассеяния [5,18]. Введем полную ширину $\Gamma = \Gamma_{el} + \Gamma_N$, тогда для орбитального момента $l = 1$ сечение упругого рассеяния σ_{el} и неупругого σ_r

$$\sigma_{el} = \frac{3\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el}^2}{(E_k - E_{res})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$
$$\sigma_r = \frac{3\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el}\Gamma_{\mathrm{N}}}{(E_k - E_{res})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

Соответственно при $E_k = E_{res}$ получим значения сечений в резонансе:

$$\sigma_{el} = \frac{12\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el}^2}{\Gamma^2},$$

$$\sigma_r = \frac{12\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el}\Gamma_{\mathrm{N}}}{\Gamma^2}.$$

В случае малых ширин (малых вероятностей) неупругих процессов $\Gamma_{el} \gg \Gamma_{\mathrm{N}}$ получаем прежнее выражение для сечения упругого процесса и предельно малое для неупругого:

$$\sigma_r = \frac{12\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{\mathrm{N}}}{\Gamma_{el}}. \tag{19}$$

В обратном же случае $\Gamma_{el} \ll \Gamma_{\mathrm{N}}$, пример которого приведен в строках для ^{11}Be и ^{13}C, сечение упругого процесса сильно подавлено:

$$\sigma_{el} = \frac{12\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el}^2}{\Gamma_N^2}, \tag{20}$$

и неупругие процессы значительно преобладают над упругими в $\Gamma_{\mathrm{N}}/\Gamma_{el}$ раз:

$$\sigma_r = \frac{12\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el}}{\Gamma_{\mathrm{N}}}. \tag{21}$$

На основании расчетов, приведенных в колонке относительных ширин $\Gamma_{\mathrm{el}}/E_{res}$, можно сделать заключение, что эксперименты для определения матричных элементов дипольных переходов в легких ядрах на сегодняшний день невыполнимы, поскольку относительная ширина значительно меньше существующего разрешения по энергии мюонных пучков, которое, как указано во Введении, ~10^{-4}. А вот ширины упругих резонансов на ядрах титана и мышьяка могут быть определены уже при существующей технологии получения мюонных пучков.

С учетом оцененного унитарного предела сечений упругого рассеяния в десятки барн, очень интересной выглядит постановка эксперимента по неупругим процессам в области резонансного рассеяния. Даже для легких ядер (см. Таблицу 1) сечения неупругих процессов с выходом гамма-квантов или нейтронов могут достигать согласно (21) величин в несколько миллибарн, а для более тяжелых достигать значений в десятки миллибарн. Такие большие значения неупругих процессов в области упругого резонанса позволяют ставить задачу об определении состава мишени мюонами с большим разбросом по энергии, поскольку за счет торможения они всегда попадут в резонансную область. Особенно интересным выглядит применение эффекта резонансного рассеяния мюонов для быстро развивающейся области мюонной томографии [19-23], которая использует космические мюоны с большим разбросом по энергии.

Современные мюонные пучки позволяют накапливать мезоатомы в таких количествах, что допустимы эксперименты по изучению лэмбовского сдвига в мезоатомах [24-25]. Схемы накопления мезоатомов используют практически остановившиеся мезоны с дальнейшим захватом их атомами. Использование неупругих резонансных эффектов, которые оставляют на заключительном этапе мезоатом, позволило бы работать в областях энергий со значительно большими интенсивностями мюонных потоков.

Заключение

Рассмотрение давно известного явления резонансного рассеяния отрицательно заряженной частицы перед порогом возбуждения атомного ядра для задачи определения ширин резонансного рассеяния μ^--мезона показало возможность измерения ширин и, как следствие, определения матричных элементов дипольных переходов в ядрах. Оценки ширин резонансов упругого рассеяния указывают на возможность проведения экспериментов уже на существующих пучках мюонных фабрик для ядер с Z>20. Для более легких ядер, ширины резонансного рассеяния которых не позволяют провести эксперименты на существующих пучках мюонов, возникает интересная возможность использовать большие сечения неупругих процессов в области упругого резонанса мюонов. Неупругие процессы с выходом гамма-кванта и/или нейтронов позволяют определить состав мишени и дать дополнительную информацию для мюонной томографии.

Авторы расценивают настоящую работы как первый этап исследований, который показал возможность эксперимента уже в настоящее время. При этом вне рамок работы остались точные вычисления ширин с использованием кулоновских функций и поправки к спектру мезоатомов из-за распределенной зарядовой плотности атомного ядра. Эти работы планируются для следующего этапа рассмотрения резонансного рассеяния.

Благодарности

Авторы благодарны П.М. Красовицкому за неоднократные обсуждения проблем резонансного рассеяния.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан, грант №AP09258757.

Литература

1 Grillenberger J., Baumgarten C., Seidel M. The high intensity proton accelerator facility //SciPost Physics Proceedings. – 2021. – №. 5. – P. 002.1-002.18

2 Boscolo M., Delahaye J. P., Palmer M. The future prospects of muon colliders and neutrino factories //Reviews of Accelerator Science and Technology. – 2019. – Vol. 10. – №. 01. – P. 189-214.

3 Delahaye J. P. et al. Muon colliders //arXiv preprint arXiv:1901.06150. – 2019.

4 Baz A. I. Resonance effects in the scattering of particles near a reaction threshold //Soviet physics JETP. – 1959. – Vol. 36. – №. 9. – P. 1256-1262

5 Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика: Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1989. – 752 с.

6 Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А.М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. – М.: Наука. – 1971. – 544 с.

7 Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. – М.: Наука. – 1979. – 852 с.

8 Feshbach H. Unified theory of nuclear reactions //Annals of Physics. – 1958. – Vol. 5. – №. 4. – P. 357-390

9 Pen'kov F. M., Takibaev N. Z. Resonances generated by effective long-range potentials in the three-body problem //Physics of Atomic Nuclei. – 1994. – Vol. 57. – №. 7. – P. 1300-1308

10 Pen'kov F. M. Lifetime of Efimov states of negative two-atom ions //Physical Review A. – 1999. – Vol. 60. – №. 5. – P. 3756

11 Kirzhnits D. A., Pen'kov F. M. Coulomb interaction of compound particles // Soviet physics JETP. – 1983. – Vol. 85. – P. 80-93.

12 Kirzhnits D. A., Pen'kov F. M. Polarization shift of the levels of a muonic atom //JETP Letters (ISSN 0021-3640). – 1984. – Vol. 39. – P. 378-381.

13 Nakamura T. et al. Coulomb excitation of 11Be //Physics Letters B. – 1997. – Vol. 394. – №. 1-2. – P. 11-15.

14 Ajzenberg-Selove F. Energy levels of light nuclei A= 3-15 //Nucl. Phys. – 1976. – Vol. 268. – P. 1.

15 Tilley D. R., Weller H. R., Cheves C. M. Energy levels of light nuclei A= 16–17 //Nuclear Physics A. – 1993. – Vol. 564. – №. 1. – P. 1-183

16 NRV low energy Nuclear Knowledge Base http://nrv.jinr.ru/nrv/

17 Berman B. L., Fultz S. C. Measurements of the giant dipole resonance with monoenergetic photons //Reviews of Modern Physics. – 1975. – Vol. 47. – №. 3. – P. 713.

18 Тейлор Дж. Теория рассеяния: квантовая теория нерелятивистских столкновений. – М.: Мир. – 1975. – 565 с.

19 Morris C. L. et al. Horizontal cosmic ray muon radiography for imaging nuclear threats //Nuclear Instruments and methods in Physics research section B: Beam interactions with materials and atoms. – 2014. – Vol. 330. – P. 42-46.

20 Riggi S. et al. Muon tomography imaging algorithms for nuclear threat detection inside large volume containers with the Muon Portal detector //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2013. – Vol. 728. – P. 59-68.

21 Blanpied G., Kumar S., Dorroh D., Morgan C., Blanpied I., Sossong M., McKenney S., Nelson B. Material discrimination using scattering and stopping of cosmic ray muons and electrons: Differentiating heavier from lighter metals as well as low-atomic weight materials //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2015. – Vol. 784. – P. 352-358.

22 Yang H., Luo G., Yu T., Zhao S., Hu B., Huang Z., Shen H., Yang L., Chen Y., Tang J. MuGrid: A scintillator detector towards cosmic muon absorption imaging //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2022. – Vol. 1042. – P. 167402

23 Bouteille S., Attié D., Baron P., Calvet D., Magnier P., Mandjavidze I., Procureur S., Riallot M., Winkler M. A Micromegas-based telescope for muon tomography: The WatTo experiment //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A. – 2016. – Vol. 834. – P. 223-228.

24 Ohayon B., Janka G., Cortinovis I., Burkley Z., Borges L. de Sousa, Depero E., Golovizin A., Ni X., Salman Z., Suter A., Vigo C., Prokscha T., Crivelli P. Precision measurement of the lamb shift in Muonium //Physical Review Letters. – 2022. – Vol. 128. – №. 1. – P. 011802.

25 Oram C. J., Bailey J. M., Schmor P. W., Fry C. A., Kiefl R. F., Warren J. B., Marshall G. M., Olin A. Measurement of the Lamb shift in muonium //Physical review letters. – 1984. – Vol. 52. – №. 11. – P. 910-913.

References

1 J. Grillenberger, C. Baumgarten, M. Seidel, SciPost Physics Proceedings, 5, 002.1-002.18 (2021).

2 M. Boscolo, J.P. Delahaye, M. Palmer, Reviews of Accelerator Science and Technology, 10 (01), 189-214 (2019).

3 J.P. Delahaye et al., arXiv preprint arXiv:1901.06150 (2019).

4 A.I. Baz, Soviet physics JETP, 36 (9), 1256-1262 (1959).

5 L.D. Landau, E. M. Lifshitz, Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory (Moscow. Nauka, 1989), 752 p. (in Russ).

6 A.I. Baz', Ya.B. Zeldovich, A.M. Perelomov, Scattering, Reactions and Decay in Nonrelativistic Quantum Mechanics (Moscow: Nauka, 1971), 544 p. (in Russ).

7 M. Abramowitz, I. A. Stegun, Handbook of Mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables (Moscow: Nauka, 1979), 852 p. (in Russ).

8 H. Feshbach, Annals of Physics, 5 (4), 357-390 (1958).

9 F.M. Pen'kov, N. Z. Takibaev, Physics of Atomic Nuclei, 57 (7), 1300-1308 (1994).

10 F.M. Pen'kov, Physical Review A, 60 (5), 3756 (1999).

11 D.A. Kirzhnits, F. M. Pen'kov, Soviet physics JETP, 85, 80-93 (1983).

12 D.A. Kirzhnits, F. M. Pen'kov, JETP Letters, 39, 378-381 (1984).

13 T. Nakamura et al., Physics Letters B, 394 (1-2), 11-15 (1997).

14 F. Ajzenberg-Selove, Nuclear Physics, 268, 1 (1976).

15 D.R. Tilley, H.R. Weller, C.M. Cheves, Nuclear Physics A, 564 (1), 1-183 (1993).

16 NRV low energy Nuclear Knowledge Base, http://nrv.jinr.ru/nrv/

17 B.L. Berman, S. C. Fultz, Reviews of Modern Physics, 47 (3), 713 (1975).

18 J.R. Taylor, Scattering theory, the quantum theory on nonrelativistic collisions (Moscow: Mir, 1975), 565 p. (in Russ).

19 C.L. Morris et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam interactions with materials and atoms, 330, 42-46 (2014).

20 S. Riggi et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 728, 59-68 (2013).

21 G. Blanpied et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 784, 352-358 (2015).

22 H. Yang et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1042, 167402 (2022).

23 S. Bouteille et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 834, 223-228 (2016).

24 B. Ohayon et al., Physical Review Letters, 128 (1), 011802 (2022).

25 C.J. Oram et al., Physical Review Letters, 52 (11), 910 (1984).