




И.Ф. Спивак-Лавров , Т.Ж. Шугаева , А.Б. Сейтен* 
Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Қазақстан, Ақтөбе қ.
*e-mail: aizhanat_bolatovna@mail.ru

ДӨҢГЕЛЕК ӨТКІЗГІШ ЦИЛИНДР НЕГІЗІНДЕГІ АНТИРЕЗОНАНСТЫҚ КВАДРУПОЛЬДІК ЖҮЙЕ

Жақсартылған аналитикалық мүмкіндіктері бар құрылғыларды жобалауға және есептеуге мүмкіндік беретін дұрыс физикалық және математикалық теорияларға негізделген масс-спектрометрлердің физикалық және аспаптық сипаттамаларын есептеу әдістерін әзірлеу корпускулалық оптика мен ғылыми аспап жасаудың өзекті міндеті болып табылады. Қазіргі уақытта квадрупольді электростатикалық жүйелер кең таралған. Бұл, ең алдымен, квадрупольді линзалар, квадрупольді абберация түзеткіштері, квадрупольді тұзақтар және квадрупольді масс-спектрометрлер. Квадрупольді масса анализаторы антирезонансты масс-спектрометрлер деп аталады, онда иондардың бір бөлігі иондар шоғыры электр өрісі арқылы қозғалғанда, тұрақты және уақыт бойынша өзгеретін компоненті бар, тербеліс амплитудасы шектеулі өрістен өтеді, ал иондардың басқа бөлігінің тербеліс амплитудасы уақыт өте келе шексіз артады және олар шоқтан шығарылып қалады. Зарядталған бөлшектердің қозғалыс сипаты массаның зарядқа қатынасына байланысты болғандықтан, мұндай электр өрісі масса фильтрі ретінде жұмыс істей алады, яғни массаның зарядқа қатынасының белгілі бір мәні бар иондарды ғана өткізеді. Квадруполь өрістерін құру үшін әдетте электродтардың күрделі геометриясы бар квадрупольді жүйелер қолданылады, бұл олардың практикалық орындалуын қиындатады. Сондықтан өрістері аналитикалық сипатталуы мүмкін электродтардың қарапайым геометриясы бар квадрупольдік жүйелерді әзірлеу және зерттеу өте өзекті. Потенциал және оның туындылары үшін квадруполь өрісінің электростатикалық потенциалын дәл сипаттайтын қарапайым аналитикалық формуланы қолдана отырып, қосымша радиожиілік өрістерін қабаттастыру кезінде квадрупольді иондық тұзақтардың тұрақтылық аймақтарын дәл есептеуге болады.

Түйін сөздер: квадруполь, масс-спектрометр, потенциал, электр өрісі, магнит өрісі, иондық тұзақ.

I.F. Spivak-Lavrov, T.Zh. Shugaeva, A. B. Seiten*
K. Zhubanov Aktobe Regional State University, Kazakhstan, Aktobe
*e-mail: aizhanat_bolatovna@mail.ru

Antiresonance quadrupole system based on a circular conductive cylinder

The development of methods for calculating the physical and instrument characteristics of mass spectrometers based on correct physical and mathematical theories that allow us to design and calculate devices with improved analytical capabilities is an urgent task of corpuscular optics and scientific instrumentation. Currently, quadrupole electrostatic systems are widely used. These are primarily quadrupole lenses, quadrupole aberration correctors, quadrupole traps and quadrupole mass spectrometers. The quadrupole mass analyzer refers to the so-called antiresonance mass spectrometers, in which a part of the ions, when a beam of ions moves through an electric field having both a constant and a time-varying component, passes a field with a limited amplitude of vibrations, while the amplitude of vibrations of the other part of the ions increases indefinitely with time, and drop out of the bundle. Since the nature of the motion of charged particles depends on the mass-to-charge ratio, such an electric field can work as a mass filter, that is, pass through itself only ions having a certain value of the mass-to-charge ratio. Quadrupole systems with complex electrode geometries are usually used to create quadrupole fields, which makes their practical implementation difficult. Therefore, the development and research of quadrupole systems with a fairly simple geometry of electrodes, the fields of which can be described analytically, is quite relevant. Using a simple analytical formula for the potential and its derivatives, which accurately describes the electrostatic potential

of a quadrupole field, it is possible to accurately calculate the stability regions of quadrupole ion traps when additional radio frequency fields are applied.

Key words: quadrupole, mass spectrometer, potential, electric field, magnetic field, ion trap.

И.Ф. Спивак-Лавров, Т.Ж. Шугаева, А.Б. Сейтен *

Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова, Казахстан, г.Актобе

*e-mail: aizhanat_bolatovna@mail.ru

Антирезонансная квадрупольная система на основе кругового проводящего цилиндра

Разработка методов расчета физических и приборных характеристик масс-спектрометров, основанных на корректных физических и математических теориях, которые позволяют проектировать и рассчитывать приборы с улучшенными аналитическими возможностями, является актуальной задачей корпускулярной оптики и научного приборостроения. В настоящее время квадрупольные электростатические системы получили широкое распространение. Это прежде всего, квадрупольные линзы, квадрупольные корректоры аберраций, квадрупольные ловушки и квадрупольные масс-спектрометры. Квадрупольный масс-анализатор относится к так называемым антирезонансным масс-спектрометрам, в которых часть ионов при движении пучка ионов через электрическое поле, имеющее, как постоянную, так и изменяющуюся во времени составляющую, проходит поле с ограниченной амплитудой колебаний, в то время как амплитуда колебаний другой части ионов неограниченно возрастает со временем, и они выбывают из пучка. Так как характер движения заряженных частиц зависит от отношения массы к заряду, то такое электрическое поле может работать как масс-фильтр, то есть пропускать через себя только ионы, имеющие определенное значение отношения массы к заряду. Для создания квадрупольных полей обычно используются квадрупольные системы со сложной геометрией электродов, что затрудняет их практическую реализацию. Поэтому достаточно актуальна разработка и исследование квадрупольных систем с достаточно простой геометрией электродов, поля которых могут быть описаны аналитически. Используя для потенциала и его производных простую аналитическую формулу, которая точно описывает электростатический потенциал квадрупольного поля, можно точно рассчитать области стабильности квадрупольных ионных ловушек при наложении дополнительных радиочастотных полей.

Ключевые слова: квадруполь, масс-спектрометр, потенциал, электрическое поле, магнитное поле, ионная ловушка.

Кіріспе

Квадрупольді масс-анализатор антирезонанстық масс-спектрометрлерге жатады. Онда электр өрісі арқылы иондар шоғырының қозғалысы барысында иондардың бір бөлігі электр өрісін тербелістің шектелген амплитудасымен өтеді де, сол мезетте иондардың басқа бөлшегі уақыт өте келе шексіз өсіп, шоғырдан шығып кетеді. Зарядталған бөлшектердің қозғалысы массаның зарядқа қатынасына тәуелді болғандықтан, электр өрісі массаның зарядқа қатынасы белгілі бір анықталған мәнге ие иондарды ғана өзі арқылы өткізіп масс-фильтр ретінде жұмыс жасай алады.

Сызықтық квадруполь квадрупольдік масс-анализатордың негізгі элементі болып саналады. Ол бір-біріне параллель орналасқан төрт цилиндрлік өзектен тұрады. Электродтарға тұрақты және айнымалы радиожиліктік кернеу беріледі.

Квадрупольді электростатикалық өріс аналитикалық аспап жасауда қолданылады. Электростатикалық линзалар мен айнарлардың ауытқуларын түзету үшін квадрупольді, секстипольді және октупольді электростатикалық жүйелер қолданылады [1-3]. Қазіргі уақытта квадрупольді масс-спектрометрлер, сондай-ақ квадруполь өрістерін қолданатын әр түрлі иондық тұзақтар кең қолданысқа ие. Сызықтық иондық тұзақты 1952 жылы В.Пауль ұсынды, кейін ол осы еңбегі үшін 1989 жылы Нобель сыйлығымен марапатталған [4]. Сызықтық иондық тұзақты негізінен сол квадрупольді масс-спектрометр деп есептеуге болады, ол зарядталған бөлшектердің үш өлшемді тұрақты оқшаулану мүмкіндігі үшін конструкциялық өзгерістерге ұшырады [4-7]. Уақыт өте келе сызықтық тұзақтың көптеген модификациялары пайда болды, мысалы, иондық беттік тұзақ [8], кванттық процессорды жасауға арналған беттік микро тұзақ (микрولوушка на поверхности) [9], тороидтық иондық тұзақ [10],

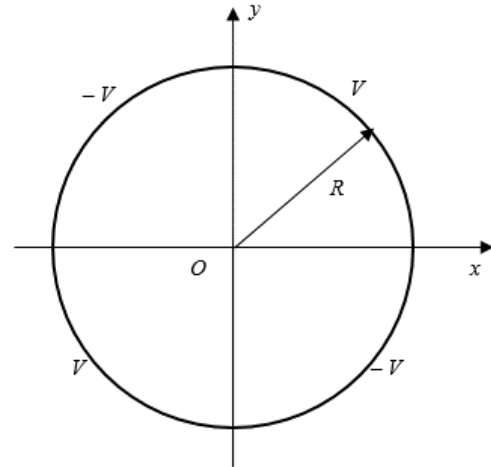
электродтардың кеңістіктік пішіні мен бағытын өзгерте отырып [11], квадрупольды масс-спектрограф идеясы өзгертусіз қалдырылды [12-13]. Иондық тұзақтар кванттық компьютерлер ойлап табу барысында да қолданыла алады [14].

Зерттеу әдісі

Квадрупольді электростатикалық жүйені қарастырар болсақ, ол жерде квадрупольді өріс 1-суретте көрсетілгендей радиусы R өткізгіш дөңгелек цилиндр бетіне $\pm V$ потенциалдарды беру арқылы жасалады. Сызықтық өлшемдерді R бірлігінде өлшеп, φ потенциал үшін Пуассон интегралына әкелетін бірлік шеңберіндегі шекаралық есепті аламыз [15-17]:

$$\varphi(\rho, \psi) = \frac{1-\rho^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V(t)dt}{1+\rho^2-2\rho\cos(t-\psi)}, \quad (1)$$

$$\varphi(\rho, \psi) = \frac{1-\rho^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V(t)dt}{1+\rho^2-2\rho(\cos t \cos \psi + \sin t \sin \psi)} \quad (2)$$



1-сурет. Цилиндрдегі квадруполь

бұл жерде $V(t)$ – цилиндр бетіне потенциалдың бұрыштық таралуы.

(1)-өрнекті келесідей түрлендіреміз

(2) интегралды анықтау үшін келесі танымал формуланы пайдаланамыз

$$\int \frac{dx}{a+b\cos x+c\sin x} = \frac{2}{\sqrt{a^2-(b^2+c^2)}} \arctg \frac{(a-b)\operatorname{tg} \frac{x}{2} + c}{\sqrt{a^2-(b^2+c^2)}}. \quad (3)$$

(3) формуланың көмегімен (2) потенциал үшін төмендегідей өрнекті жазамыз

$$\begin{aligned} \varphi(\rho, \psi) = & \frac{V}{\pi} \arctg \frac{(1+\rho^2+2\rho\cos\psi)\operatorname{tg} \frac{t}{2} - 2\rho\sin\psi}{1-\rho^2} \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} - \\ & - \frac{V}{\pi} \arctg \frac{(1+\rho^2+2\rho\cos\psi)\operatorname{tg} \frac{t}{2} - 2\rho\sin\psi}{1-\rho^2} \Bigg|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \frac{V}{\pi} \arctg \frac{(1+\rho^2+2\rho\cos\psi)\operatorname{tg} \frac{t}{2} - 2\rho\sin\psi}{1-\rho^2} \Bigg|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} - \\ & - \frac{V}{\pi} \arctg \frac{(1+\rho^2+2\rho\cos\psi)\operatorname{tg} \frac{t}{2} - 2\rho\sin\psi}{1-\rho^2} \Bigg|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}. \end{aligned} \quad (4)$$

x, y, z декарттық координаталарында анықталған потенциалды төмендегідей жазуға болады:

$$\varphi(x, y) = \frac{2V}{\pi} \left(\arctg \frac{1+\rho^2+2x-2y}{1-\rho^2} - \arctg \frac{1+\rho^2+2x+2y}{1-\rho^2} + \arctg \frac{2y}{1-\rho^2} \right), \quad (5)$$

бұл жерде $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Координаталар осында потенциал нольге айналады.

$\varphi(x, 0) = \varphi(0, y) = 0$. Енді потенциалдың туындысын табамыз:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{2V}{\pi} \left\{ \frac{2(1-\rho^2)+4x(1+x-y)}{[(1-\rho^2)^2 + [1+\rho^2+2(x-y)]^2]^2} - \frac{2(1-\rho^2)+4x(1+x+y)}{(1-\rho^2)^2 + [1+\rho^2+2(x+y)]^2} + \frac{4xy}{(1-\rho^2)^2 + 4y^2} \right\} = V f_1(x, y). \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{2V}{\pi} \left\{ \frac{-2(1-\rho^2)+4y(1+x-y)}{[(1-\rho^2)^2 + [1+\rho^2+2(x-y)]^2]^2} - \frac{2(1-\rho^2)+4y(1+x+y)}{(1-\rho^2)^2 + [1+\rho^2+2(x+y)]^2} + \frac{2(1-\rho^2+2y^2)}{(1-\rho^2)^2 + 4y^2} \right\} = V f_2(x, y). \quad (7)$$

Сонымен қатар табылған формулалар V потенциалы бар цилиндрлік электродтың бөлігімен және нөлдік потенциалы бар екі өзара перпендикуляр XZ және YZ жартылай жазықтықтары арқылы жасалған монополя өрісін сипаттайды.

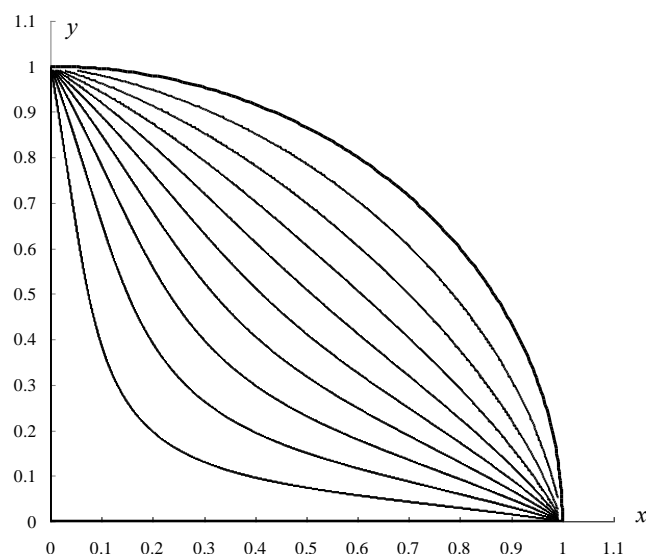
2-суретте потенциалы: $0.1V, 0.2V, \dots, 0.9V$ тең өрістің эквипотенциалды сызықтары бейнеленген монополя өрісі көрсетілген.

Эквипотенциалдық сызықтар дифференциалдық теңдеуді сандық интегралдау жолымен табылды:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\partial \varphi / \partial x}{\partial \varphi / \partial y}, \quad \frac{dx}{dy} = - \frac{\partial \varphi / \partial y}{\partial \varphi / \partial x}. \quad (8)$$

(8) теңдеу үшін бастапқы шарт $y = x$ түзуінде берілген және (5) формула бойынша потенциалы $0.1V, 0.2V, \dots$ мәндерді қабылдай

алатындай x мәндері табылды. x мәндері төменде кестеде келтірілген



2-сурет. Цилиндрлік монополя өрісінің эквипотенциал сызықтары.

1-кесте. Эквипотенциалдық сызықтардың $y = x$ түзуіндегі x координатасының мәндері.

φ/V	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$x = y$	0.19840	0.28143	0.34648	0.40307	0.45510	0.50475	0.55354	0.60274	0.65348

Зерттеу нәтижелері мен талқылау

Дәл осылай аналитикалық түрде квадруполь өрісі үшін, секступоль және октуполь өрісінің электростатикалық жүйелері үшін де потенциалды анықтауға болады. Ол кезде ондай

өріс тудыру үшін өткізгіш өзек пайдаланудың қажеттілігі болмай қалады. Иондар шоғыры цилиндр осі бойымен еш кедергісіз қозғалатын болады. Бұл жағдайда біз жүйенің ұштарында жерге тұйықталған экрандарды қолдана отырып, шеткі өрістерді оқшаулаймыз.

Релятивисттік емес жуықтауда электрлік e зарядпен зарядталған және m массалы бөлшектердің қозғалысын Ньютонның дифференциалдық теңдеуімен сипаттауға болады:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (9)$$

бұл жерде \vec{r} – бөлшектің радиус-векторы, \vec{E} – Электр өрісінің кернеулігі, \vec{B} – магнит өрісінің индукциясы, $\vec{v} \times \vec{B}$ – магнит өрісінің \vec{B} индукциясына бөлшек жылдамдығының \vec{v} векторлық көбейтіндісін білдіреді.

Энергиясы және массасы әртүрлі болатын зарядталған бөлшектердің шоғырын қарастыру мақсатында (9) теңдеуді өлшемсіз айнымалылар ретінде жазамыз. Бөлшек массасын төмендегідей болады:

$$m = m_c(1 + \gamma). \quad (10)$$

Жүйеге кіретін бөлшектің энергиясы

$$W_0 = -(1 + \varepsilon)eV_0, \quad (11)$$

m_c – осьтік траектория бойынша қозғалатын «орталық» бөлшек массасы, γ – бөлшектердің масса бойынша шашырауын анықтайтын

өлшемсіз параметр, ε – корпускулярлық-оптикалық жүйе (КОЖ) кірісіне бөлшектердің шашырау энергиясын анықтайтын өлшемсіз параметр. «Орталық» бөлшек үшін $\gamma = \varepsilon = 0$.

($-eV_0 > 0$) шамасы әрқашан оң екенін ескеру керек (оң иондар теріс потенциалмен тартылады және керісінше теріс иондар оң потенциалмен тартылады). Егер бөлшек жылдамдығы нольге тең болса, электростатикалық φ потенциалда нольге тең болады:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi. \quad (12)$$

Дегенмен теріс потенциалдарды сандық есептеулерде пайдалану қолайсыз, сол себепті біз барлық жерде φ потенциалды оң деп аламыз, бөлшектердің кинетикалық энергиясы $|e|\varphi$ тең болады. Ұзындық бірлігі ретінде цилиндр радиусын аламыз,

Ұзындық бірлігі ретінде R – цилиндр радиусын аламыз, V_0 – КОЖ электростатикалық потенциалы, B_0 – магнит өрісі индукциясы шамасы. Сонымен қатар, өлшемсіз уақытты енгіземіз:

$$\tau = \frac{t}{\tau_0}. \quad (13)$$

Енді (9)-теңдеуді келесі түрде жазамыз:

$$\frac{R}{\tau_0^2} \frac{d^2 \vec{r}}{d\tau^2} = -\frac{eV_0(1+\varepsilon)}{m_c(1+\gamma)R} \frac{\vec{\nabla} \varphi}{V_0(1+\varepsilon)} - \frac{eB_0R}{m_c(1+\gamma)\tau_0} \frac{d\vec{r}}{d\tau} \times \frac{\vec{\nabla} \varphi}{B_0}. \quad (14)$$

Бұл теңдеуде \vec{r} радиус-векторының компоненттері \sqrt{R} бірлігінде өлшенеді. Егер τ_0 тең деп алатын болсақ:

$$\tau_0 = R \sqrt{\frac{m_c(1+\gamma)}{qV_0(1+\varepsilon)}}, \quad (15)$$

төмендегі теңдеуге келеміз:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{d\tau^2} = \frac{\vec{\nabla} \Phi}{1+\varepsilon} + \tau_0 \frac{eB_0}{m_c(1+\gamma)} \frac{d\vec{r}}{d\tau} \times \vec{B}_l. \quad (16)$$

Бұл жерде $\vec{\nabla} \Phi$ – өлшемсіз потенциалдың өлшемсіз градиенті

$$\Phi = \frac{\varphi}{V_0}. \quad (17)$$

Ары қарай есептеулерде потенциалды φ және электрлік зарядты e оң шама деп қарастыратын боламыз. Зарядталған бөлшектердің кинетикалық энергиясы $e\varphi$ тең болады. (16)-формулаға (15)-формулананы қою арқылы τ_0 үшін, келесі өрнекті аламыз:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{d\tau^2} = \frac{\vec{\nabla} \Phi}{(1+\varepsilon)} + \frac{1}{\sqrt{(1+\varepsilon)(1+\gamma)}} \frac{\sqrt{2}d}{R_0} \frac{d\vec{r}}{d\tau} \times \vec{B}_l, \quad (18)$$

бұл жерде

$$R_0 = \frac{\sqrt{2m_c|eV_0|}}{|e|B_0}. \quad (19)$$

Бұл шама магнит өрісінің индукциясы B_0 нүктесіндегі траекторияның қисықтық радиусын анықтайды, ал бөлшек энергиясының шамасы

$|eV_0|$ тең, бұл жерде R_0/R – траектория қисықтығының өлшемсіз радиусы, R бірлігінде өлшенген. Осыған дейін [18] келтірілген Ньютонның өлшемсіз теңдеуінің басқаша жазылуын алдық. (18) теңдеуден тұрақты электр өрісі бөлшектерді тек энергиясы бойынша ажыратады. Ал тұрақты магнит өрісі бөлшектерді энергиясы бойынша да, массасы бойынша да ажыратады.

Тұрақты магнит өрісі бөлшектерді энергиясы мен массасы бойынша ε мен γ бірдей тәуелділікке байланысты бірдей түрде бөледі. Бұл жағдайда (15) энергия мен масса бойынша шашыраудың болуы бөлшектердің қозғалыс уақытының өзгеруіне әкеледі.

Егер иондарға тек тұрақты және радиожиіліктік электр өрісі әсер ететін болса, олардың қозғалысы өлшемсіз дифференциалдық теңдеулер жүйесімен сипатталатын болады:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = \frac{1}{(1+\varepsilon)V_0} [V + U \cos(\Omega\tau)] f_1(x, y), \quad (20)$$

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} = \frac{1}{(1+\varepsilon)V_0} [V + U \cos(\Omega\tau)] f_2(x, y), \quad (21)$$

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} = 0. \quad (22)$$

Бұл жерде $f_1(x, y)$ және $f_2(x, y)$ функциялары (6) және (7) формулаларымен анықталады, $|e|(1+\varepsilon)V_0$ – жүйеге кіретін бөлшектердің энергиясын анықтайды, $\Omega = \tau_0\omega$ – радиожиіліктік тербелістердің өлшемсіз жиілігі.

Қорытынды

Квадрупольді электр өрісінің зарядталған бөлшектерге әсер етуінің физикалық принципі декарттық координаттарға квадраттық тәуелділігі бар потенциалды қолдану болып табылады. Мұндай өріс гиперболалық беттері бар электродтардың көмегімен дәл жүзеге асырылады, оларды жоғары дәлдікпен жасау қиын, сондықтан іс жүзінде квадруполь өрісі қазіргі уақытта төрт цилиндрлік өзек көмегімен жасалады. Өрісін аналитикалық түрде дәл сипаттауға болатын электродтардың қарапайым конфигурациясы бар мультипольді электростатикалық жүйелерді жасау аналитикалық аспап жасаудың өте өзекті міндеті болып табылады. Қарапайым аналитикалық формула (1) квадруполь өрісінің электростатикалық потенциалын нақты сипаттайды. Табылған формулаларды потенциал және оның туындылары үшін қолдана отырып, қосымша радиожиілік өрістерін қабаттастыру кезінде квадрупольді иондық тұзақтардың тұрақтылық аймақтарын дәл есептеуге болады.

Әдебиет

- 1 Preikszas D., Rose H. Correction properties of electron lenses and mirrors // *Electron microscopy*. – 1997. – Vol. 46, No 1. – P.1–9.
- 2 Силады М. Электронная и ионная оптика. – М.: Мир, 1990. – 639 с.
- 3 Hawkes P.W., Spence J.C.H. (Eds.), *Springer Handbook of Microscopy*, Springer Handbooks. – Springer Nature Switzerland AG, 2019. – 1543 p.
- 4 Пауль В. Нобелевские лекции по физике – 1989. Электромагнитные ловушки для заряженных и нейтральных частиц // УФН. – 1990, Т. 60, № 12. – С. 109–127.
- 5 Douglas D.J., Frank A.J., Mao D.M. Linear ion traps in mass spectrometry // *Mass Spectrom. Rev.* 2005. – Vol.24 (1). – P.1–29.
- 6 Hager J.W. A new linear ion trap mass spectrometer // *Rapid Commun. Mass Spectrom.* – 2002. – Vol.16. – P.512–526.
- 7 March R.E., Todd J.F. *Quadrupole Ion Trap Mass Spectrometry*. – John Wiley & Sons, 2005. – 392 p.
- 8 Qiao H., Gao C., Mao D., Kononkov N., Douglas D.J. Spacecharge effects with mass selective axial ejection from a linear quadrupole ion trap // *Rapid Commun. Mass Spectrom.* – 2011. – Vol.25. – P.3509–3520.
- 9 Amini J.M., Britton J., Leibfried D., Wineland D.J. *Microfabricated Chip Traps for Ions Atom Chips*. / Ed. by J. Reichel, V. Vuletic WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2011.
- 10 Douglas D.J., Kononkov N.V. Ion Cloud Model for a Linear Quadrupole Ion Trap // *Euro. J. Mass Spectrom.* – 2012, 18. – P.419–429.
- 11 Douglas D.J., Berdnikov A.S., Kononkov N.V. The effective potential for ion motion in a radio frequency quadrupole field revisited // *Int. J. Mass Spectrom.* – 2015. – Vol. 377. – P.345–354.
- 12 Рождественский Ю.В., Рудый С.С. Линейная ионная ловушка с детерминированным напряжением общего вида // *ЖТФ*. – 2017. – Т. 87, вып. 4. – С. 604–611.

- 13 Dawson R.H. *Quadrupole Mass Spectrometry and its Application*. – Amsterdam: Elsevier, 1976.
- 14 Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А. *Физика квантовой информации*. – Москва: Постмаркет, – 2002. – 375 с.
- 15 Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Методы теории функций комплексного переменного*. – М.: Наука, 1976. – 716 с.
- 16 Spivak-Lavrov I.F. *Analytical Methods for The Calculation and Simulation of New Schemes of Static and Time-of-Flight Mass Spectrometers // Advances in Imaging and Electron Physics*. – 2016. – Vol. 193. – P. 45–128.
- 17 Spivak-Lavrov I.F., Shugaeva T.Zh., Sharipov S.U. *Solutions of the Laplace equation in cylindrical coordinates, driven to 2D harmonic potentials // Advances in Imaging and Electron Physics*. – Burlington: Academic Press. – 2020. – V. 215. – P. 181–193.
- 18 Spivak-Lavrov I.F., Shugaeva T.Zh., Kalimatov T.S. *Mass analyzer with conic achromatic prism and transaxial lenses // International Journal of Mass Spectrometry*. – 2019. – Vol.444. – Art.No.116180.

References

- 1 D.Preikszas, H.Rose, *Electron microscopy*, 46, 1, 1–9 (1997).
- 2 M. Silady, *Elektronnaya i ionnaya optika*, (Moscow, Mir, 1990), 639 p. (in Russ).
- 3 P.W. Hawkes, J.C.H. Spence (Eds.), *Springer Handbook of Microscopy*, (Springer Nature Switzerland AG, 2019), 1543 p.
- 4 V. Paul, *UFN*, 12, 109-127 (1989). (in Russ).
- 5 D.J. Douglas, A.J. Frank, D.M. Mao, 24 (1), 1–29 (2005).
- 6 J.W. Hager, *Rapid Commun. Mass Spectrom*, 16, 512–526 (2002).
- 7 R.E. March, J.F. Todd, *Quadrupole Ion Trap Mass Spectrometry*, (John Wiley & Sons, 2005), 392 p.
- 8 H. Qiao, C. Gao, D. Mao, N. Konenkov, D.J. Douglas, *Rapid Commun. Mass Spectrom*, 25, 3509–3520 (2011).
- 9 J.M. Amini, J. Britton, D. Leibfried, D.J. Wineland, (WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2011).
- 10 D.J. Douglas, N.V. Konenkov, *Euro. J. Mass Spectrom.*, 18, P. 419–429 (2012).
- 11 D.J. Douglas, A.S. Berdnikov, N. V. Konenkov, *Int. J. Mass Spectrom.*, 377, 345–354 (2015).
- 12 Yu.V. Rozhdestvensky, S.S. Rudy, *ZhTF*, 87 (4), 604–611 (2017). (in Russ.)
- 13 R.H. Dawson, *Quadrupole Mass Spectrometry and its Application*, (Amsterdam, Elsevier, 1976).
- 14 D. Baumester, A. Eckert, A. Zeilinger, *Fizika kvantovoy informatsii*, (Moscow, Postmarket, 2002), 375 p. (in Russ.)
- 15 M.A. Lavrentiev, B.V. Shabat, *Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo*, (Moscow, Nauka, 1976), 716 p. (in Russ.)
- 16 I.F. Spivak-Lavrov, *Advances in Imaging and Electron Physics*, 193, 45-128 (2016).
- 17 I.F. Spivak-Lavrov, T.Zh. Shugaeva, S.U. Sharipov, *Advances in Imaging and Electron Physics*, 215, 181–193 (2020).
- 18 I.F. Spivak-Lavrov, T.Zh. Shugaeva, T.S. Kalimatov, *International Journal of Mass Spectrometry* 444, 116180 (2019).