

С.У. Шарипов* , И.Ф. Спивак-Лавров 

Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

*e-mail: sharipov_samat@mail.ru

МАГНИТТІК ЭКРАНДАРЫ БАР ЕКІ ӨЛШЕМДІ МАГНИТТІК ПРИЗМАДАҒЫ ЗАРЯДТАЛҒАН БӨЛШЕКТЕР ШОҒЫНЫҢ ДИНАМИКАСЫН ЗЕРТТЕУ

Бұл шолу мақаласында магниттік экрандары бар екі өлшемді магниттік призманың скалярлық магниттік потенциалының аналитикалық өрнектері жан-жақта сипатталған. Екі өлшемді магниттік призмалардың физикалық және аспаптық сипаттамалары өлшемсіз Ньютон теңдеулерін, сондай-ақ призманың магнит өрісін сипаттайтын нақты аналитикалық өрнектерді қолдану арқылы сандық түрде есептелді. Бұл тәсілмен магнит өрісінің индукциясы скалярлық потенциалдың градиенті арқылы есептеледі, бұл оның кеңістіктің әртүрлі нүктелерінде таралуын дәл және айқын анықтауға мүмкіндік береді. Электрмагниттік өрістердегі зарядталған бөлшектердің қозғалысын сипаттау үшін өлшемсіз дифференциалдық теңдеулерді қолдану сандық есептеулер процесін едәуір жеңілдетеді және модельдеу тиімділігін арттырады, өйткені мұндай теңдеулер қажетсіз параметрлерден арылуға және нәтижелерді әмбебап етуге мүмкіндік береді. Бұл, өз кезегінде, есептеулердің жалпы тиімділігін арттырады, оларды нақты өлшем бірліктеріне және эксперименттік жағдайларға аз тәуелді етеді. Жүргізілген есептеулер нәтижесінде телескопиялық фокустау режимінде жұмыс істейтін магниттік экрандары бар екі өлшемді магниттік призмалардың корпускулалы-оптикалық қасиеттері туралы сапалаы әрі сандық мәліметтер алынды, бұл нәтижелер осы саладағы ғылыми зерттеулер мен қолдаңбалы технологияларды одан әрі дамыту үшін маңызды.

Түйін сөздер: екі өлшемді магниттік призма, шеттік өріс, магнит өрісі, шоқтарды фокустау, зарядталған бөлшектер динамикасы, магниттік экрандар.

S.U. Sharipov*, I.F. Spivak-Lavrov

K.Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan

*e-mail: sharipov_samat@mail.ru

Investigation of the dynamics of charged particle beams in two-dimensional magnetic prisms with magnetic screens

This review article describes analytical expressions for the scalar magnetic potential of a two-dimensional magnetic prism with magnetic screens. The physical and instrumental characteristics of two-dimensional magnetic prisms are calculated using dimensionless Newton's equations, as well as analytical expressions describing the magnetic field of the prism itself. With this approach, the magnetic field induction is calculated through the gradient of the scalar potential, which makes it possible to accurately determine its distribution at different points in space. The use of dimensionless differential equations to describe the motion of charged particles in electromagnetic fields greatly simplifies the process of numerical calculations, since such equations allow you to get rid of unnecessary parameters and make the results more universal. This, in turn, increases the efficiency of calculations, making them less dependent on specific units of measurement and experimental conditions. As a result of the calculations, data were obtained on the corpuscular-optical properties of two-dimensional magnetic prisms with magnetic screens operating in the telescopic focusing mode, which is important for further research and technology development in this field.

Keywords: two-dimensional magnetic prism, edge field, magnetic field, beam focusing, dynamics of charged particles, magnetic screens.

С.У. Шарипов*, И.Ф. Спивак-Лавров

Актюбинский региональный университет им. К. Жубанова, Актобе, Казахстан

*e-mail: sharipov_samat@mail.ru

Исследование динамики пучков заряженных частиц в двумерных магнитных призмах с магнитными экранами

В данной обзорной статье описываются аналитические выражения для скалярного магнитного потенциала двумерной магнитной призмы с магнитными экранами. Физические и инструментальные характеристики двумерных магнитных призм рассчитываются с использованием безразмерных уравнений Ньютона, а также аналитических выражений, описывающих магнитное поле самой призмы. При таком подходе индукция магнитного поля вычисляется через градиент скалярного потенциала, что позволяет точно определить его распределение в разных точках пространства. Использование безразмерных дифференциальных уравнений для описания движения заряженных частиц в электромагнитных полях значительно упрощает процесс численных расчетов, поскольку такие уравнения позволяют избавиться от ненужных параметров и сделать результаты более универсальными. Это, в свою очередь, повышает эффективность расчетов, делая их менее зависимыми от конкретных единиц измерения и условий эксперимента. В результате проведенных расчетов были получены данные о корпускулярно-оптических свойствах двумерных магнитных призм с магнитными экранами, работающих в режиме телескопической фокусировки, что важно для дальнейших исследований и развития технологий в этой области.

Ключевые слова: двумерная магнитная призма, краевое поле, магнитное поле, фокусировка пучков, динамика заряженных частиц, магнитные экраны.

Кіріспе

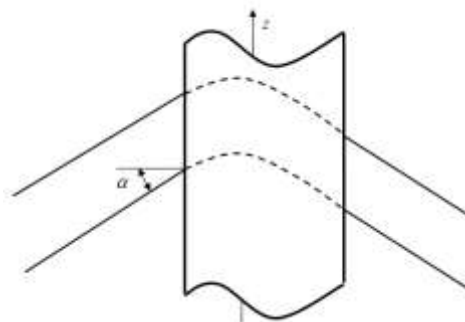
Екі өлшемді магниттік призмалар призмалық магниттік масса және бета-спектрометрлерде ауытқушы призмалар жүйесі ретінде қолданылады. Мұндай спектрометрлер схемасы бойынша призмалық жарық-оптикалық спектрометрлерге ұқсас. Олар коллиматорлық және фокустық линзалармен [1-5] жабдықталған. Магниттік призманың масса мен энергия бойынша бұрыштық дисперсиялары бірдей және D' тең, призмалық анализатордың сызықтық дисперсиясы келесі формуламен анықталады:

$$D = D'f_2, \quad (1)$$

мұндағы f_2 - фокустаушы линзаның фокустық қашықтығы. Сондықтан призмалық құрылғының сызықтық дисперсиясын линзаның f_2 фокустық қашықтығын ұлғайту арқылы призманың сызықтық өлшемдерін үлкейтпей-ақ арттыруға болады.

Екі өлшемді магниттік призмалар магнит өрісінің антисимметриялық жазықтығы болып табылатын ортаңғы жазықтыққа ие. Бұл жағдайда екі өлшемді магниттік призманың магниттік полюстері декарттық осьтердің бірінің бағыты бойынша едәуір созылған, айталық z осы болсын (1-сурет).

Сондықтан зарядталған бөлшектер шоғының қозғалыс аймағында призманың магнит өрісі тек басқа екі декарттық координатқа байланысты болады. Призманың ортаңғы жазықтығында қозғалатын зарядталған бөлшектердің параллель жазық біртекті шоғы призмадан ауытқиды және бөлшектер траекториясының сәйкестігіне байланысты одан параллель шығады. Осылайша, екі өлшемді магниттік призмаларда масса немесе энергия бойынша бөлінгеннен кейін ортаңғы жазықтықта қозғалатын зарядталған бөлшектердің жазық параллель біртекті шоғының параллельдігі сақталады. Көлемдік шоқтардың параллельділігін сақтау телескопиялық шартты орындау арқылы қамтамасыз етіледі.



1-сурет – Екі өлшемді магниттік призма

Екі өлшемді магниттік призмалар көптеген жұмыстарда [6-10] қарастырылады. Алайда, осы жұмыстардың барлығында екі өлшемді магниттік призманың магнит өрісі векторлық потенциалды қолдана отырып сипатталады, ал магниттің шеттік өрістерінің әсері ескерілмейді.

Екі өлшемді магниттік призманың шеттік өрістері ISIOS стандартты бағдарламасының көмегімен [11] жұмыста орындалды. Дегенмен,

Зерттеу әдісі

[12-16] жұмыстарда жерге тұйықталған екі экраны бар дефлекторлық пластиналардың скалярлық потенциалы үшін аналитикалық өрнектер алынды. Ұқсас өрнектерді магниттік

магниттік призманың шеттік өрісінің бұл сипаттамасы толық емес. $\vec{B}$ магнит индукция векторының роторы нөлге тең аймақта призманың $\vec{B}$ магнит өрісінің индукциясын ω скаляр магниттік потенциалдың градиенті ретінде анықтауға болады:

$$\vec{B} = -\text{grad } \omega \equiv -\vec{\nabla} \omega. \quad (2)$$

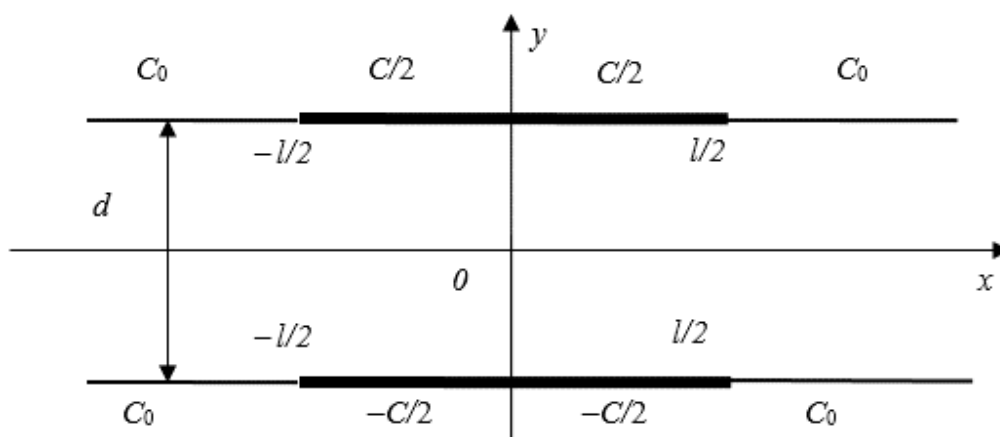
экрандары бар екі өлшемді магниттік призманың скалярлық магниттік потенциалы $\omega(x, y)$ үшін де қолдануға болады:

$$\omega(x, y) = \frac{C}{2\pi} \left(\arctg \frac{(a^2 - 1) \cos \frac{\pi y}{d}}{2a \cosh \frac{\pi x}{d} - (a^2 + 1) \sin \frac{\pi y}{d}} - \arctg \frac{(a^2 - 1) \cos \frac{\pi y}{d}}{2a \cosh \frac{\pi x}{d} + (a^2 + 1) \sin \frac{\pi y}{d}} \right) \quad (3)$$

мұндағы $\pm \frac{C}{2}$ – магниттік полюстердің потенциалы, d – магниттік полюстердің арақашықтығы және a параметрі мынаған тең:

$$a = \exp \left(\frac{\pi l}{2d} \right) \quad (4)$$

мұндағы l – x осы бағытындағы магниттік полюстердің ені, z осы бағытында полюстер жеткілікті созылған деп есептеледі, бұл зарядталған бөлшектердің қозғалыс аймағындағы өрістің екі өлшемділігін қамтамасыз етеді. Экрандары бар екі өлшемді магниттік призма және сәйкесінше декарттық координаттар жүйесі 2-суретте схемалық түрде көрсетілген.



2-сурет – Магниттік экрандары бар D2 магниттік призманың схемалық суреті

2-суретте $C_0 = 0$ потенциалы бар магниттік экрандар жіңішке сызықтармен, ал магниттік полюстер қалың сызықтармен бейнеленген.

(3) дифференциалдау арқылы $\vec{B}(x, y)$ магнит индукция векторының құраушыларын [17, 18] табамыз:

$$B_x = -\frac{\partial \omega}{\partial x} = -\frac{C}{2d} \left[\frac{2a(a^2-1)\cos\left(\frac{\pi y}{d}\right)\sinh\left(\frac{\pi x}{d}\right)}{4a^2 \cosh^2 \frac{\pi}{d} x - 4a(a^2+1)\cosh\left(\frac{\pi}{d} x\right)\sin\left(\frac{\pi}{d} y\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} - \frac{2a(a^2-1)\cos\left(\frac{\pi y}{d}\right)\sinh\left(\frac{\pi x}{d}\right)}{4a^2 \cosh^2 \frac{\pi}{d} x + 4a(a^2+1)\cosh\left(\frac{\pi}{d} x\right)\sin\left(\frac{\pi}{d} y\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} \right] \quad (5)$$

$$B_y = -\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{C}{2d} \left[\frac{2a(a^2-1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) - (a^4-1)}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x - 4a(a^2+1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{d} x\right)\sin\left(\frac{\pi}{d} y\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} - \frac{2a(a^2-1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{d}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) + a^4 - 1}{4a^2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{d} x + 4a(a^2+1)\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{d} x\right)\sin\left(\frac{\pi}{d} y\right) - 2a^2 \cos \frac{2\pi}{d} y + a^4 + 1} \right]. \quad (6)$$

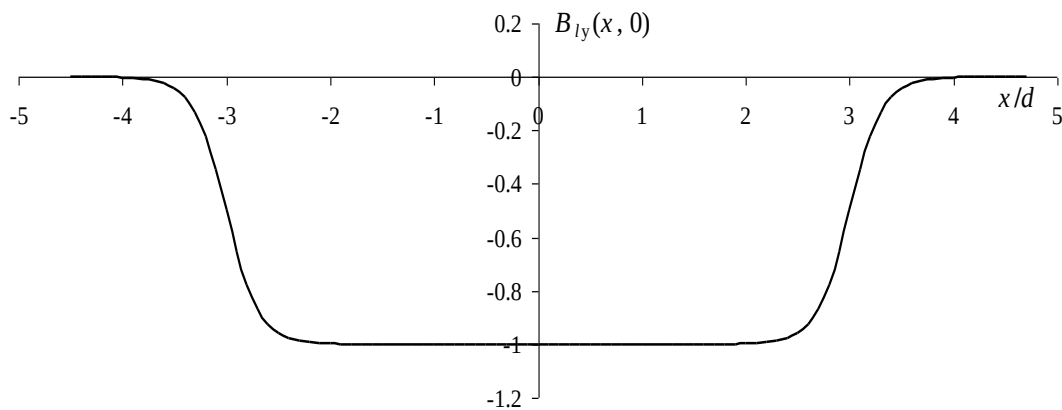
Призманың ортаңғы жазықтығындағы магниттік индукцияның таралуы мына өрнекпен анықталады:

$$B_y(x,0) = B_y(-x,0) = -\frac{C}{d} \frac{(a^4-1)}{4a^2 \cosh^2 \frac{\pi}{d} x + (a^2-1)^2} \quad (7)$$

Айталық, B_0 – магниттің центрінде $x = y = 0$ кездегі магнит өрісі индукциясы шамасының сипаттамалық мәні болсын, оны, мысалы, Холл есептегішімен өлшеуге болады. (7) сәйкес алсақ:

$$|B_y(0,0)| = B_0 = \frac{C}{d} \frac{a^2-1}{a^2+1}. \quad (8)$$

Онда $\vec{\nabla} \omega / B_0 = \vec{B}_l$ өрнегі $\vec{B}_l$ өлшемсіз магнит өрісінің индукциясын анықтайды. 3-суретте (7) формула бойынша есептелген $l/d = 6$ болатын призма үшін екі өлшемді магниттік призманың ортаңғы жазықтығындағы өлшемсіз магнит өрісі индукциясының таралуы көрсетілген. Бұл суретте екі өлшемді магниттік призманың ортаңғы жазықтығындағы шеттік өрістердің таралуы көрсетілген, ордината осі бойынша $B_{ly}(x,0)$ шамасы салынған.



3-сурет – $l/d = 6$ болатын екі өлшемді магниттік призманың ортаңғы жазықтығында өлшемсіз магнит өрісі индукциясының таралуы

Зерттеу нәтижелері мен талқылау

Екі өлшемді магниттік призмалардағы зарядталған бөлшектердің траекториясын есептеу үшін электр өрісі болмаған кездегі келесі Ньютонның өлшемсіз теңдеулерін қолданамыз:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\frac{K \dot{z} B_{ly}}{\sqrt{(1+\varepsilon)(1+\gamma)}}, \\ \ddot{y} &= \frac{K \dot{z} B_{lx}}{\sqrt{(1+\varepsilon)(1+\gamma)}}, \\ \ddot{z} &= \frac{K (\dot{x} B_{ly} - \dot{y} B_{lx})}{\sqrt{(1+\varepsilon)(1+\gamma)}}.\end{aligned}\quad (9)$$

мұндағы нүктелер τ өлшемсіз уақыт бойынша алынған өлшемсіз координаттардың туындыларын білдіреді, K – сандық мәні есептеу процесі кезінде таңдалатын өлшемсіз тұрақты. Симметриялы осьтік траекториясы бар призмаларды қарастырумен шектеліміз. Ол үшін магниттің ортасында $y = 0$ және $x = 0$ болғанда $\dot{y} = \dot{z} = 0$ мәні болсын, ал $\dot{x} = \sqrt{2}$. Онда (8) сәйкес K тұрақтысының мәні келесі өрнекпен анықталады:

$$K = \frac{\sqrt{2} d}{R_0}. \quad (10)$$

Шынында да, $\gamma = \varepsilon = 0$ болатын шоқтың осьтік траекториясы xz призма жазықтығында жатқан жазық қисық болады, оның қисықтық радиусы үшін келесі белгілі формуланы жазуға болады:

$$R = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{z}^2)^{\frac{3}{2}}}{|\dot{x}\ddot{z} - \ddot{x}\dot{z}|}. \quad (11)$$

Осы формулаға $\dot{y} = \dot{z} = 0$ және $\dot{x} = \sqrt{2}$ қоя отырып, келесі формуланы аламыз:

$$R_0 = \frac{\dot{x}^2}{\ddot{z}}. \quad (12)$$

(9)-теңдеудегі үшінші теңдеуді пайдаланып және магниттің центрінде $B_{ly}(0,0)=1$ екенін ескере отырып, келесі теңдеуді жазамыз:

$$\ddot{z} = \dot{x} K, \quad (13)$$

(13) мәнін (12) орнына қойып, өлшемсіз бірліктерді аламыз:

$$\frac{R_0}{d} = \frac{\dot{x}}{K} = \frac{\sqrt{2}}{K}. \quad (14)$$

Тұрақты магнит өрісінде зарядталған бөлшектің қозғалысы кезінде жылдамдық модулі өзгермейтінін ескеру қажет, сондықтан келесі қатынас орындалады:

$$\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{2}. \quad (15)$$

Бұл жағдайда магниттің ортасындағы "орталық" бөлшектің жылдамдығы энергияның сақталу заңына сәйкес келетін формуламен анықталады:

$$v_0 = \sqrt{2} \frac{d}{\tau_0} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m_c}}. \quad (16)$$

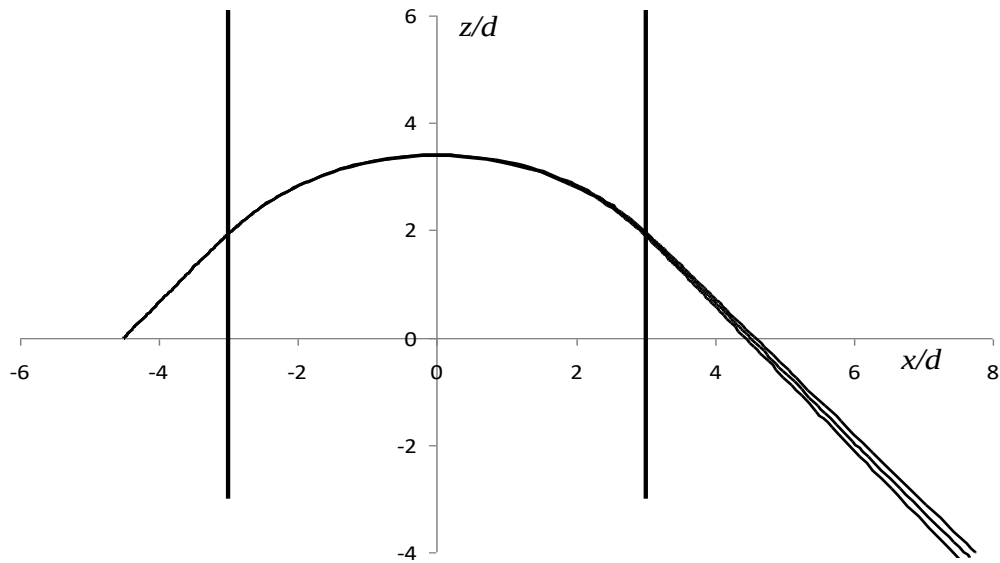
$l/d = 6$ болатын призма үшін бөлшектердің траекторияларын сандық есептеу нәтижелері 4 және 5-суреттерде көрсетілген. 4-суретте магниттік полюстердің шекаралары, сондай-ақ $\gamma = 0$ және $\gamma = \pm 0,01$ болатын үш масса үшін призманың ортаңғы жазықтығындағы бөлшектердің траекториясының проекциялары көрсетілген. Бөлшектердің магниттік полюстердің шекарасына түсу бұрышы $\alpha = 52,502^\circ$.

Магниттің центріндегі траекторияның қисықтық радиусы d бірлігінде $R_0/d = 3,7813$ -ке тең, бұл призманың телескопиялық сипатын қамтамасыз етеді. Бөлшектердің траекториясының ху жазықтығындағы проекциясы 4-суретте көрсетілген. Мұнда бөлшектер призмаға көлбеу кірген кезде бөлшектер магниттің ортасында сызықтық фокус түзіп, ортаңғы жазықтыққа қарай фокусталады [19]. Бұл жағдайда призманың телескопиялық сипаты қамтамасыз етіледі, ал призмаға кіретін параллель көлемді шоқтар одан шыққан кезде де параллель болып қалады.

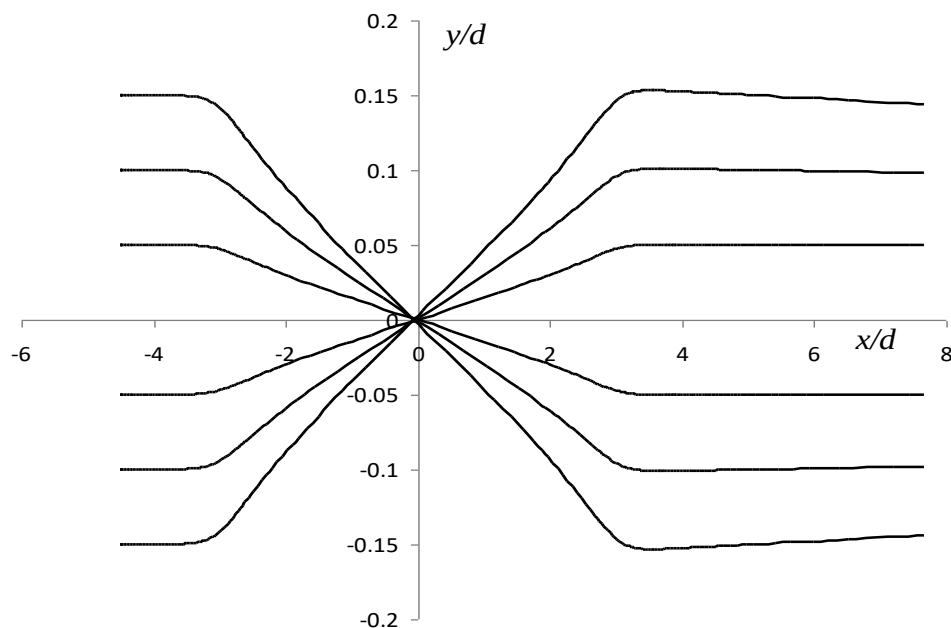
Суреттен телескопиялық шарты ортаңғы жазықтықтан $\pm 0,15d$ ауытқу кезінде де жақсы орындалатынын көруге болады. Масса бойынша призманың бұрыштық дисперсиясы $D'_m \cong \operatorname{tg} \alpha = 1,3$, ол есептеу нәтижелерімен және [20, 21] деректерімен жақсы сәйкес келеді. $\gamma = \pm 0,01$ массаның салыстыр-малы айырмашылығында бөлшектердің бұрыш-тық алшақтығы

$$\Delta \alpha = D'_m \gamma = \pm 0,013 \text{ рад} \quad (17)$$

яғни, 4-суретте байқауға болатын бір градустан сәл аз.



4-сурет – $l/d = 6$ болатын призманың ортаңғы жазықтығындағы бөлшектер траекториясының проекциялары



5-сурет – $l/d = 6$ болатын призма үшін xy жазықтығындағы бөлшектер траекториясының проекциясы

Әр түрлі l/d қатынастары бар екі өлшемді магниттік призмаларды есептеу нәтижелері төмендегі 1-кестеде көрсетілген. Жоғарыда көрсетілген мәліметтерден барлық призмалардың масса мен энергиясы бойынша екі өлшемді магниттік призмалардың бұрыштық дисперсиясы шамамен бірдей және l/d қатынасына тәуелді емес екенін көруге болады [22-25].

Енді алынған нәтижелердің әмбебаптығын көрсетейік. Негізгі нәтиже магниттің центріндегі осьтік траекторияның қисықтық радиусы болып

табылады. $l/d = 6$ кездегі призма үшін қатынас: $R_0/d \cong 3,7813$.

$$R_0 = \frac{\sqrt{2m_c |e V_0|}}{|e| B_0} \quad (18)$$

(18) формуласынан талданатын массаның шамасы келесі өрнек арқылы анықталатыны шығады:

$$m_c = \frac{(e B_0)^2 \left(\frac{R_0}{d}\right)^2 d^2}{2 e V_0}. \quad (19)$$

(19)-формуласын қолдана отырып, талданатын массаны есептейміз. Мысалы, $B_0 = 1$ Тл, $eV_0 = 4$ кэВ, полюсаралық саңылаудың шамасын $d = 0,01$ м, массаның атомдық бірлігін $m_0 = 1,6605 \cdot 10^{-27}$ кг қолдана отырып, келесі теңдікті аламыз:

$$\frac{m_c}{m_0} = \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1)^2 \cdot (3,7813)^2 \cdot 0,01^2}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27}} = 68,97. \quad (20)$$

1-кесте – Екі өлшемді магниттік призмаларды есептеу нәтижелері

l/d	K	R_0/d	α , рад	α , градус	D'
4	0,5700	2,4811	0,9375	53,717	1,362
6	0,3738	3,7833	0,9163	52,502	1,303
8	0,2780	5,0871	0,9048	51,841	1,273
10	0,2214	6,3876	0,8991	51,515	1,268
12	0,1830	7,7279	0,8889	50,932	1,232
16	0,1364	10,3681	0,8813	50,497	1,213
20	0,1088	12,9983	0,8778	50,294	1,204
30	0,0722	19,5875	0,8723	49,978	1,191

Қорытынды

Екі өлшемді магниттік призмалардың физикалық және аспаптық сипаттамалары Ньютонның өлшемсіз теңдеулерін және призманың магнит өрісін сипаттайтын аналитикалық өрнектерді қолдану арқылы есептеледі. Бұл жағдайда призманың магнит өрісінің индукциясы скалярлық потенциалдың градиенті ретінде есептеледі. Электромагниттік өрістердегі зарядталған бөлшектердің қозғалысын сипаттау үшін өлшемсіз дифференциалдық теңдеулерді қолдану сандық есептеулерді жүргізуді жеңілдетеді және алынған есептеу нәтижелерін әмбебап етеді, яғни маңызды емес параметрлерді алып тастауға мүмкіндік береді. Телескопиялық фокустау режимінде магниттік экрандары бар екі өлшемді магниттік призмалардың корпускулары-оптикалық қасиеттері есептелді.

Алғыс

Жұмыс ҚР ҒЖБМ ҒК ЖТН АР23486969 «Өткізгіш дөңгелек цилиндр негізінде антирезонанстық мультипольдік жүйелерді әзірлеу және модельдеу» ғылыми жобасының гранттық қаржыландыруымен орындалды.

References

1. J. Chen, J. Yang, J. Liu, J. Liu, C. Sun, X. Li, J. Cui, *Appl. Opt.* **57**, 34, F (2018). <https://doi.org/10.1364/AO.57.0000F8>
2. A. Davila, B. Saucedo-Orozco, M. A. Meneses, C. Frausto-Reyes, *Opt. Eng.* **72**, 7, 1080–1087 (2018). <https://doi.org/10.1177/0003702818763820>
3. V.M. Kelman, E.M. Yakushev, *Zh. Tekh. Fiz.* **37**, 12, 2121–2136 (1967). (In Russ.)
4. J. Ximen, *Adv. Imaging Electron Phys.* **226**, 189–273 (2023). <https://doi.org/10.1016/bs.aiep.2023.03.001>
5. V.M. Kelman, L.M. Nazarenko, E. M. Yakushev, *Zh. Tekh. Fiz.* **42**, 5, 963–968 (1972). (In Russ.)
6. E.M. Yakushev, *Zh. Tekh. Fiz.* **46**, 8, 1700–1706 (1976). (In Russ.)
7. V.M. Kelman, S.P. Karetskaia, L.V. Fedulina, E.M. Yakushev, *Elektronno-opticheskie elementy prizmennyykh spektrometrov zariazhennykh chastits*, Nauka KazSSR, Alma-Ata, 232 p. (1979). (In Russ.)
8. V.M. Kelman, I.R. Rodnikova, L.S. Sekunova, *Staticheskie mass-spektrometry*, Nauka KazSSR, Alma-Ata, 264 p. (1983). (In Russ.)
9. L.N. Gall, A.S. Antonov, N.R. Gall, E.M. Yakushev, L.M. Nazarenko, A.A. Semenov, *Tech. Phys. Lett.* **44**, 7, 646–649 (2018). <https://doi.org/10.1134/S1063785018070209>
10. M.I. Yavor, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., A* **337**, 16–28, (1993). [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(93\)91133-8](https://doi.org/10.1016/0168-9002(93)91133-8)
11. M.I. Yavor, A. S. Berdnikov, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., A* **363**, 1–2, 416–422 (1995).
12. I.F. Spivak-Lavrov, S.U. Sharipov, B. O. Sarsenbaev, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., A* **1051**, 168161 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2023.168161>
13. I.F. Spivak-Lavrov, S. U. Sharipov, *AIP Conf. Proc.* **2467**, 060039 (2022). <https://doi.org/10.1063/12.0010068>
14. I.F. Spivak-Lavrov, A. A. Nurmukhanova, T. Zh. Shugaeva, *Bull. Karaganda Univ., Phys. Ser.* **29**, 1(113), 99–105 (2024). <https://doi.org/10.31489/2024ph1/99-105>
15. I.F. Spivak-Lavrov, D. B. Dzhetkergenov, S. U. Sharipov, *Vestn. Aktobe Reg. Univ. K. Zhubanova* **4**(58) (2019). (In Russ.)
16. E.M. Metodiev, K. L. Huang, Y. K. Semertzidis, W. M. Morse, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **17**, 074002 (2014). <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.17.074002>

17. I.F. Spivak-Lavrov, T. Zh. Shugaeva, T. S. Kalimatov, *Int. J. Mass Spectrom.* **444**, 116180 (2019).
<https://doi.org/10.1016/j.ijms.2019.116180>
18. R.J. Moerland, I. G. C. Weppelman, M. W. H. Garming, P. Kruit, J. P. Hoogenboom, *Opt. Express* **24**, 24760 (2016).
19. S.P. Karetskaia, V. M. Kelman, A. G. Mit', E. M. Yakushev, *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.* **16**, 8, 69–73 (1990). (In Russ.)
20. M. Ishihara, Y. Kammei, H. Matsuda, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., A* **363**, 1–2, 440–444 (1995).
21. E.I. Konovalova, L. V. Yablokova, *Chislennye metody matematicheskogo analiza: uchebnoe posobie*, Samara Univ. Publ., 149 p. (2022). (In Russ.)
22. B.P. Demidovich, I. A. Maron, E. Z. Shuvalova, *Chislennye metody analiza*, 5th ed., Lan', 400 p. (2022). (In Russ.)
23. L.G. Glikman, I.F. Spivak-Lavrov, *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.* **16**, 13, 26–29 (1990). (In Russ.)
24. I.F. Spivak-Lavrov, T.Zh. Shugaeva, *Pribory i tekhnika ehksperimenta* **1**, 132–135 (2021). (In Russ.)
25. V.M. Kelman, L.M. Nazarenko, E.M. Yakushev, *Pribory i tekhnika ehksperimenta* **5**, 118–121 (1971). (In Russ.)

Мақала тарихы:

Түсті – 10.12.2024

Қабылданды – 20.05.2025

Article history:

Received 12 December 2024

Accepted 20 May 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Самат Уримбасарович Шарипов** (автор корреспондент) – аға оқытушы, Қ.Жұбанов ат. Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан. e-mail: sharipov_samat@mail.ru

2. **Игорь Феликсович Спивак-Лавров** – физ.мат.ғыл.докт., проф. Қ.Жұбанов ат. Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан. e-mail: spivakif@rambler.ru

Information about authors:

1. **Samat Sharipov** (corresponding author) – senior lecturer, K. Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan. e-mail: sharipov_samat@mail.ru

2. **Igor Spivak-Lavrov** – Dr. Phys. Math. Sci., Prof., K. Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan. e-mail: spivakif@rambler.ru