

FTAMP 29.01.45; 29.01.29; 29.03.77

<https://doi.org/10.26577/RCPH202592114>

Ж.К. Сыдыкова¹ , Б. Ерженбек¹ , Б.С. Желдыбаева² , Ж.М. Битибаева¹ ,
Ш.Ж. Сырбаева³ , Е. Хуанбай⁴ , М.К. Жукенов⁴ , Б.А. Мукушев^{4*} 

¹Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Семей қаласындағы Шәкәрім атындағы мемлекеттік университет, Семей қ., Қазақстан

³Х.Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университеті, Атырау қ., Қазақстан

⁴С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана қ., Қазақстан

*e-mail: mba-55@mail.ru

ЖЕР ҚЫРТЫСЫНЫҢ ГРАВИТАЦИЯСЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ СИПАТТАМАЛАРЫ

Қазіргі уақытта Жер және Күн жүйесінің гравитациялық өрісінің параметрлері жан-жақты зерттелген. Жердің ішкі қыртысының гравитациясының физикалық заңдылықтары жүздеген жылдар бойы зерттеліп келсе де әлі де толық шешімін тапқан жоқ. Мақалада Жердің бетінен оның центріне дейінгі қыртыстардың кейбір физикалық сипаттамалары қарастырылған. Соңғы уақыттағы жасалған геофизикалық зерттеулердің нәтижелеріне сүйене отырып Жердің тереңдігіне байланысты гравитациялық өрістің кейбір параметрлерінің (кернеулік (ауырлық күшінің үдеуі), Жер қыртысының тығыздығы және қысымы) жуықтап алынған мәндерін анықтауға арналған көптеген эксперименттік мәліметтер негізінде кесте жасалды.

Жер қыртысының тереңдікке байланысты оның тығыздығының, қысымының және ауырлық күші үдеуінің теориялық модельдері жасалды. Теориялық модельдер сызықтық регрессия атты математикалық әдіс көмегімен құрылды. Осы модельдерді сипаттайтын теңдеулерді эксперименттік түрде табылған кестедегі мәндермен салыстыру амалдары жасалды. Салыстыру амалдарының ғылыми нәтижелері талданды және Жердің ішкі жағының тереңдігіне байланысты гравитациялық өрісті сипаттайтын параметрлердің тереңдікке байланысты өзгеру динамикасы бойынша қорытынды жасалды.

Жер қыртысының гравитациясының сипаттамаларының математикалық моделдерінің шешімдерін табуда Mathcad 15 қолданбалы бағдарламалар пакеті қолданылды. Mathcad 15 пакеті көмегімен Жердің тығыздығының, қысымының және ауырлық күші үдеуінің тереңдікке тәуелділігін сипаттайтын теориялық және эксперименттік графиктері құрылды.

Түйін сөздер: гравитациялық өріс, Жердің ішкі гравитациясы, өріс кернеулігі, Жер қыртыстарының тығыздығы және қысым, сызықтық регрессия амалы, Mathcad 15 пакеті, теориялық модельдер.

J.K. Sydykova¹, B. Erzhenbek¹, B.S. Zheldybaeva², J.M. Bitibaeva¹,
Sh.J. Syrbaeva³, E. Huangbai⁴, M.K. Zhukenov⁴, B.A. Mukushev^{4*}

¹Abai Kazakh National pedagogical university, Almaty, Kazakhstan

²State University named after Shakarima, Semey, Kazakhstan

³Dosmukhamedov Atyrau state university, Atyrau, Kazakhstan

⁴S. Seifullin Kazakh agrotechnical university, Astana, Kazakhstan

*e-mail: mba-55@mail.ru

Gravity inside the Earth and its characteristics

At present, the parameters of the gravitational field of the Earth and the Solar System have been studied comprehensively. The physical regularities of gravitation of the Earth's inner crust have not yet found a complete solution, although they have been studied for hundreds of years. This article investigates some physical characteristics of the interior of the Earth from the surface to the center. Based on the results of recent geophysical studies, a table has been compiled on the basis of experimental data to determine approximate values of some parameters of the gravitational field (gravity field strength (free fall acceleration), density of the Earth's crust and its pressure) depending on the depth of the Earth.

Theoretical models of density, pressure and acceleration of the Earth's crust gravity depending on its depth were developed. The theoretical models were built using a mathematical method - the linear regression method. Comparisons were made between the equations describing these models and experimental data. These scientific results were analyzed and conclusions were drawn on the dynamics of change of parameters depending on depth, characterizing the gravitational field inside the Earth.

The Mathcad 15 application software package was used in the search for solutions to mathematical models of the gravity characteristics of the Earth's crust. Theoretical and experimental graphs describing the dependence of the Earth density, pressure and acceleration of gravity on depth were created with the help of Mathcad 15 package.

Keywords: gravitational field, internal gravity of the Earth, field strength, density and pressure of the Earth's crust, linear regression operation, Mathcad 15 package, theoretical models.

Ж.К. Сыдыкова¹, Б. Ерженбек¹, Б.С. Желдыбаева², Ж.М. Битибаева¹,

Ш.Ж. Сырбаева³, Е. Хуанбай⁴, М.К. Жукенов⁴, Б.А. Мукушев⁴

¹Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

²Государственный университет им. Шакарима, г. Семей, Казахстан

³Атырауский государственный университет им.Х.Досмухамедова, г. Атырау, Казахстан

⁴Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, г. Астана, Казахстан

*e-mail: mba-55@mail.ru

Гравитация внутри Земли и ее характеристики

В настоящее время комплексно изучены параметры гравитационного поля Земли и Солнечной системы. Физические закономерности гравитации внутренней коры Земли еще не нашли полного решения, хотя изучались сотни лет. В статье рассматриваются некоторые физические характеристики внутренней части Земли от поверхности до центра. На основании результатов проведенных в последнее время геофизических исследований была составлена таблица на основе экспериментальных данных для определения приближенных значений некоторых параметров гравитационного поля (напряженность (ускорение свободного падения), плотность земной коры и ее давление) в зависимости от глубины Земли.

Разработаны теоретические модели плотности, давления и ускорения силы тяжести земной коры в зависимости от ее глубины. Теоретические модели строились с помощью математического метода - метода линейной регрессии. Были проведены сравнения уравнений, описывающих эти модели, с данными экспериментов. Были проанализированы эти научные результаты и сделаны выводы по динамике изменения параметров в зависимости от глубины, характеризующих гравитационное поле внутри Земли.

В поиске решений математических моделей характеристик гравитации земной коры использовался пакет прикладных программ Mathcad 15. С помощью пакета Mathcad 15 были созданы теоретические и экспериментальные графики, описывающие зависимость плотности Земли, давления и ускорения гравитации от глубины.

Ключевые слова: гравитационное поле, внутренняя гравитация Земли, напряженность поля, плотность и давление земной коры, операция линейной регрессии, пакет Mathcad 15, теоретические модели.

Кіріспе

Гравитациялық өріс теориясының негізін Ньютонның бүкіл әлемдік тартылыс заңы құрайды. Бұл заң бойынша екі материалдық нүкте осы нүктелерді байланыстыратын түзу сызық бойымен бағытталған күшпен өзара тартылады. Бұл күштің шамасы әр материалдық нүктенің массаларының көбейтіндісіне тура пропорционал

және олардың арасындағы қашықтықтың квадратына кері пропорционал болады. Векторлық түрде бұл заң былай жазылады:

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}. \quad (1)$$

Мұндағы $\vec{r}_{12}$ – m_1 массадан m_2 массаға қарай бағытталған радиус-вектор, $\vec{F}_{12}$ – m_2 массаның

m_1 массаға тартылыс күші, сонымен қатар $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ - гравитациялық тұрақты. Бұл формула массаның таралуы сфералық симметриялы болатын денелердің ауырлық күшін есептеуге, немесе біртекті шарлар үшін жарамды болады.

Берілген нүктедегі гравитациялық өрістің кернеулігі өрістің берілген нүктесіне орналастырылған бірлік массаға әсер ететін күшке тең векторлық шама болады. Массаның таралуы сфералық симметриялы болатын дененің немесе материалдық нүктенің немесе дененің тартылыс өрісі үшін (r_{21} осы сфераның радиусынан үлкен немесе оған тең болғанда) гравитация кернеулігі былай жазылды:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_{21}}{m_2} = -G \frac{m_1}{r_{21}^3} \vec{r}_{21}. \quad (2)$$

Гравитация кернеулігі әрқашан осы өрісті тудыратын денеге бағытталған. Жер жағдайында гравитациялық өрістің кернеулігі еркін түсу үдеуін сипаттайды. Жерді массаның сфералық симметриялы таралуы орындалатын шар ретінде қабылдай отырып, біз (2) теңдеуден Жердің центрінен кез-келген қашықтықтағы еркін түсу үдеуінің (немесе ауырлық күшінің үдеуінің) модулінің жалпы формуласын аламыз:

$$g(r) = G \frac{M}{r^2}, \quad (3)$$

мұндағы $r \geq R$. R – Жер радиусы.

Жер бетіндегі еркін түсу үдеуі $g_R = G \frac{M}{R^2}$. Егер гравитациялық өріс бірнеше массамен жасалса, онда мұндай гравитация өрісінің кернеулігі суперпозиция принципіне сәйкес жеке массалар тудыратын $\vec{g}_i$ өрістерінің кернеулерінің векторлық қосындысына тең болады:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \dots + \vec{g}_n = \sum_{i=1}^n \vec{g}_i$$

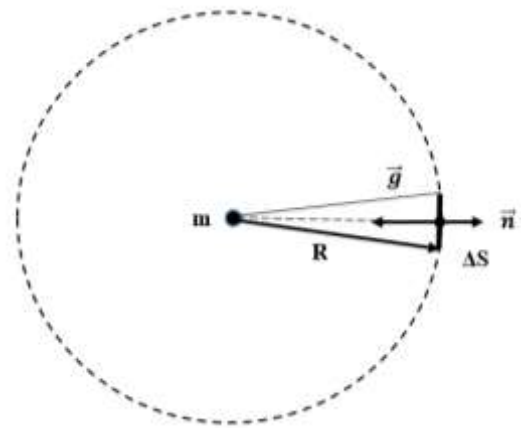
m нүктелік массаның гравитациялық өрісін қарастырамыз (1-сурет). Біз m орналасқан нүктені R радиусымен сипатталатын сферамен қоршап, осы сфераның беті арқылы өтетін кернеу ағынын есептейміз.

Біз алдымен сфераны жазық деп санауға болатын шағын бөліктерге бөлеміз де әр бөлік (ΔS), арқылы өтетін кернеулік ағындын

есептейміз. Содан кейін осы ағындардың қосындысын табамыз. Бөліктердің әрқайсысына келетін $\vec{n}$ перпендикуляр сфера ішінен сыртқа бағытталған деп есептейік. Бұл бірлік вектор бетке түсірілген сыртқы нормаль деп аталады. Сфера бетіндегі m нүктелік масса өрісінің кернеулігі тұрақты ($g = Gm/R^2$) және сыртқы нормальға қарама-қарсы бағытта бағытталған. Сфера беті арқылы кернеу векторының ағыны

$$\Phi = -4\pi R^2 g = -4\pi Gm.$$

Кернеу векторының ағыны сфераның радиусына тәуелді емес. Ағынның шамасы оның ішінде m масса орналасқан беттің пішініне де тәуелді емес екендігі дәлелденді.



1-сурет. Нүктелік дененің гравитациялық өрісі

Біз алдымен сфераны жазық деп санауға болатын шағын бөліктерге бөлеміз де әр бөлік (ΔS), арқылы өтетін кернеулік ағындын есептейміз. Содан кейін осы ағындардың қосындысын табамыз. Бөліктердің әрқайсысына келетін $\vec{n}$ перпендикуляр сфера ішінен сыртқа бағытталған деп есептейік. Бұл бірлік вектор бетке түсірілген сыртқы нормаль деп аталады. Сфера бетіндегі m нүктелік масса өрісінің кернеулігі тұрақты ($g = Gm/R^2$) және сыртқы нормальға қарама-қарсы бағытта бағытталған. Сфера беті арқылы кернеу векторының ағыны

$$\Phi = -4\pi R^2 g = -4\pi Gm.$$

Кернеу векторының ағыны сфераның радиусына тәуелді емес. Ағынның шамасы оның ішінде m масса орналасқан беттің пішініне де тәуелді емес екендігі дәлелденді.

Егер біз кез-келген түрдегі жабық беттің ішіне $m_1, m_2, \dots, m_k$ нүктелік массаларды орналастырсақ, онда суперпозиция принципіне сәйкес осы бет арқылы кернеудің толық ағыны келесі түрде сипатталады:

$$\Phi = -4\pi G \sum_{i=1}^k m_i$$

Бұл теңдеу Гаусс заңы деп аталады.

Егер Жерді массасы сфералық симметриялы таралған бар шар деп санасақ, біздің планетамыздың гравитациялық өрісінің потенциалы мына түрде болады:

$$V(r) = G \frac{M}{r}.$$

Мұндағы $r \geq R$. R – Жердің радиусы. Гравитациялық потенциал скалярлық шама. Суперпозиция принципіне сәйкес берілген нүктедегі гравитациялық потенциал барлық n материалдық нүктелердің гравитациялық потенциалдарының алгебралық қосындысына тең:

$$V = G \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots + \frac{m_n}{r_n} \right) = G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{r_i} \quad (5)$$

Нәтижелер және талдау

1 Жердің ішкі қыртысының гравитациясын сипаттайтын эксперименттік мәліметтер. Жердің, Күннің және Күн жүйесінің кеңістігіндегі басқа планеталардың гравитациялық өрісінің физикалық параметрлері теориялық және эксперименттік физика тұрғысынан жақсы зерттелген [1-2]. Алайда, Жердің ішкі қыртысының гравитациясына қатысты ғылыми деректер өте аз.

Жердің ішкі физикалық сипаттамалары 300 жылдан астам уақыт бойы зерттеліп келеді. Эксперименттік геофизикалық зерттеулер негізінде Жердің тереңдігіне байланысты гравитациялық өрістің кернеулігінің (ауырлық күшінің үдеуі) Жер қыртысының тығыздығының және қысымының жуықтап алынған мәндерін анықтауға арналған көптеген модельдер жасалды [3-4]. Осы зерттеулердің эксперименттік деректерін салыстыра отырып, біз Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты тығыздықтың, қысымның және ауырлық күші үдеуінің жуық мәндерін көрсететін кесте құрдық.

1-кесте – Жер қыртысының физикалық сипаттамалары

Жер центрінен қашықтық (км)	6371	6171	5324	4311	3451	2416	1380	0
Қысым (ГПа)	0	6,50	39,90	88,90	138,6	244,5	323,9	365,7
Тығыздық (кг/м ³)	3100	3460	4580	5120	5560-10080	11460	12280	12800
Ауырлық күші үдеуі (м/с ²)	9,81	9,91	9,86	9,90	10,20	7,79	5,90	0

2 Жердің ішкі қыртысындағы гравитациялық өрістің сипаттамаларын талдауға арналған мысалдар.

Мысал 1. Беттік тығыздығы тұрақты біртекті жұқа сфералық қабат тудыратын сфераның ішіндегі гравитациялық өрістің жоқ екенін дәлелдеу керек.

Талдау. Шардың қалыңдығы аз болатын қабатын қарастырамыз. Сфераның ішіндегі кез-келген нүктеге көлемі өте аз болатын M сынақ массасын ораластырамыз (2-сурет).

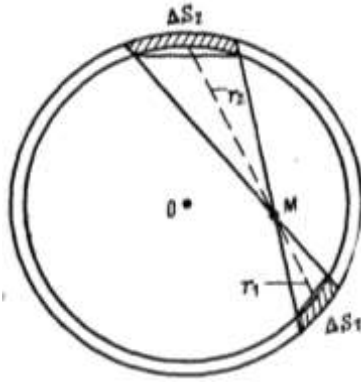
Біз қарастырып отырған қабат бетіндегі ΔS_1 ауданшаны бөліп алып, төбесі M және абаны ΔS_1 болатын конус құрамыз және конустың бүйір бетін қабатпен жаңа қиылысқа дейін

жалғастырамыз. Бұл конусты бүйір беті қабаттан ΔS_2 ауданшаны қиып өтеді. ΔS_1 ауданшаны өте аз шамада алу керек. Сонда ΔS_1 және ΔS_2 ауданшалардың массалары M сынақ массасына қатысты нүктелік массалар деп санауға болады. M сынақ массасы осы ауданшалармен мынандай үштермен әсерлеседі:

$$F_1 = G \frac{M \Delta m_1}{r_1^2}, \quad F_2 = G \frac{M \Delta m_2}{r_2^2}. \quad (4)$$

Бұл күштер қарама-қарсы бағытта бағытталған. (1) формулалар бойынша Δm_1 и Δm_2 - ΔS_1 и ΔS_2 ауданшалардың массалары; r_1 және r_2 – бұл денелерге дейінгі M сынақ массасының ара қашықтығы. ΔS_1 және ΔS_2 ауданшалар шағын

шамалар болғандықтан, оларды жазық деп санауға болады. Сфераның ішінде екі конус салынған. Бұл конустар бір-біріне ұқсас. Демек, $\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{\Delta m_1}{\Delta m_2}$. Соңғы өрнекті (4) формулаға қоя отырып, біз $F_1 = F_2$, яғни М-дің массалармен әрекеттесуінің тең әсерлі күші нөлге тең.



2-сурет. Қалыңдығы аз болатын сфералық қабаттың гравитациялық өрісіндегі сынақ массасы

Бүкіл шар қабатын осындай қасиетке ие болатын элементтердің жұптарына бөлуге

$$\Delta F_x = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi x^3 \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta S \cdot \rho}{x^2} = \frac{4}{3} G \pi \rho^2 x \Delta x \Delta S.$$

Бұл қабаттың астындағы қабаттарға тигізетін қысымы келесі теңдеумен анықталады:

$$\Delta p_x = \frac{\Delta F_x}{\Delta S} = \frac{4}{3} G \pi \rho^2 x \Delta x.$$

Жер шары жұқа концентрлі қабаттардан тұрады деп санаймыз. Содан кейін орталықтан бірдей қашықтықтағы қысымын $p(x)$ барлық қабаттардың қысымының қосындысы ретінде көрсетуге болады:

$$p(x) = \frac{4}{3} G \pi \rho^2 \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i x_i \Delta x_i,$$

мұндағы i – қабат реті және $r \leq x_i \leq R$ аралығындағы қабат үшін қысымдардың қосындысын табамыз:

$$p(x) = \frac{4}{3} G \pi \rho^2 \int_r^R x dx = \frac{2}{3} G \pi \rho^2 (R^2 - r^2),$$

болатындықтан, М мен қабаттың әрекеттесуінің тең әсерлі күші нөлге тең болады және қабат ішіндегі М нүктесінің орналасуына тәуелді болмайды. Демек, қабат ішіндегі өріс жоқ.

Мысал 2. а) Жерді тығыздығы $\rho=5500$ кг/м³ болатын біртекті сұйық шар деп санай отырып (теориялық модель), Жердің центрінен қысымды анықтау керек. Жердің айналуы ескерілмейді.

б) Жоғарыдағы теориялық модель арқылы Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жер қыртысындағы қысымның өзгеру графигін салу. Кестеде келтірілген әр түрлі тереңдіктегі Жер қысымы туралы эксперименттік мәліметтер негізінде центрге дейінгі қашықтыққа байланысты Жер қыртысындағы қысымның өзгеруінің нақты графигін салыңыз.

Талдау. а) Тығыздығы біркелкі жұқа сфералық қабат тудыратын сфераның ішіндегі гравитациялық өрістің жоқ екені белгілі (1-мысал). Егер Δx -қабаттың қалыңдығы болса, онда біз $\Delta x \ll x$ деп септейміз. Мұндай жағдайда қабат ішіндегі тартылыс өрісін тұрақты деп санауға болады. Бұл қабаттың ΔS шағын ауданшасына центрге бағытталған тартылыс күші әсер етеді:

$$p(0) = \frac{2}{3} G \pi \rho^2 R^2 \approx 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 170 \text{ ГПа},$$

б) Mathcad 15 қолданбалы бағдарламалар пакеті арқылы Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жер ішіндегі қысымның өзгеруінің теориялық және эксперименттік графиктерін құрамыз (Листинг 1). Mathcad ортасында бағдарлама жасалды және оны жасауда сызықтық регрессия амалы қолданылды [6-10].

Теориялық график (қызыл қисық) және эксперименттік деректерді талдау арқылы алынған график (көк квадраттар) 3-суретте келтірілген. Жердің центрінен қысымның эксперименттік мәні 365,7 ГПа құрайды. Жер бетіне жақын аймақта, теория мен эксперимент сәйкес келеді. Бірақ үлкен тереңдікте тығыздықтың тез өсуіне байланысты қысым Жердің теориялық моделіне қарағанда тез артады.

$$\rho := 5500 \quad R := 6400 \cdot 10^3 \quad G := 6.67 \cdot 10^{-11}$$

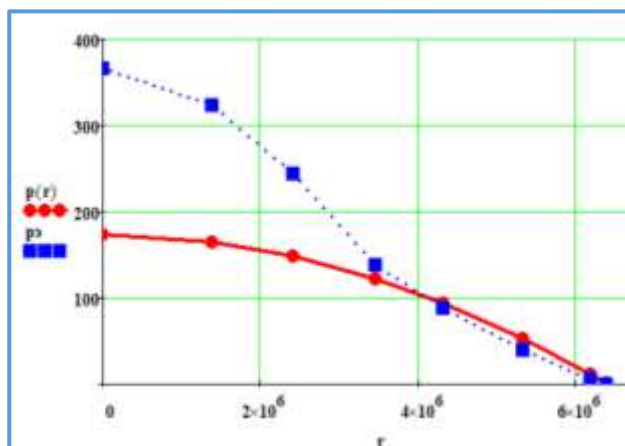
$$\rho(r) := \left[\left(\frac{2}{3} \right) \cdot G \cdot \pi \cdot \rho^2 (R^2 - r^2) \right] \cdot 10^{-9}$$

$$r := (0 \ 1380 \ 2416 \ 3451 \ 4311 \ 5324 \ 6171 \ 6371)^T \cdot 10^3$$

$$\rho_r := (365.7 \ 323.9 \ 244.5 \ 138.6 \ 88.9 \ 39.9 \ 6.5 \ 0)^T$$

$$k := 3 \quad s := \text{regress}(r, \rho_r, k)$$

Листинг 1



3-сурет. Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жер ішіндегі қысымның өзгеруінің теориялық және эксперименттік графиктері.

$$\rho_0 := 12800 \quad \rho_R := 3100 \quad R := 6371 \cdot 10^3 \quad \alpha := \frac{\rho_0 - \rho_R}{R}$$

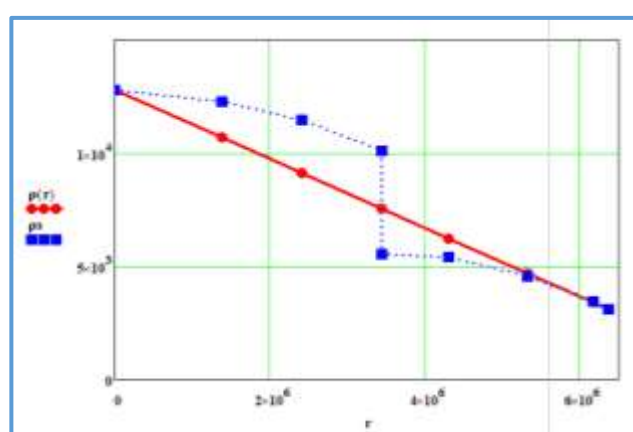
$$\rho(r) := \rho_0 - \alpha \cdot r$$

$$r := (0 \ 1380 \ 2416 \ 3451 \ 4311 \ 5324 \ 6171 \ 6371)^T \cdot 10^3$$

$$\rho_r := (12800 \ 12280 \ 11460 \ 10080 \ 5560 \ 5420 \ 4580 \ 3100)^T$$

$$k := 3 \quad s := \text{regress}(r, \rho_r, k)$$

Листинг 2



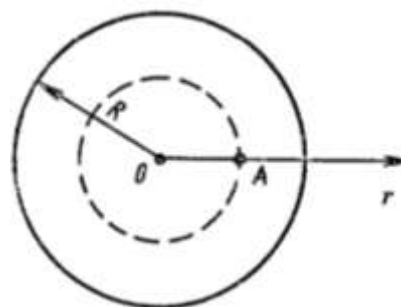
4-сурет. Жер қыртысындағы теориялық және эксперименттік тығыздықтардың Жер центріне дейінгі қашықтыққа байланысты графиктері

Мысал 3. Кестеде келтірілген әр түрлі тереңдіктегі Жердің тығыздығы туралы эксперименттік мәліметтерді пайдалана отырып Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жердің тығыздығының өзгеруінің теориялық және эксперименттік графиктерін салу керек.

Талдау. Кестеде келтірілген эксперименттік тығыздық деректеріне талдай отырып отырып, Жердің тығыздығы тұрақты шама емес, ол тереңдікке байланысты артады деген қорытынды жасалады. Осы факторға сүйене отырып, біз Жердің тығыздығының өзгеруінің сызықтық теңдеуін жазамыз. Жердің центрінен r қашықтыққа тәуелді тығыздық сызықтық заңға сәйкес өзгереді деп санайық: $\rho(r) = \rho_0 - \alpha r$, мұндағы $\rho_0 = 12800 \text{ кг/м}^3$ - Жердің центріндегі тығыздық. $\rho(R) = \rho = 3100 \text{ кг/м}^3$, $\alpha > 0$ - тұрақты шама. Есептеулер мына мәнді береді: $\alpha = \frac{\rho_0 - \rho}{R} \approx 1,52 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^4$.

Жердің тығыздығының оның центріне дейінгі қашықтыққа байланысты сызықтық тәуелділігінің графикін (қызыл сызық) және кестеде көрсетілген әр түрлі тереңдіктегі жердің тығыздығы туралы эксперименттік мәліметтердің графикін салайық (көк квадраттар) (Листинг 2 және 4-сурет).

Мысал 4. Планетаның центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жердің тартылыс өрісіндегі $g(r)$ ауырлық күшінің үдеу шамаларының (немесе гравитациялық өрістің кернеулігінің) тәуелділік графикін салу керек. Жердің тығыздығы тұрақты шама болып саналады.



5-сурет. Бірлік сынақ массасы мен радиусы R болатын шар арасындағы өзара әрекеттесу

Талдау. Біз жоғарыда атап өткеніміздей, біртекті шар сыртқы аймақтарда оның бүкіл массасы центрде шоғырланған сияқты тартылыс өрісін жасайды. Демек, планетадан тыс ауырлық күші үдеуі (3) формулада көрсетілген заң

бойынша өзгереді. Бірлік сынақ массасын шар центрінен r қашықтықтағы A нүктесіне орналастырамыз, $r < R$ (сурет.5) Бірінші мысалда атап өткендей, бұл массаның сфералық кабатпен әрекеттесу күші нөлге тең. Демек, сынақ массасы $m(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = Mr^3/R^3$ болатын ішкі шармен ғана әрекеттеседі, мұндағы ρ – тығыздық, M – шар массасы, R – Жердің радиусы. A нүктесіндегі үдеу:

$$g(r) = G \frac{m(r)}{r^2} = G \frac{Mr}{R^3} = g_R \frac{r}{R}, \quad (5)$$

мұндағы $r \leq R$ және $g_R = G \frac{M}{R^2} \approx 9,81 \text{ м/с}^2$.

Осылайша, Жер қыртысындағы үдеу планетаның центрінен есептелетін қашықтыққа тура пропорционалды түрде өзгереді. g_R шамасы - Жер бетіндегі ауырлық күшінің үдеуі.

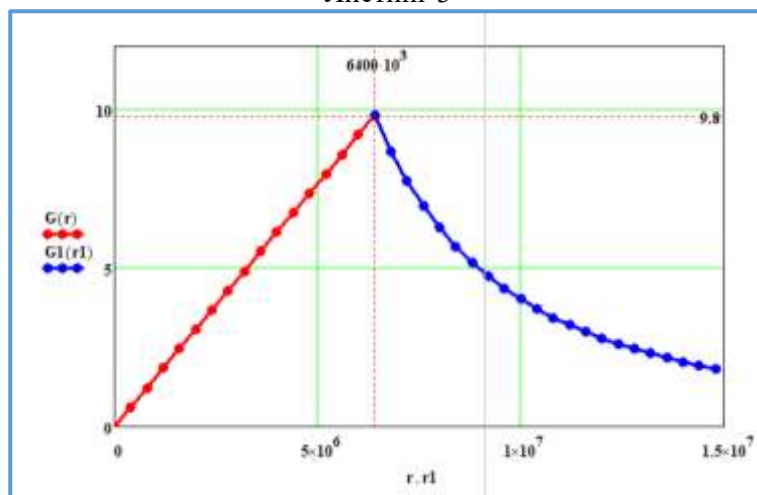
Ал Жерден тыс аймақта

$$g(r) = G \frac{m(R)}{r^2} = g_R \frac{R^2}{r^2}, \quad r \geq R. \quad (6)$$

(5) және (6) теңдеулердің графиктері 6 - суретте берілген (Листинг 3).

$g := 9.81$	$R := 6400 \cdot 10^3$	$G(r) := g \cdot \left(\frac{r}{R}\right)$	$r := 0, 400 \cdot 10^3 \dots 6400 \cdot 10^3$
$G1(r1) := g \cdot \left(\frac{R}{r1}\right)^2$	$r1 := 6400 \cdot 10^3, 6800 \cdot 10^3 \dots 15000 \cdot 10^3$		

Листинг 3



6-сурет. Жердің қыртысындағы (қызыл сызық) және сыртқы аймақтардағы ауырлық күші үдеуінің графиктері (көк қисық)

Планетаның тығыздығы тұрақты деп есептелетін жағдайларда Жер қыртысындағы ауырлық күшінің үдеуін анықтайтын формуланы (5) Жер қыртысындағы гравитациялық өріс кернеулігінің бірінші теориялық моделі деп атауға болады. Эксперименттік мәліметтерге сүйене отырып (Кесте) біз 4 - мысалда қарастырылған теориялық модельдің толық орындалмайтыныны біле аламыз.

Жердің тығыздығы тұрақты шама емес, ол тереңдікке байланысты артады. Бұл фактор бұл келесі теориялық модельде ескерілді.

Мысал 5. Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жердің тығыздығын

сызықты түрде өседі деген теориялық тұжырым жасай отырып, Жердің ішіндегі гравитациялық өрістің кернеулігінің теориялық моделін құру қажет (екінші теориялық модель).

Талдау. Физикалық бағалау амалын жасау үшін тығыздықтың өзгеруінің қарапайым сызықтық заңын таңдаймыз. 3-мысалда келтірілген Жердің тығыздығының центрден қашықтыққа тәуелді сызықтық теңдеуін қолданамыз.

Жердің қыртысындағы радиусы r болатын шардың массасын есептеміз. Бұл шардың центрі Жердің центріне сәйкес келеді. $r < R$:

$$m(r) = \int \rho(r) dV = \int (\rho_0 - \alpha r) \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi r^3 \left(\frac{\rho_0}{3} - \frac{\alpha}{4} r \right) + C,$$

$$m(0) = 0 = C. \quad g(r) = G \frac{m(r)}{r^2} = \frac{4\pi G}{3} (\rho_0 r - \frac{3\alpha r^2}{4}).$$

$$g_R = G \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi G R \rho_{cp}}{3} \quad \text{болғандықтан} \quad \text{төмендегі} \quad \text{теңдеуді} \quad \text{табамыз:}$$

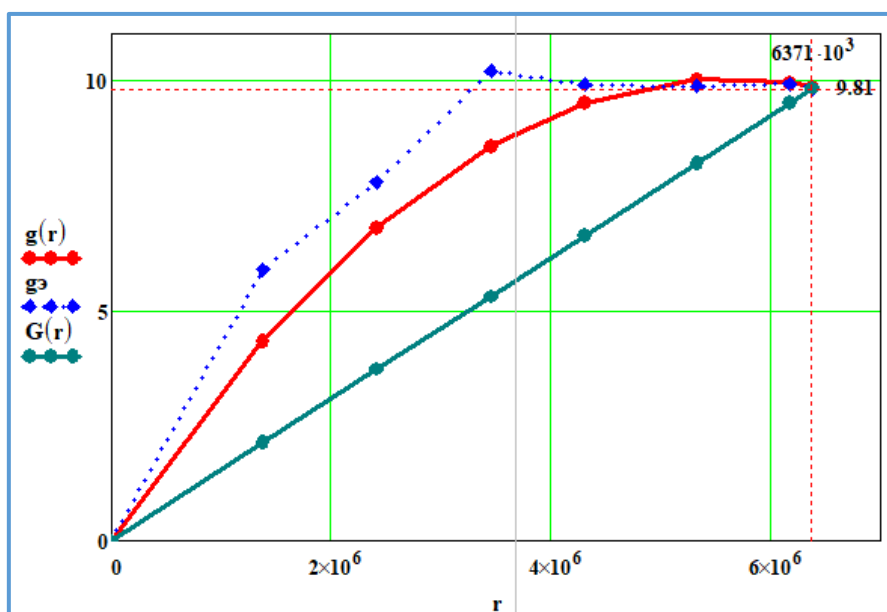
$$g(r) = g_R \left(\frac{\rho_0}{\rho_{cp}} \cdot \frac{r}{R} - \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_{cp}} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \quad (7)$$

(7)-формула - бұл Жердің ішіндегі гравитациялық өрістің кернеулігінің *екінші теориялық моделі*. Бұл функцияны MathCAD 15 пакеті көмегімен зерттей отырып, бізде келесі графиктерді аламыз (Листинг 4 және 7 суреттер). Жасыл сызық - бірінші теориялық модельдің графигі, қызыл қисық - екінші теориялық модель. Көк квадраттар - Жер қыртысындағы ауырлық күші үдеуінің эксперименттік деректері.

```

rho0 := 12800    rhoR := 3100    g := 9.81    R := 6371 * 10^3    rho := 5500
G(r) := g * (r/R)    g(r) := g * [rho0 * r/R - 3/4 * (rho0 - rhoR) * (r/R)^2]
r := (0 1380 2416 3451 4311 5324 6171 6371)^T * 10^3
g3 := (0 5.90 7.79 10.20 9.90 9.86 9.91 9.81)^T
k := 3    s := regress(r, g3, k)
    
```

Листинг 4



7-сурет. Жер қабатының әртүрлі тереңдігіндегі ауырлық күші үдеуінің мәндерін және Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты осы үдеудің графигін анықтауға арналған эксперимент нәтижелері

Жер қыртысындағы гравитациялық өрістің кернеулігінің екінші теориялық моделінің физикалық сипаттамалары эксперимент нәтижелеріне жақын екенін байқауға болады.

Қорытынды

Жер қыртысын геофизикалық зерттеуін эксперименттік мәліметтерін теориялық

модельдермен салыстыра отырып төмендегі ғылыми нәтижелерге қол жетті:

- Жерді тығыздығы тұрақты шар ретінде ала отырып оның қыртысындағы қысымның тереңдікке тәуелді теңдеуі құрылды және осы теориялық мәліметтер мен Жер қыртысының қысымының эксперименттік мәндері арасындағы ұқсастықтар мен айырмашылықтар анықталды;

- Кестеде берілген әр түрлі тереңдіктегі Жердің тығыздығы туралы эксперименттік мәліметтерді пайдалана отырып Жердің центріне дейінгі қашықтыққа байланысты Жердің тығыздығының сызықтық функциясының және эксперименттік мәліметтердің тереңдікке тәуелді өзгеруінің графиктері жасалды;

- Жер қыртысының тереңдікке байланысты ауырлық күші үдеуінің теориялық модельдері жасалды. Модельдерді құруда сызықтық регрессия атты математикалық әдіс қолданылды;

- Аталған модельдерді сипаттайтын теңдеулерді эксперименттік түрде табылған

кестедегі мәндермен салыстыру амалдары жасалды және ғылыми нәтижелері талданды;

- Жер қыртысының гравитациясының сипаттамаларының математикалық моделдері Mathcad 15 қолданбалы бағдарламалар пакеті көмегімен жасалды.

Қаржыландыру

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің ғылым комитеті қаржыландырды, грант № AP23487389

Әдебиеттер

- 1 Nastasenکو, V.A. On the Gravitational Waves of the Planets Closest to the Earth and Experimental Possible of Its Measurement // Journal of Applied Mathematics and Physics Vol.9 No.6, June 2021 DOI: 10.4236/jamp.2021.96091 DOI: 10.4236/jamp.2021.96091
- 2 Robert Tenzer and others. Effect of the Earth's inner structure on the gravity in definitions of height systems // Geophysical Journal International, Volume 209, Issue 1, April 2017, Pages 297–316, <https://doi.org/10.1093/gji/ggx024>
- 3 Nastasenکو, V.A. (2018) Possibility of Refining the Gravitational Constant and Solving the Task of Integrating the Gravitational and Electromagnetic Fields. Journal of Astrophysics & Aerospace Technology, 6, Article No. 155. <https://doi.org/10.4172/2329-6542.1000155>
- 4 <https://profoundphysics.com/gravity-underground/>
- 5 Шаров Н.В. Физика Земли Учебное пособие. Изд. КНЦ. РАН. 1997. 71 с. <https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-fizikazemli1997.pdf>
- 6 Дж. Себер. Линейный регрессионный анализ. — М. : Мир, 1980. — 456 с.
- 7 Щелканов Н.Н. Новый метод нахождения коэффициентов линейной регрессии между двумя физическими величинами // Вестник Томского государственного университета. серия «Управление, вычислительная техника и информатика». - 2010. - № 4(13). -С. 91-96.
- 8 Мукушев Б.А. Изучение физических процессов посредством пакета MathCAD // Учебная физика – 2022. - №2. – с.45-50.
- 9 Мукушев Б.А. Пакет прикладных программ Mathcad // Вестник КазАТУ. – 2022. - №2 (113). Ч.2. – С. 197-202.
- 10 Nelson F. Using mathcad to simplify uncertainty computations in a laboratory course // Computer Applications in Engineering Education. - 2014.- Vol. 23. - № 2. - P. 250-257.

References

- 1 Nastasenکو, V.A. On the Gravitational Waves of the Planets Closest to the Earth and Experimental Possible of Its Measurement // Journal of Applied Mathematics and Physics Vol.9 No.6, June 2021 DOI: 10.4236/jamp.2021.96091 DOI: 10.4236/jamp.2021.96091
- 2 Robert Tenzer and others. Effect of the Earth's inner structure on the gravity in definitions of height systems // Geophysical Journal International, Volume 209, Issue 1, April 2017, Pages 297–316, <https://doi.org/10.1093/gji/ggx024>
- 3 Nastasenکو, V.A. (2018) Possibility of Refining the Gravitational Constant and Solving the Task of Integrating the Gravitational and Electromagnetic Fields. Journal of Astrophysics & Aerospace Technology, 6, Article No. 155. <https://doi.org/10.4172/2329-6542.1000155>
- 4 <https://profoundphysics.com/gravity-underground/>
- 5 Sharov N.V. Physics of the Earth Textbook. Izd. KSC. RAS. 1997. 71 c..
- 6 J. Seber. Linear regression analysis. - M. : Mir, 1980. - 456 c.
- 7 Shchelkanov N.N. New method of finding linear regression coefficients between two physical quantities // Bulletin of Tomsk State University. series "Management, Computer Science and Informatics". - 2010. - № 4(13). -C. 91-96.
- 8 B.A. Mukushev, Educational physics, 2, 45-50 (2022). (in Russ.)
- 9 B.A. Mukushev, Bulletin of KazATU, No2 (113), Part 2, 197-202 (2022). (in Russ.)
- 10 F. Nelson, Computer Applications in Engineering Education, 23 (2), 250-257 (2014).

Мақала тарихы:

Түсті – 28.02.2024

Қабылданды – 17.02.2025

Article history:

Received 28 February 2024

Accepted 17 February 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Жайнагүл Сыдыкова** – пед. ғыл. канд., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан; e-mail: zhainagtl_sydykova@mail.ru

2. **Бұлбұл Ерженбек** – пед. ғыл. канд., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан.

3. **Балғын Желдыбаева** – пед. ғыл. канд., Семей қаласындағы Шәкәрім атындағы мемлекеттік университет, Семей қ., Қазақстан; e-mail: balgun@mail.ru

4. **Жазира Битибаева** – пед. ғыл. канд., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

5. **Шара Сырбаева** – педагогика ғыл. канд., қауымд.проф., Х.Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университеті, Атырау қ., Қазақстан

6. **Есенболды Хуанбай** – ф.-м.ғ.к., аға оқытушы, С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана қ., Қазақстан.

7. **Марат Жуkenov** – ф.-м.ғ.к., қауымд.проф., С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана қ., Қазақстан; e-mail: m.zhukenov@kazatu.kz

8. **Базарбек Мукушев** (автор корреспондент) – пед. ғыл. докт., проф., С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана қ., Қазақстан; e-mail: mba-55@mail.ru

Information about authors:

1. **Jaynagul Sydykova** – Cand. Ped. Sci., Abai Kazakh National pedagogical university, Almaty, Kazakhstan; e-mail: zhainagtl_sydykova@mail.ru

2. **Bulbul Erzhenbek** – Cand. Ped. Sci., Abai Kazakh National pedagogical university, Almaty, Kazakhstan.

3. **Balgyn Zheldybaeva** – Cand. Ped. Sci., State University named after Shakarima, Semey, Kazakhstan; e-mail: balgun@mail.ru

4. **Jazira Bitibaeva** – Cand. Ped. Sci., Abai Kazakh National pedagogical university, Almaty, Kazakhstan

5. **Shara Syrbaeva** – Cand. Ped. Sci., Ass.Prof., Dosmukhamedov Atyrau state university, Atyrau, Kazakhstan

6. **Esenboldy Huangbai** – Cand.Phys. Math Sci, Seifullin Kazakh agrotechnical university, Astana, Kazakhstan.

7. **Marat Zhukenov** – Cand.Phys. Math Sci, Ass.Prof., Seifullin Kazakh agrotechnical university, Astana, Kazakhstan. e-mail: m.zhukenov@kazatu.kz

8. **Bazarbek Mukushev** (corresponding author) – Dr. Ped. Sci., Prof., Seifullin Kazakh agrotechnical university, Astana, Kazakhstan. e-mail: mba-55@mail.ru