

Б.А. Мүкушев^{1*} , Ж.К. Сыдыкова² , Б. Ерженбек² , Ж.М. Битибаева² ,
Е.А. Батешов¹ , Е. Хуанбай¹ , М.К. Жукенов¹ , Б.С. Желдыбаева³ 

¹С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Қазақстан, Астана қ.

²Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Қазақстан, Алматы қ.

³Шәкәрім атындағы мемлекеттік университет, Қазақстан, Семей қ.

*e-mail: mba-55@mail.ru

ФИЗИКАЛЫҚ ШАМАЛАРДЫҢ ӨЛШЕМДЕРІН ТАЛДАУ ӘДІСІ

Физикалық зерттеулердің алғашқы кезеңдерінде физикалық процесстердің негізгі параметрлерін сипаттайтын қарапайым модель құрауда көптеген сапалық әдістер қолданылады. Осы сапалық әдістердің негізгі түріне физикалық шамалардың өлшемдерін талдау әдісі жатады. Аталған зерттеу әдісін қолданған жағдайда физикалық құбылыстар мен нысандарды зерттеу жұмысының соңғы нәтижелерін жуықтап бағалауға болады.

Мақалада физикалық зерттеулерде өлшемдерді талдау әдісін қолдану жолдары және әдістемесі қарастырылған. Физикалық құбылыстар мен объектілерді модельдеуде және талдауда аталған әдісті қолдану шарттары анықталды: әртүрлі физикалық шамалар арасындағы функционалдық тәуелділіктер дәрежелік түрде болуы тиіс және $N-K=1$ ережесі орындалуы тиіс. Өлшемдерді талдау әдісі арқылы физикалық процесстерді талдауға қажетті шектеулер көрсетілген.

Физикалық шамалардың өлшемдерін талдаудың әдіснамалық функциясы зерттелді және эксперименттік нәтижелерді өңдеудегі осы әдістің тиімділігі анықталды. Ізделініп отырған физикалық шаманың кейбір шамаларға «жалған» тәуелділігінің орындалмайтындығына мысал келтірілді. Физикалық өлшемдерді талдау әдісі негізінде заңдылықтары ядролық жарылыстарды зерттеуде қолданылатын нүктелік жарылыстың сфералық соққы толқынының таралу құбылысы зерттелді. Физикалық шамаларды өлшеуге негізделген өлшемдерді талдау әдісінің теориялық және эксперименттік нәтижелерді салыстыруды іске асырудағы орны анықталды.

Түйін сөздер: өлшемдерді талдау әдісі, өлшемділік формуласы, физикалық бағалау, физикалық шамалардың өлшемі, ереже $N-K=1$.

**B.A. Mukushev^{1*}, J.K. Sydykova², B. Yerzhenbek², J.M. Bitibaeva²,
E.A. Bateshov¹, E. Khuanbay¹, M.K. Zhukenov¹, B.S. Zheldybaeva³**

¹S. Seifullin Kazakh AgroTechnical University, Kazakhstan, Astana

²Kazakh National Pedagogical University named after Abai, Kazakhstan, Almaty

³State University named after Shakarima, Kazakhstan, Semey

*e-mail: mba-55@mail.ru

Method of analysis of dimensions of physical quantities

At the initial stage of physical research, a number of qualitative methods are used to create simple models reflecting the main parameters of the physical processes under consideration. One of the important qualitative methods of physical research is the method of analyzing the dimensions of physical quantities. The application of this scientific method makes it possible to estimate approximately the final results of the study of physical phenomena and objects.

The article discusses the ways of using the dimension method in physical research. The conditions for the application of this method in modeling and analyzing physical phenomena and objects are established: functional dependencies between different physical quantities must be power-law; the rule $N-K=1$ must be fulfilled. The limitations necessary for the analysis of physical processes by the method of dimensions are shown.

The methodological function of the analysis of dimensions of physical quantities is studied and the effectiveness of this method in processing experimental results is revealed. An example is presented in which the "apparent" dependence of physical quantities on other quantities is rejected. The phenomenon of propagation of a spherical shock wave of a point explosion, which is of great importance in the study of nuclear explosions, has been studied on the basis of this method. The role and place of the analysis of dimensions of physical quantities in comparison of theoretical and experimental results are determined.

Key words: the method of dimension analysis, the formula of dimensions, physical estimates, the dimension of physical quantities, the rule $N-K=1$.

Б.А. Мүкушев^{1*}, Ж.К. Сыдыкова², Б. Ерженбек², Ж.М. Битибаева²,
Е.А. Батшов¹, Е. Хуанбай¹, М.К. Жукенов¹, Б.С. Желдыбаева³

¹Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, Казахстан, г. Астана

²Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Казахстан, г. Алматы

³Государственный университет им. Шакарима, Казахстан, г. Семей

*e-mail: mba-55@mail.ru

Метод анализа размерностей физических величин

На начальном этапе физических исследований используется ряд качественных методов для создания простых моделей, отражающих основные параметры рассматриваемых физических процессов. Одним из важных качественных методов физического исследования является метод анализа размерностей физических величин. Применение этого научного метода создают возможности приблизительно оценивать конечные результаты исследования физических явлений и объектов.

В статье рассмотрены пути применения метода размерностей в физических исследованиях. Установлены условия использования данного метода при моделировании и изучении физических явлений и объектов: функциональные зависимости между разными физическими величинами должны быть степенные и должно выполняться правило $N-K=1$. Указаны на ограничения, необходимые для исследования физических явлений с помощью метода размерностей.

Изучена методологическая функция анализа размерностей физических величин и раскрыта эффективность этого метода при обработке экспериментальных результатов исследований. Представлен пример, в котором отвергается «кажущаяся» зависимость искомой физической величины от других величин. Изучено на основе анализа размерностей явление распространения сферической ударной волны точечного взрыва, имеющего большое значение в исследовании ядерных взрывов. Определены роль и место анализа размерностей физических величин в сравнении теоретических и экспериментальных результатов.

Ключевые слова: метод анализа размерностей, формула размерностей, физические оценки, размерности физических величин, правило $N-K=1$.

Кіріспе

Физика ғылымында теориялық тұрғыдан зерттеудің және эксперимент дайындаудың бастапқы және міндетті кезеңі *физикалық бағалау* болып табылады. Зерттеудің бұл кезеңінде физикалық құбылыстар сапалы талдаудан өтеді. Сапалы талдау кезінде *физикалық шамалардың өлшемдерін талдау әдісі* қолданылады. Физикалық шамалардың өлшемдерін талдау негізінде физикалық шамалар арасындағы функционалдық байланыс анықталады. Осы жолмен табылған функционалдық тәуелділікті сипаттайтын формула немесе теңдеу құрамында шамасы белгісіз тура пропорционалдылық коэффициенті болады. Бұл пропорционалдылық

коэффициент әрқашан өлшемсіз болады. Пропорционалдылық коэффициенттің мәні көп жағдайда эксперимент көмегімен анықталады. Физикалық шамалардың өлшемдерін талдауға негізделген әдіс физик ғалымдардың, инженерлердің, жаратылыстану және техникалық ғылымдар саласындағы зерттеушілердің сенімді құралына айналды.

Негізгі физикалық шамалардың өлшем бірліктері (L – жол, T – уақыт, M – масса және т.б.) арқылы туынды физикалық шаманың өлшем бірліктері өрнектеледі және осы өрнек *өлшемдік формуласы* деп аталады. Мысалы: жылдамдық өлшемінің формуласы $[V] = L \cdot T^{-1}$, күш өлшемінің формуласы $[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$ және т.б. Демек физикалық шаманың өлшемі негізгі физикалық

шамалар ретінде қабылданған шамалардың дәреже түріндегі көбейтіндісі ғана болады. Сондықтан кез-келген физикалық заңдылықты көрсететін теңдеудің немесе формуланың екі бөлігінің өлшемдері бірдей болуы керек.

Физика ғылымы тарихынан өлшемдерді талдау әдісі көмегімен ашылған жаңалықтарға бірқатар мысалдар келтіруге болады. Кванттық физиканың іргелі жаңалығының бірі кванттау идеясы Нильс Бордың атом ядросын айналып жүрген электронның қозғалысын сипаттайтын физикалық шамалардың өлшемдерін талдауы көмегімен айқындалды. Н. Борға стационарлық күйдегі атомның энергиясын анықтау үшін рұқсат етілген орбиталардың радиустарын табу керек болды. Бұл мәселені шешу үшін ол кванттау ережесін қолданды. Бор қандай да бір физикалық шама \hbar Планк тұрақтысының еселігі болуы керек деген болжам жасады. Планк тұрақтысының өлшемі Дж·с екені белгілі. Сонымен қатар, мұндай өлшемге механикада кеңінен қолданылатын mvr (импульс моменті) шамасы да ие болып отыр. Дөңгелек орбитада қозғалатын электрон үшін оның импульс модулі mv және радиусы r өзгермейді. Демек, mvr мәні де тұрақты шама болады. Демек, келесі теңдеу орындалуы керек

$$mvr = \hbar n, \quad \hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

мұндағы $n = 1, 2, 3, \dots, m$ – электрон массасы, r – электрон орбитасының радиусы [1,2].

Зерттеу нәтижелері және талдау

Физикалық процестерді зерттеу кезінде өлшемдерді талдау әдісін қолданудың негізгі шарттары

Бірінші шарт. Өлшемдерді талдау әдісі арқылы әртүрлі физикалық шамалар арасында функционалдық тәуелділіктерді орнатуға болады. Бұл шарт тек қарастырылып отырған физикалық шаманы сипаттайтын тәуелділіктер дәрежелік сипатта болғанда ғана орындалады. Шындығында, физикалық құбылыстар арасында мұндай тәуелділіктер өте көп және бұл әдісті ғалым-зерттеушілер кеңінен қолданады. Физикалық шамалар арасындағы функционалдық тәуелділік дәрежелік емес болатын жағдайлар да бар. Мысалы, математикалық және серіппелі маятниктің координатасының уақытқа және циклдік жиілікке тәуелділігінің дәрежелік формулаларын немесе ракеталардың жылдамдығының оның массасына тәуелділік өрнегін табу мүмкін емес (Циолковский формуласы). Демек физикалық процестерді

зерттеу кезінде өлшемдерді талдау әдісін қолдануда *шектелулер* болатынын көреміз.

Сонымен, өлшемдерді талдау әдісін қолданудың бірінші шарты мынандай болады: әртүрлі физикалық шамалар арасындағы функционалдық тәуелділіктер дәрежелік түрде болуы керек.

Екінші шарт $N-K = 1$ ережесі деп аталады. Бұл ереженің мазмұны мынандай: егер барлық N физикалық шамалардың өлшемдері негізгі физикалық шамалардың K өлшемдері арқылы $N-K = 1$ жағдайында көрсетілсе, онда N шамалар арасындағы дәрежелік байланысты анықтайтын жалғыз формула немесе теңдеу болады. Осы формуланы немесе теңдеуді өлшемдерді талдау әдісімен табуға болады.

Бірінші және екінші шарттар орындалатын жағдайға арналған төмендегі тапсырмаларды қарастырамыз.

Тапсырма 1. (Рэлей есебі) A және B нүктелерінің арасында жіп керілген күйде болады. F керілу күшінің шамасы болсын. Осы жіптің ортасындағы C нүктесінде жүк бекітілген. Сонда керілген жіп бойындағы кесінділердің ұзындығы $AC = CB = L$. Жүктің массасы M жіптің массасынан бірнеше есе үлкен. Жүкті вертикаль бағытта аздап ауытқытады. Сонда жүк механикалық тербелістер жасайды. Жіптегі жүктің механикалық тербелістерінің жиілігін анықтау керек.

Талдау: ω , F , M және L физикалық шамалары төмендегі түрдегі дәрежелік түрдегі тәуелділікпен өзара байланыста болсын:

$$\omega \sim F^x M^y L^z. \quad (1.1)$$

Механикалық тербелісті төрт физикалық шама сипаттайды (ω , F , M және L). Біз осы физикалық шамалар арасындағы байланысты анықтауымыз керек. СИ жүйесінде осы физикалық шамалардың өлшемдерін өлшемдік формуласына сүйене отырып жазамыз:

$$[\omega] = \text{с}^{-1}, [F] = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}, [M] = \text{кг}, [L] = \text{м}.$$

Негізгі физикалық шамалардың санын анықтаймыз: $K=3$ (м , кг , с). Біздің жағдайда $N-K = 1$ ережесі орындалып тұр.

Біз x , y , z дәреже көрсеткіштерін анықтауымыз керек. Егер (1) формула нақты физикалық заңдылықты сипаттаса, онда осы формуланың оң және сол бөліктерінің физикалық шамаларының өлшемдері сәйкес келуі керек. Демек, келесі теңдік орындалады:

$$c^{-1} = (kz \cdot M \cdot c^{-2})^x \cdot (kz)^y \cdot (M)^z = k^x z^x \cdot M^x \cdot c^{-2x} \cdot k^y z^y \cdot M^z = k^{x+y} z^{x+y} \cdot M^{x+z} \cdot c^{-2x}$$

Бұл теңдіктің сол жағында келесі физикалық шамалар қатыспай тұр: метр және килограмм. Ал секундтың дәреже көрсеткіші минус 1-ге тең. Осы нәтижелерге сүйене отырып x, y, z үшін келесі теңдеулер жүйесін жазамыз:

$$\begin{cases} x+y=0 \\ x+z=0 \\ -2x=-1 \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесінен табамыз: $x = 1/2, y = -1/2, z = -1/2$. Демек қарастырылған физикалық шамалар арасында мынандай байланыс орнауы керек:

$$\omega \sim F^{1/2} M^{-1/2} L^{-1/2} \sim \sqrt{\frac{F}{ML}}$$

Жіптегі жүктің тербеліс жиілігінің нақты теңдеуінен мен өлшемдерді талдау әдісімен табылған жиіліктік өрнегі $\sqrt{2}$ шамаға өзгеше: $(\omega^2 = \frac{2F}{ML})$. Дегенмен, $N-K=1$ ережесі орындалмайтын жағдайлар да болады. Мұндай жағдайда физикалық шамалардың негізгі өлшемдерін көбейту шараларын іске асыру керек. Мысал ретінде жерге жақын аймақтағы дененің қозғалысын қарастырамыз.

Тапсырма 2. Дене үстел үстінен горизонталь бағытта лақтырылады. Үстелдің биіктігі H . Үстелден бөліну кезіндегі дененің жылдамдығы горизонталь және v_0 -ға тең. Лақтырылған дененің түсу нүктесінің столдан қашықтығын сипаттайтын теңдеуді табу керек.

Талдау. Дененің түсу нүктесінің столдан қашықтығын x_0 – ді H, v_0, g кинематикалық шамалармен байланыстырамыз. Ортаның кедергісін елемейміз. 4 физикалық шама алынды, яғни $N=4$. Барлық физикалық шамалардың өлшемдеріне арналған өрнектерге тек метр мен секунд ғана кіріп тұр ($K=2$). Демек $N-K=1$ ережесі орындалмайды. Егер $x_0 \sim v_0^\alpha H^\beta g^\gamma$ өрнегін жазсақ, онда үш белгісіз α, β, γ дәрежелер үшін біз тек екі теңдеу жаза аламыз. Онда үш белгісіз дәрежелердің мәнін (α, β, γ) таба алмаймыз. Бұл жағдай бізді кинематиканың негізгі өлшемдерінің санын көбейтуге мәжбүр етеді.

Вертикаль және горизонталь бағытта қашықтықты өлшеу үшін жеке бірліктерді енгіземіз: вертикаль Y осі бойындағы қашықтықты «вертикаль» метрмен (M_y), ал горизонталь X осі бойындағы қашықтықты «горизонталь» метрмен (M_x) өлшейміз. Сонда

барлық кинематикалық шамалардың өлшемдері келесідей болады: $[g] = M_y \cdot c^{-2}, [v_0] = M_x \cdot c^{-1}, [H] = M_y, [x_0] = M_x$. Енді $K=3$ – негізгі өлшемдер $M_x, M_y,$ және c болды. Енді $x_0 \sim v_0^\alpha H^\beta g^\gamma$ формуласын қолдана аламыз және физикалық шамалардың өлшемдерінің келесі өзара қатынасын жазамыз:

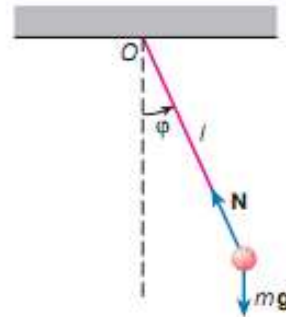
$$M_x = M_x^\alpha \cdot c^{-\alpha} \cdot M_y^\beta \cdot M_y^\gamma \cdot c^{-2\gamma} = M_x^\alpha \cdot c^{-\alpha-2\gamma} \cdot M_y^{\beta+\gamma}$$

Біз теңдеулер жүйесін жазамыз және шешеміз. Сонда $\alpha = 1, \beta = 1/2, \gamma = -1/2$ болады. Бұдан $x_0 \sim v_0 \sqrt{\frac{H}{g}}$ немесе $x_0 = C v_0 \sqrt{\frac{H}{g}}$. Бұл мысалдың аналитикалық шешімі мынандай дәл формуланы береді $x_0 = v_0 \sqrt{\frac{H}{g}}$, демек $C = 1$.

Физикалық шамалардың өлшемдерін талдау әдісі зерттеу тәсілі ретінде

Біз төменде физикалық зерттеуде өлшемдерді талдау әдісін қолданудың бірқатар артықшылықтарын мысалдармен көрсетеміз [3-8].

Тапсырма 3. Физикалық шамалардың өлшемдерін талдай отырып, математикалық маятниктің шағын тербелісінің периодын табу керек (Сурет.1)



1-сурет. Математикалық маятниктің тербелістері

Талдау. Математикалық маятник – созылмайтын ұзындығы l жіпке ілінген массасы m материалдық нүкте. φ арқылы жіп пен вертикаль арасындағы бұрышты белгілейміз. Мұндағы φ аз шама. Ауа кедергісін ескермейміз. Сонда маятниктің қозғалыс заңдары мынандай түрде болады:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \varphi, \quad (3.1)$$

$$m \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 l = N - mg \cos \varphi. \quad (3.2)$$

(3.1), (3.2) теңдеулерден тербелетін жүйені анықтайтын мына параметрлерді аламыз:

$$t, l, g, m, \varphi$$

Тербеліс периодының формуласын табу үшін мынандай өрнек жазамыз:

$$T \sim l^\alpha g^\beta m^\gamma \varphi^\kappa.$$

Осы өрнектің екі бөлігі үшін өлшемдерді жазамыз:

$$c = (m)^\alpha (m \cdot c^{-2})^\beta (\kappa g)^\gamma (\text{рад})^\kappa = m^{\alpha+\beta} \cdot c^{-2\beta} \cdot \kappa g^\gamma \text{рад}^\kappa$$

Сонда келесі теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0, \\ -2\beta = 1, \\ \gamma = 0, \\ \kappa = 0. \end{cases}$$

Осы жүйені шеше отырып: $\beta = -1/2$; $\alpha = 1/2$; $\gamma = 0$; $\kappa = 0$. Демек, $T \sim l^{1/2} \cdot g^{-1/2}$ немесе $T = C \sqrt{\frac{l}{g}}$, мұндағы C – өлшемсіз тұрақты шама. Бұл шаманы басқа әдістер көмегімен табады ($C = 2\pi$).

Математикалық маятниктің шағын механикалық тербелістерінің периоды оның ұзындығына және ауырлық күшінің үдеуіне ғана байланысты екен. Өлшемдерді талдау әдісі маятниктің тербеліс периодының оның массасына және жіптің вертикальдан ауытқу бұрышына тәуелділігінің жоқ екенін дәлелдеп берді.

Тапсырма 4. Камертонның механикалық тербелістерінің периоды оның ρ тығыздығына және камертон жасалған осы металдың E серпімділік модуліне және камертонның L ұзындығына байланысты екені белгілі.

А) Камертонның механикалық тербелістерін сипаттайтын физикалық шамалардың өлшемдерін талдай отырып, камертонның тербелістерінің периодының жоғарыда көрсетілген физикалық шамаларға тәуелділік өрнегін табу керек.

Ә) Әр түрлі ұзындықтағы камертондармен жүргізілген тәжірибелер арқылы келесі эксперименттік нәтижелер алынды:

L (мм)	122	108	96	82	64
ν (Гц)	252	284	320	375	480

Бұл эксперименттік деректер өлшемдерді талдау әдісі арқылы табылған теңдеуге сәйкес келе ме?

Талдау: Тербелістер периодының формуласын келесі түрде іздейміз: $T \sim \rho^\alpha E^\beta L^\gamma$. Осы өрнектің екі жағы үшін өлшемдерін жазамыз:

$$c = (\kappa g \cdot m^{-3})^\alpha (\kappa g \cdot m^{-1} \cdot c^{-2})^\beta (m)^\gamma = \kappa g^{\alpha+\beta} \cdot m^{-3\alpha-\beta+\gamma} \cdot c^{-2\beta}.$$

Сонда мынандай жүйесі алынады:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0, \\ -3\alpha - \beta + \gamma = 0, \\ -2\beta = 1. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін шеше отырып $\beta = -1/2$; $\alpha = 1/2$; $\gamma = 1$ мәндерді табамыз.

Сөйтіп камертон тербелістерінің периодының өрнегінің тәуелділігін табамыз:

$T = c \cdot L \sqrt{\frac{\rho}{E}}$. Эксперименттік деректер кестесін зерттеу мақсатында мына формуланы жазамыз: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{cL} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Соңғы формуладан мынандай өрнек

жазамыз: $L\nu = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \text{const}$. Эксперименттік деректер кестесінен $L\nu$ мәндері (30672 – 30750) интервалында болатынын есептеп шығамыз. Эксперименттік деректер кестесінен алынған $L\nu$ мәндері өлшемдерді талдау әдісі арқылы табылған формуламен толық сәйкес келеді деп санауға болады.

Тапсырма 5. Тұтқыр сұйық ішінде ауырлық күшінің әсерінен төмен құлайтын шардың шекті жылдамдығының өрнегін бағалау керек.

Талдау. Шардың жылдамдығы (ν) ұсынылған физикалық жүйені сипаттайтын келесі физикалық шамаларға тәуелді болуы керек: шардың тығыздығы (ρ_1), шардың радиусы (r), сұйықтықтың тығыздығы (ρ_2), сұйықтықтың тұтқырлығы (η) және ауырлық күшінің үдеуі (g). Бұл жерде $N-K=1$ ережесі орындалмайтынын ескеру керек, өйткені $N=6$ ($\nu, \rho_1, r, \rho_2, \eta, g$), ал $K=3$ ($\kappa g, m, c$).

Ауырлық күштері z осі бойымен бағытталған. Жылдамдық өлшемінің формуласы $L_z T^{-1}$. Тұтқыр кедергі күш үшін z осіне параллель шардың радиусы емес, x жазықтығындағы радиусы (немесе шеңбері) маңызды. L_x бағытындағы радиус L_y бағытындағы радиусқа тең. Сондықтан r радиусының өлшем формуласы $L_x^{1/2} L_y^{1/2}$ түрінде болады. Осылайша $N-K=1$ ережесі орындалады. Яғни, $K=5$ ($\kappa g, m_x, m_y, m_z, c$).

Біз ауырлық күшінің әсерінен шардың тұтқыр қозғалысын сипаттайтын физикалық шамалардың өлшемдерінің келесі қатынасын жазамыз:

$$M_z \cdot c^{-1} = (M_x^{-1} \cdot M_y^{-1} \cdot M_z^{-1} \cdot \kappa z)^a \cdot (M_x^{-1/2} \cdot M_y^{-1/2})^b \cdot (M_x^{-1} \cdot M_y^{-1} \cdot M_z^{-1} \cdot \kappa z)^c \cdot (M_x^{-1} \cdot \kappa z \cdot c^{-1})^d \cdot (M_z \cdot c^{-2})^e.$$

Теңдеулер жүйесін шешеміз:

$$\begin{cases} -a - c - d + e = 1, \\ -a + (b/2) - c = 0, \\ -a + (b/2) - c = 0, \\ -d - 2e = -1, \\ a + d + c = 0. \end{cases}$$

$a = 1 - c$, $b = 2$, $c = c$, $d = -1$, $e = 1$. Нәтижесінде біз тұтқыр ортада ауырлық күшінің әсерінен қозғалатын шардың шекті жылдамдығы туралы максималды ақпарат беретін физикалық бағалау өрнегін аламыз:

$$v = C \cdot \frac{r^2 g}{\eta} \cdot f(\rho_1, \rho_2).$$

Бұл есептің математикалық әдістермен алынған толық шешімі:

$$v = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} \cdot (\rho_1 - \rho_2).$$

Тапсырма 6. Атмосферада жарылыс болған кезде орасан зор энергия лезде бөлінеді. Жарылыс нүктесінің жанында күшті сфералық соққы толқыны пайда болады (сурет.2). Сонымен қатар, соққы толқыны жетпеген аймақтағы атмосфера әрдайым бұзылмаған күйде болады, Жарылыс толқынының ішкі жағындағы газ қысымы қалыпты атмосфералық қысымынан мыңдаған есе көп болады. Төменде көрсетілген физикалық шамалардың өлшемдерін талдау негізінде сфералық соққы толқынының таралу жылдамдығының теңдеуін табу керек: жарылыс нүктесіндегі механикалық энергия (E), соққы толқыны жетпеген атмосфера ауасының бастапқы тығыздығы (ρ), уақыт (t).



2-сурет. Сфералық соққы толқынының жарылыс болған нүктеден радиалды таралуы

Талдау. Біз соққы толқынының жарылыс нүктесінен радиалды ось бойымен таралу заңын табуымыз керек: $r = r(t)$ (r – соққы толқынының фронтының жарылыс центрінен қашықтығы, t – уақыт). Біз атмосферадағы жарылыс құбылысының қарапайым моделін құрамыз. Біздің жағдайда $N - K = 1$ ережесі орындалады. Шынында да, $N = 4$ (r, E, ρ, t) және $K = 3$ ($m, c, \kappa z$). $r \sim E^\alpha \rho^\beta t^\gamma$ тәуелділігі түрінде соққы толқынының таралу заңын іздейміз. Жоғарыда келтірілген физикалық шамалардың өлшемдерін талдау арқылы мынандай тәуелділікті табамыз:

$$r = C \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}}, \quad (6.1)$$

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{2}{5} C \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{5}} t^{-\frac{3}{5}}. \quad (6.2)$$

(6.1)-теңдеуден біз уақыт өрнегін (t) табамыз да (6.2)-теңдеуге қоямыз. Сонда мына теңдеуді аламыз:

$$v = \frac{2}{5} C^{\frac{5}{2}} \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{r^3}}. \quad (6.3)$$

(6.2) мен (6.3) теңестіре отырып:

$$\frac{2}{5} C \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{5}} t^{-\frac{3}{5}} = \frac{2}{5} C^{\frac{5}{2}} \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{r^3}}. \quad (6.4)$$

Тұрақты C -ны шағын зертханада физикалық эксперимент арқылы табуға болады. Экспериментті жүзеге асыру үшін әдетте аз көлемді жарылыстар жасалады. $r = r(t)$ функциясының әр түрлі уақыт моментіндегі шамасы өлшенеді. Ол үшін сол уақыт моментіндегі белгілі шамалар E зарядының жарылыс энергиясы және ауа тығыздығы ρ осы теңдеуге ($r = r(t)$) енгізіледі. Газ динамикасы бойынша жасалған бірқатар тәжірибелер орташа тұрақты C -ның шамасы бірге жақын екенін көрсетті.

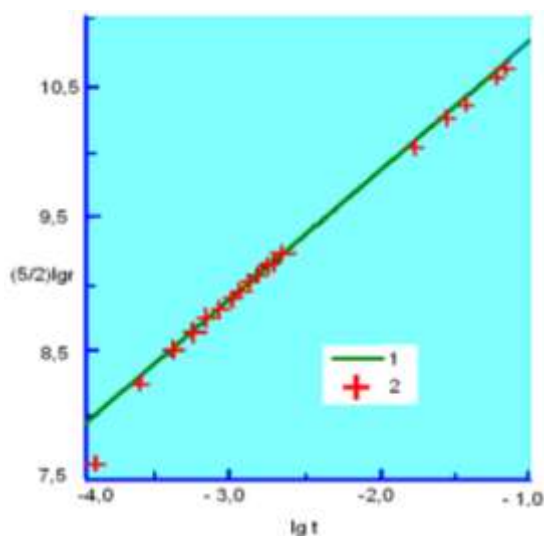
(6.1)-формула мына түрде жазылуы мүмкін:

$$\frac{5}{2} \lg r = \frac{5}{2} \lg C + \frac{1}{2} \lg \frac{E}{\rho} + \lg t \approx \frac{1}{2} \lg \frac{E}{\rho} + \lg t. \quad (6.5)$$

(6.5) теңдеу негізінде $\lg t$ -ге тәуелді $(5/2) \lg r$ функциясының графигін құруға болады. Бұл график теориялық тұрғыдан $\frac{1}{2} \lg \frac{E}{\rho}$ нүктесінен өтетін түзу болуы керек.

3-суретте жасалған тәжірибелер сериясының нәтижелері қызыл айқыштармен көрсетілген [9]. Бұл айқыштар координаталық осьтерге 45°

бұрышпен жасайтын түзу сызыққа сәйкес келеді. Тәжірибелік деректердің графиктік көрінісі теориялық формуланың (6.1) орындалатынын толық дәлелдеп тұр (4-сурет).



$$\frac{5}{2} lgr - lg t \approx \frac{1}{2} lg \frac{E}{\rho} \quad (6.6)$$

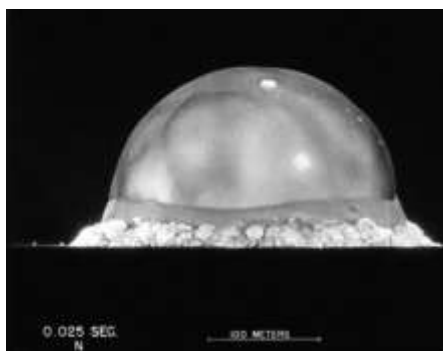
Графиктен (3-сурет) $\frac{5}{2} lgr (см) - lgt (сек) \approx 11,915$. Яғни $\frac{1}{2} l g \frac{E}{\rho} \approx 11,915$, мұндағы $\rho \approx 0,00125 \text{ г/см}^3$ (ауа тығыздығы)

$$E \approx 6,76 \cdot 10^{23} \cdot \rho = 8,45 \cdot 10^{20} \text{ эрг.}$$

Атом бомбасының техникалық параметрлері өте құпия жағдайда болған еді. Тейлор ашқан бірінші атом бомбасының энергетикалық сипаттамалары құпия мәліметтерге жуық болды. Кейінірек бірінші атом бомбасының сипаттамалары құпиясызданғаннан кейін бомбаның энергиясы 21 килотонна тротилге ($8,88 \cdot 10^{20} \text{ эрг}$) тең екені белгілі болды.

3-сурет. Жарылыс нүктесінен сфералық соққы толқынының уақытқа тәуелді таралу заңдылығын теориялық (6.1) және эксперименттік (6.2) зерттеу нәтижелерінің графиктік көрінісі

(6.1) – (6.3) теңдеулер атом бомбасының жарылысын сипаттай алады. 1945 жылы АҚШ алғаш рет атом бомбасына сынақ жасады. Сол кездерде бомбаның барлық сипаттамалары қатаң құпия жағдайда болды. Тек 1945 жылы Нью-Мексикодағы ядролық жарылысты сынау кезінде Дж. Маком түсірген отты шардың таралуы туралы фильммен адамдар таныса алды. Жарылысты түсірген киноаппарат әрбір кадрды 0,14 мкс аралығында түсіріп отырды. Англиялық физик-ғалым Дж. И. Тейлор осы фильмнің ленталарын пайдаланып көптеген фотосуреттер алды. Бұл фотосуреттер 0,14 мкс-қа тең уақыт аралығындағы отты шардың күйін сипаттайды. Осы фотосуреттердің бірі 4-суретте көрсетілген. Бұл фотосуретте жарылыс басталғаннан кейінгі масштаб пен уақыт айқын көрініп тұр.



4-сурет. $t = 25$ мкс уақыт моментіндегі атом бомбасының отты шарының көрінісі

Қорытынды

Физикалық шамалардың өлшемдерін талдауға негізделген әдісті физикалық құбылыстарды зерттеу кезінде қолдану мәселелерін зерттеу арқылы төмендегі ғылыми нәтижелер алынды:

- физикалық құбылыстарды зерттеу кезінде өлшемдерді талдау әдісін қолдану шарттары анықталды;
- теориялық және эксперименттік нәтижелерді салыстыруда физикалық шамалардың өлшемдерін талдау әдісінің рөлі мен орны айқындалды;
- күрделі физикалық құбылыстарды зерттеу кезінде қарастырылып отырған ғылыми әдістің бағалау функциясы анықталды;
- тәжірибелік деректер массивтерін өңдеу кезінде физикалық өлшемдерді талдау әдісінің әдіснамалық функциясы зерттелді.

Алынған нәтижелер зерттелетін физикалық құбылыстардың заңдылықтарын дәл анықтауға қажетті басқа ғылыми әдістерді мақсатты түрде қолдануға қажетті алғы шарттарды жасайды [10-12].

Қаржыландыру

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің ғылым комитеті қаржыландырды, грант № AP14869376.

Әдебиеттер

- 1 Брук Ю.М., Стасенко А.Л. Как физики делают оценки – метод размерностей и порядки физических величин. В книге «О современной физике - учителю». – М.: Знание, 1975. – 176 с.
- 2 Тирский Г.А. Анализ размерностей // Соросовский образовательный журнал. – 2001. – Том 7, №6. – С.82-87.
- 3 Flegontov A.V., Marusina M.J. The Comparison Method of Physical Quantity Dimensionalities. In: Computer Algebra in Scientific Computing. CASC 2009 // Lecture Notes in Computer Science. – 2009. – Vol 5743. – P.81-88.
- 4 Hassler Whitney. Part II: Quantity Structures and Dimensional Analysis // The American Mathematical Monthly. – 2018. – Vol. 75. – P.227-256.
- 5 Bridgman P.W. Dimensional analysis. – New Haven: Yale university press, 1932. – 148 p.
- 6 Zohuri B. Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists. – Springer, 2015. – 372 p.
- 7 Zohuri B. Dimensional Analysis Beyond the Pi Theorem. – Springer, 2016. – 268 p.
- 8 Carinena J.F., Santander M. Dimensional Analysis // Advances in Electronics and Electron Physics. – 1988. – Vol.72. – P.181-258.
- 9 Taylor G.I. The formation of a blast wave by a very intense explosion //Proceedings of the Royal Society. Series A. – 1950. – Vol 201. – P 159-186.
- 10 Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. - 440 с.
- 11 Курт Р. Анализ размерностей в астрофизике. – М.: Мир, 1975. - 230 с.
- 12 Huntley H.E. Dimensional Analysis. – Dover Publications, Inc. New York, 1967. – 158 p.

References

- 1 Yu.M. Brook, A.L. Stasenko, Kak fiziki delayut ocenki – metod razmernostej i poryadki fizicheskikh velichin, (Moscow, Knowledge, 1975), 176 p.). (in Russ.).
- 2 G.A. Tirsky, Soros Educational Journal, 6, 82-87 (2001). (in Russ.).
- 3 A.V. Flegontov, M.J. Marusina, Lecture Notes in Computer Science, 5743, 81-88 (2009).
- 4 Hassler Whitney, The American Mathematical Monthly, 75, 227-256 (2018).
- 5 P.W. Bridgman, Dimensional analysis, (New Haven, Yale university press, 1932), 148 p.
- 6 B. Zohuri, Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists, (Springer 2015), 372 p.
- 7 B. Zohuri, Dimensional Analysis Beyond the Pi Theorem, (Springer, 2016), 268 p.
- 8 J.F. Carinena, M. Santander, Advances in Electronics and Electron Physics, 72, 181-258 (1988).
- 9 Taylor G. Proceedings of the Royal Society, 1950, №1065, Vol 201, P 159-186.
- 10 L.I. Sedov, Metody podobiya i razmernosti v mekhanike, (Moscow, Nauka, 1977), 440 p. (in Russ.).
- 11 R. Kurt Analiz razmernostej v astrofizike, (Moscow, Mir, 1975), 230 p. (in Russ.).
- 12 H.E. Huntley, Dimensional Analysis, (Dover Publications, Inc. New York, 1967), 158 p.