

А.А. Агишева , С.А. Хохлов , А.Т. Агишев\* 

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

\*e-mail: [agishev\\_almansur2@live.kaznu.kz](mailto:agishev_almansur2@live.kaznu.kz)

## Обсуждение свойств аккреционного диска в двойной системе по результатам SPH-моделирования

При изучении тесных двойных систем (ТДС) для правильной интерпретации наблюдательных данных и определения эволюционного статуса звезды крайне важным является исследование сложной динамической структуры переноса вещества в ходе вычислительного эксперимента. В данной работе моделирование процессов акреции катализмической переменной EZ Lyn (SDSS J080434.20+510349.2) на основе имеющихся наблюдательных данных проведено SPH-методом (гидродинамики сглаженных частиц). Проведено моделирование гидродинамических потоков в гравитационном поле белого и коричневого карликов, образующих указанную компактную двойную систему на этапе поздней эволюции. Рассчитаны координаты ( $x, y, z$ ), составляющие скорости ( $v_x, v_y, v_z$ ), масса, плотность, теплоемкость, давление, температура, полная энергия и энтропия «частиц», заданных набором исходных параметров. Получены визуальные представления рассчитанных величин, проведен их анализ. Были обнаружены периодические спирали, обусловленные прецессией диска, и «рукава», являющиеся следствием резонанса орбитальных периодов (2:1) и передачи избыточного углового момента диска в стационарном состоянии. Невысокие температуры аккреционного диска обуславливают поглощение излучения, в основном, при абсорбции на водороде и в процессах ионизации. Аналогично анализу результатов визуализации плотности и температур, наблюдаемых в изучаемой системе, были рассмотрены флуктуации в значениях скоростей, теплоемкости, давления, полной энергии и энтропии и даны описания и возможные механизмы наблюдаемых процессов. Визуализация представлена в 2-D и 3-D формате. Результаты моделирования совпадают с наблюдениями, подтверждающими несинхронное вращение компонентов тесной двойной системы и возможность появления резонанса их орбитальных периодов. Применяемый SPH-метод моделирования позволяет представить физическую модель астрофизического явления, в данном случае, модель аккреционного диска и процессов перетекания вещества между компонентами ТДС для последующего количественного описания численными методами и анализа.

**Ключевые слова:** двойные звездные системы, катализмические переменные, аккреционные диски, методы компьютерного моделирования, гидродинамика, метод сглаженных частиц, SPH-метод.

А.А. Агишева, С.А. Хохлов, А.Т. Агишев\*

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

\*e-mail: [agishev\\_almansur2@live.kaznu.kz](mailto:agishev_almansur2@live.kaznu.kz)

## SPH-моделдеу нәтижелері бойынша қос жүйедегі аккрециялық диск қасиеттерін талдау

Жақын қос жүйелерді (ЖЖЖ) зерттегенде, бақылау деректерін дұрыс түсіндіру және жұлдыздың эволюциялық деңгейін анықтау үшін есептеу эксперименті кезінде заттардың тасымалдануының күрделі динамикалық құрылымын зерттеу аса маңызды. Бұл жұмыста қолда бар бақылау деректері негізінде EZ Lyn катализмдік айнымалысының (SDSS J080434.20+510349.2) аккрециялық процестерін модельдеу SPH әдісімен (тегістелген бөлшектердің гидродинамикасы) қолданылды. Кейінгі эволюция сатысында көрсетілген жақын қос жүйені құрайтын ақ және қоңыр ергежейлілердің гравитациялық өрісіндегі гидродинамикалық ағындарды модельдеу жүргізілді. Бастапқы параметрлер жиынтығымен белгіленген «бөлшектердің» координаттары ( $x, y, z$ ), жылдамдық құраушылары ( $v_x, v_y, v_z$ ), массасы, тығыздығы, жылу сыйымдылығы, қысымы, температурасы, жалпы энергиясы және энтропиясы есептеледі. Есептелген мәндердің көріністері алынды және олардың талдауы жүргізілді. Орбиталық периодтардың резонансынан (2:1) және тұрақты күйдегі дискінің артық бұрыштық импульсінің тасымалдануы мен диск прецессиясынан туындаған периодты спиральді «жендер» анықталды. Аккрециялық дискінің

төмен температураларымен себептелеңін сәулеленудің жұтылуы сутегінің абсорбциясы мен иондану процестеріне тәуелді. Зерттелетін жүйеде байқалатын тығыздық пен температураны визуализациялау нәтижелерін талдауға үқсас жылдамдықтар, жылу сыйымдылықтары, қысым, жалпы энергия және энтропия мәндерінің ауытқуы қарастырылды және байқалатын процестердің сипаттамасы мен мүмкін меканиздері қарастырылды. Визуализация 2-Д және 3-Д форматында ұсынылды. Модельдеу нәтижелері жақын қос жүйенің құрамдас бөліктерінің асинхронды айналуын және олардың орбиталық периодтарының резонансының мүмкіндігін растайтын бақылауармен сәйкес келеді. Қолданылатын SPH модельдеу әдісі астрофизикалық құбылыстың физикалық моделін ұсынуға мүмкіндік берді. Бұл жағдайда аккрециялық дискінің моделі және кейінгі сипаттау және талдау үшін ыңғайлы жақын қос жүйенің құрамдас бөліктері арасындағы зат ағыны.

**Түйін сөздер:** қос жұлдызды жүйелер, катаклизмдік айнымалылар, аккрециялық дискілер, компьютерлік модельдеу әдістері, гидродинамика, тегістелген бөлшектер әдісі, SPH әдісі.

A.A. Agisheva, S.A. Khokhlov, A.T. Agishev\*

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

\*e-mail: [agishev\\_almansur2@live.kaznu.kz](mailto:agishev_almansur2@live.kaznu.kz)

## Discussion of the properties of the accretion disk in a binary system based on the results of SPH-modeling

When studying close binary systems (CBS), it is extremely important to study the complex dynamic structure of matter transfer during a computational experiment for the correct interpretation of observational data and determination of the evolutionary status of the star. In this paper, the accretion processes of the cataclysmic variable EZ Lyn (SDSS J080434.20+510349.2) are simulated using the SPH (smoothed particle hydrodynamics) method based on the available observational data. Hydrodynamic flows in the gravitational field of the white and brown dwarfs that form the specified compact binary system at the stage of late evolution are simulated. The coordinates ( $x, y, z$ ), velocity components ( $v_x, v_y, v_z$ ), mass, density, heat capacity, pressure, temperature, total energy and entropy of the "particles" specified by the set of initial parameters are calculated. Visual representations of the calculated values are obtained and analyzed. Periodic spirals due to disk precession and "arms" resulting from the resonance of orbital periods (2:1) and the transfer of excess angular momentum of the disk in the steady state were detected. Low temperatures of the accretion disk cause absorption of radiation, mainly during absorption on hydrogen and in ionization processes. Similar with analysis of the results of visualization of the density and temperatures observed in the studied system, fluctuations in the values of velocities, heat capacity, pressure, total energy and entropy were considered, and descriptions and possible mechanisms of the observed processes were given. Visualization is presented in 2-D and 3-D format. The results of the modeling coincide with observations confirming the asynchronous rotation of the components of a close binary system and the possibility of a resonance of their orbital periods. The applied SPH-method of modeling allows to present a physical model of an astrophysical phenomenon. In this case, a model of an accretion disk and processes of matter flow between components of a close binary system for subsequent description and analysis.

**Key words:** binary star systems, cataclysmic variables, accretion disks. computer simulation methods. hydrodynamics, smoothed particle method, SPH method.

### Введение

Универсальность метода гидродинамики слаженных частиц (Smoothed particle hydrodynamics, SPH) обуславливает широкий ряд его астрофизических применений, таких, как моделирование спектров поглощения далеких объектов, способных объяснить космологию темной материи; применение химических моделей внутригалактической среды; обоснование инфляционной

теории формирования галактик; моделирование морфологии реальных спиральных галактик; разработка вопроса слияния галактик и роста сверхмассивных черных дыр; изучение фрагментации молекулярных облаков, протопланетарных дисков и образования звезд и гигантских планет; создание общей теории относительности и уравнений состояния ядерной материи [1].

Современный вычислительный бессеточный

лагранжевый метод, каковым является SPH-подход, позволяет моделировать явления в двойных звездах [2], звездные столкновения, сверхновые, коллапс, слияние черных дыр с нейтронными звездами, однократные и множественные вспышки белых карликов, образование галактик и даже эволюцию Вселенной [3]. При этом коллективное движение частиц в потоке вещества в трехмерном открытом пространстве астрофизических систем аналогично движению потока жидкости или газа, которое определяется такими параметрами, как давление, плотность, вязкость, температура. Вязкость различают динамическую, как меру сопротивления течению (то есть деформации) жидкости, и кинематическую, как отношение динамической вязкости к плотности жидкости. В методе SPH используется кинематическая вязкость, давление рассчитывается по плотности с применением уравнения состояния, определяется градиент давления, плотности, затем ускорение частиц. Повышение точности расчетов возможно при снижении длины сглаживания и увеличении числа частиц [4].

Результатом моделирования ТДС является массив данных с рядом характеристик для каждой условной частицы, позволяющий учитывать неоднородности в параметрах структур диска и их нестабильность во времени. Визуализация полученных данных в 2-D и 3-D формате является эффективным инструментом описания природы исследуемых процессов, дает возможность нахождения их физического смысла и механизма реализации. Синтетические диаграммы на основе полученных величин положения, скорости, массы, плотности, давления, температуры, энергии, энтропии могут быть построены как для системы в некоторый момент времени, так и в динамике для характеристики процессов в некоторой точке, также и во времени, в зависимости от фазы орбитального периода. Флуктуации параметров приводят к образованию спиральных волн и рукавов, процессы переноса углового момента ведут к развитию неустойчивости и формированию аккреционного диска, оптическая толщина диска определяет механизм переноса излучения, вязкостные процессы отвечают за перераспределение энергии и повышение температуры среды, тогда как выделение лучистой энергии снижает ее температуру. Быстрая динамика указанных процессов в ТДС с короткими периодами [5] делает их отличными кандидатами для изучения эволюции астрофизических объектов, уточнения имеющихся теоретических представлений и создания новых.

Целью данной работы явился анализ результатов моделирования ТДС с малым периодом EZ

Lyn (SDSS J080434.20+510349.2) и сравнение полученных данных с литературными, а также наблюдательными данными. Результаты применения SPH-алгоритма позволяют рассчитать структуру диска, определить закономерности переноса вещества, излучения, а также изменения температуры, которые в дальнейшем, при подборе подходящего численного метода, смогут прояснить физический смысл наблюдаемых вспышек, переменности и других особенностей кривых блеска EZ Lyn.

## Материалы и основные методы

SPH - метод был выбран для моделирования процессов акреции катализмической переменной EZ Lyn (SDSS J080434.20+510349.2) – маломассивной ( $M_1+M_2 \ll 30M_\odot$ ) компактной двойной системы на этапе поздней эволюции. EZ Lyn, имея орбитальный период в интервале 80-85 минут, относится к короткопериодическим переменным типа WZ Sge в состоянии покоя. Были использованы следующие исходные параметры модели: длина сглаживания  $0,01R_\odot$ , скорость переноса частиц  $1000 \text{ период}^{-1}$ , шаг симуляции  $50,796 \text{ с}$ , начальная температура частицы  $1900\text{K}$ , масса аккреционного диска  $10^{-6}M_\odot$ , а также фундаментальные характеристики тесной двойной звезды, полученные из наблюдательных данных [6]: масса белого карлика  $M_1=0,85M_\odot$ , масса коричневого карлика  $M_2=0,048M_\odot$ , орбитальный период  $P=5079,6 \text{ с}$ , скорость массопереноса (темпер акреции)  $8,56 \cdot 10^{-16}M_\odot/\text{с}$ .

В данной работе использованы общепринятые в современной астрофизике обозначения. В тех случаях, когда применяются уравнения и графики, взятые в оригинальной литературе, используется авторская редакция с пояснениями и заменой. Также следует помнить равнозначность некоторых синонимов, встречающихся при описании системы, как то звезда 1 = звезда-аккретор = первичная звезда = (здесь) белый карлик; звезда 2 = звезда-донор = вторичная звезда = (здесь) коричневый карлик.

## Обсуждение и результаты

Результаты моделирования представлены на рисунках 1, 2 в виде синтетических диаграмм распределения плотности вещества диска и энтропии. Была обнаружена прецессия диска с периодическими спиральными, вызванная резонансом орбитальных периодов (2:1) и передачей избыточного углового момента диска в стационарном состоянии. На рисунке 1а хорошо видна спиральная волна прецессионного типа в центральной части

диска. Благодаря гидродинамическому решению четко видны обороты спирали. Также прослеживаются рукава приливной спиральной волны справа и слева, наличие которых может быть определено по появлению двухпиковых спектров (по числу спиральных волн) за каждый орбитальный период на кривых блеска ТДС, тем самым приливное взаимодействие между компонентами системы связывает двойственность звезд со свойствами околовзвездных дисков [7].

Части диска, соответствующие наибольшим значениям плотности на рисунке распределения плотностей в относительных единицах (красные точки), имеют наименьшую энтропию, что видно из рисунка 1б. График радиального распределения энтропии показывает большую упорядоченность системы в средней части диска (показано черным цветом, соответствующим меньшему значению энтропии). В дальнейшем процессы передачи избыточного углового момента диска приводят к перераспределению потоков с возможным увеличением турбулентности и повышению энтропии (показано сиреневым цветом). Из-за перераспределения углового момента в ходе диссипативных процессов происходит радиальное движение вещества. Угловой момент переносится наружу и, таким образом, поток массы внутрь. Среди многих предложенных механизмов переноса углового момента вязкое напряжение считается одним из наиболее вероятных процессов. Часть вещества отводится наружу, унося и передавая избыток углового момента в соответствии с [8]:

$$J = mr\nu \text{ и } J = \sqrt{GMm}\sqrt{r}.$$

Другая часть при продолжающемся увеличении энтропии (показано синим и голубым цветом) движется к гравитирующему центру с последующей акрецией. Таким образом, вязкостные диссипативные процессы превращают исходную равновесную газовую конфигурацию вещества, входящего в среднюю часть диска, в аккреционный диск.

Для точек, находящихся в координатной плоскости XOZ на расстоянии 0,17-0,18 радиусов Солнца от центра масс со стороны коричневого карлика, были рассчитаны более высокие значения плотности (рисунок 2а, показано цветной стрелкой), что на графиках в плоскости XOY соответствует точкам цветной линии (рисунок 2б), указывающей на положение спиральной волны, сформировавшейся в результате наложения прецессионных и приливных процессов (цветная стрелка 1), но в большей мере демонстрирующей

возможное положение горячей линии либо горячего пятна, образующихся в результате формирования ударной волны либо ударного взаимодействия струи вещества с аккреционным диском (цветная стрелка 2).

Результаты моделирования совпадают с наблюдательными данными (Amantayeva, 2021: 16) указывающими на несинхронное вращение компонентов тесной двойной системы и наличие резонанса орбитальных периодов белого и коричневого карликов. Звезды меняют свою взаимную локацию, следствием чего является появление на диске приливного горба, который движется с той же угловой скоростью, что и более массивная звезда, но с запаздыванием по фазе из-за наличия неконсервативных процессов.

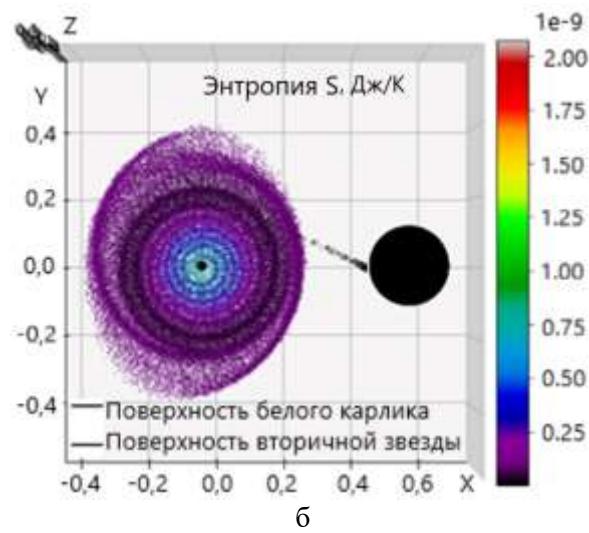
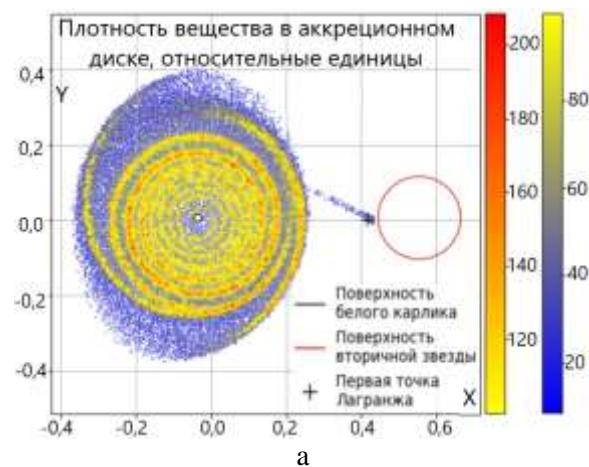
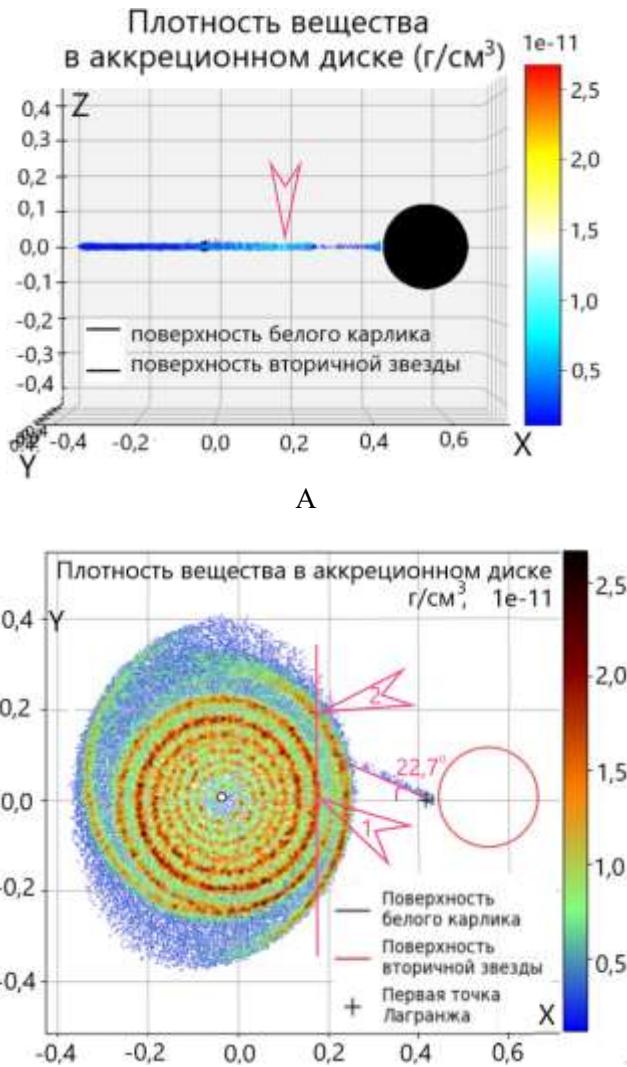


Рисунок 1 – Распределение плотности вещества (а) и энтропии (б) в аккреционном диске



**Рисунок 2** – Распределение плотности в аккреционном диске в плоскостях XOZ(а) и XOY (б)

Из точки Лагранжа  $L_1$  частицы вылетают с малой скоростью

$$\begin{aligned}
 v &= 0,03\sqrt{G(M_1 + M_2)/A} = \\
 &= 0,03\sqrt{G(M_1 + M_2)/A} = \\
 &= 0,03\sqrt{6,6743 \times 10^{-11} \times (0,85 + 0,048)} = \\
 &= 0,03\sqrt{1,98892 \times 10^{30}/4,1084 \times 10^8} = \\
 &= 0,03\sqrt{2,901527 \times 10^{11}} = 1,61597 \times 10^4 \text{ м/с} = \\
 &= 16,1597 \text{ км/с}
 \end{aligned}$$

При удалении частиц от точки Лагранжа  $L_1$  сила притяжения белого карлика способствует увеличению их скорости, которая возрастает до сверхзвуковых значений.

Струя вещества, на которую действует сила Кориолиса, образует угол с линией, соединяющей центры звезд. В соответствии с работой [9] выражение для угла отклонения струи представлено следующим образом

$$\cos(2\nu_s) = \left(-\frac{4}{3}\right) A^{-1} + \sqrt{1 - \frac{8}{9}A^{-1}},$$

где

$$A = \frac{\mu}{|X_{L1}-1+\mu|^3} + \frac{1-\mu}{|X_{L1}+\mu|^3},$$

$$\mu = \frac{M_D}{M_D+M_C},$$

где  $M_D$  – это масса белого карлика  $M_1$  (detached component - обособленного компонента),  $M_C$  – масса коричневого карлика  $M_2$  (contact component – контактного компонента).

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{M_D}{M_D+M_C} = \frac{M_1}{M_1+M_2} = \\
 &= \frac{0,85M_\odot}{0,85M_\odot+0,048M_\odot} = 0,9465.
 \end{aligned}$$

При этом  $X_{L1}$  – координата точки Лагранжа  $L_1$  ( $X_{L1}, 0, 0$ ) в системе координат с началом в центре масс системы. Абсцисса точки  $L_1$  определяется по уравнению

$$X_{L1} + \frac{\mu}{|X_{L1}-1+\mu|^2} - \frac{1-\mu}{|X_{L1}+\mu|^2} = 0.$$

$$X_{L1} + \frac{0,9465}{|X_{L1}-1+0,9465|^2} - \frac{1-0,9465}{|X_{L1}+0,9465|^2} = 0.$$

Решение данного уравнения для случая EZ Lyn (SDSS J080434.20+510349.2) дает  $X_{L1} = -0,7068$ .

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\mu}{|X_{L1}-1+\mu|^3} + \frac{1-\mu}{|X_{L1}+\mu|^3} = \\
 &= \frac{0,9465}{|-0,7068-1+0,9465|^3} + \\
 &+ \frac{1-0,9465}{(-0,7068+0,9465)^3} = 6,0289
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos(2\nu_s) &= \left(-\frac{4}{3}\right) A^{-1} + \sqrt{1 - \frac{8}{9}A^{-1}} = \\
 &= \left(-\frac{4}{3}\right) 6,0289^{-1} + \\
 &+ \sqrt{1 - \frac{8}{9}6,0289^{-1}} = 0,7022.
 \end{aligned}$$

$$2\nu_s = \arccos 0,7022 = \pm 45,396^\circ$$

$$\nu_s = \pm 45,396^\circ/2 = \pm 22,7^\circ.$$

Угол отклонения струи зависит только от соотношения масс компонентов тесной двойной системы (ТДС)  $\nu_s = f(q)$ , где  $q = \frac{M_2}{M_1}$ . Графическое представление этой зависимости показано в работе [10], здесь – на рисунке 3. Можно видеть,

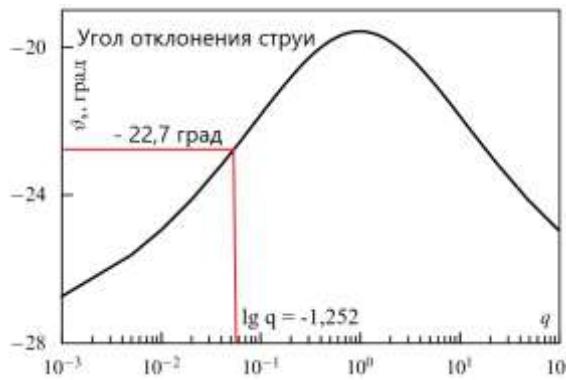
что угол поворота струи лежит в диапазоне от  $-28,4^\circ$  до  $-19,5^\circ$ .

Для рассматриваемой системы

$$q = \frac{M_2}{M_1} = \frac{0,048}{0,85} = 0,056;$$

$$\lg q = \lg 0,056 = -1,252.$$

Графическое решение задачи нахождения угла отклонения струи (рисунок 3) дает значение  $v_s = 22,7^\circ$ , что полностью совпадает с решенным аналитически согласно [9].



**Рисунок 3** – Зависимость угла отклонения струи от соотношения масс компонентов ТДС

Полученный двумя методами угол отклонения струи  $v_s = 22,7^\circ$  нанесен на графический результат моделирования SPH-методом (рисунок 2б), на котором изображения точек дают тангенс наклона траектории, соответствующий большему углу ( $\approx 27^\circ$ ), что может быть результатом взаимодействия струи с неаккреционированным газом, за время которого струя успевает повернуться на чуть больший угол.

В случае круговой орбиты и синхронно вращающейся вторичной звезды обобщение Ньютона третьего закона Кеплера дает взаимосвязь параметров орбиты (орбитального периода в часах и расстояния между звездами в см) с относительными массами звезд [9]:

$$P_{orb}^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G[M(1)+M(2)]};$$

$$a = 3,53 \times 10^{10} M_1^{\frac{1}{3}} (1 + q)^{\frac{1}{3}} P_{orb}^{\frac{2}{3}} \text{ (час) см},$$

где  $M_1(1) = M(1)/M_\odot$ . Тогда в случае EZ Lyn (SDSS J080434.20+510349.2) расстояние между звездами-компаньонами:

$$a = 3,53 \times 10^{10} \times 0,85^{\frac{1}{3}} (1 + 0,056)^{\frac{1}{3}} (1,411)^{\frac{2}{3}} = 4,284 \times 10^{10} \text{ см}$$

Расстояние между звездами ТДС по результатам моделирования кривых блеска [6] рассчитано, как

$$a = 0,59 R_\odot = 0,59 \times 6,9598 \times 10^{10} \text{ см} = 4,106 \times 10^{10} \text{ см}.$$

Коричневый карлик совершает  $2\pi$  оборот за период  $P=5079,6$  с, тем самым имея относительную скорость

$$v_{\text{отн}} = \frac{2\pi a}{P} = \frac{2 \times 3,14 \times 4,106 \times 10^5 \text{ км}}{5079,6 \text{ с}} = 507,63 \text{ км/с.}$$

Если радиус белого карлика  $R_{WD} = 0,0094 R_\odot$ , то диаметр

$$D_{WD} = 0,0188 R_\odot = 0,0188 \times 6,9598 \times 10^5 \text{ км} = 13084,42 \text{ км.}$$

Тогда время входа или выхода белого карлика из фазы затмения

$$t_{\text{вх/вых}} = \frac{D_{WD}}{v_{\text{отн}}} = \frac{13084,42 \text{ км}}{507,63 \text{ км/с}} = 25,775 \text{ с.}$$

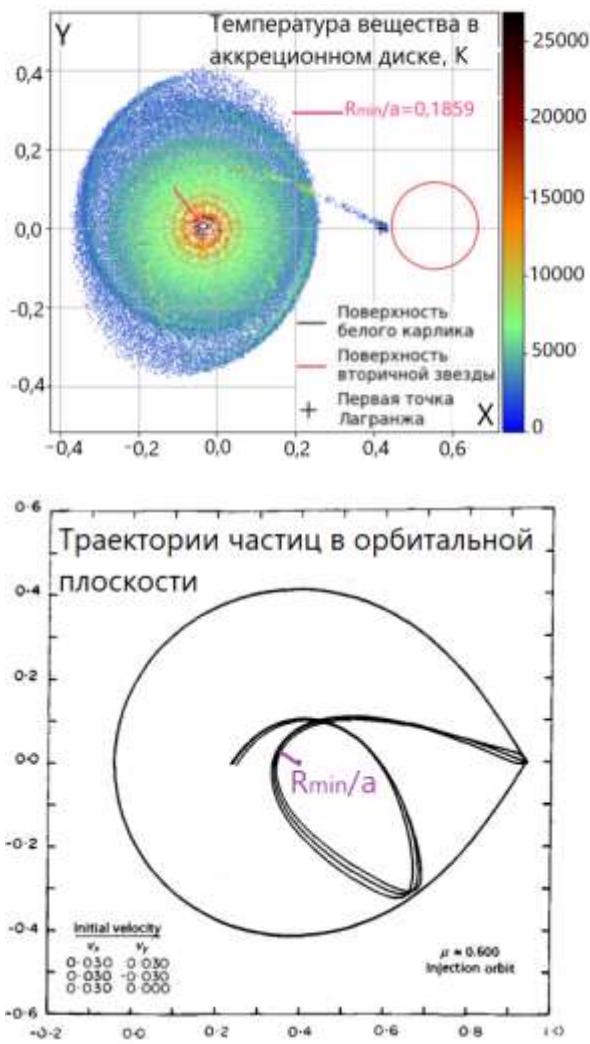
На рисунке 4а представлен разброс температур в аккреционном диске по результатам моделирования. Можно видеть, что частицы покидают точку Лагранжа  $L_1$  с меньшими температурами ( $\approx 2000$  К, показано синим цветом), которые по мере движения возрастают ( $\approx 5000$  К, голубые точки струи). Входящие в диск частицы струи ( $\approx 9000$  К, зеленым цветом) имеют еще более высокую температуру, благодаря чему можно наблюдать их характерные траектории, представленные в работе [12], здесь – на рисунке 4б. Разогрев диска связан с кинетическим ударом частицами звездного ветра, движущимися со сверхзвуковыми скоростями, и формированием ударной волны. Средняя часть диска разогрета до порядка 10000 К.

Наименьшее достижимое расстояние  $R_{min}$  между траекториями частиц и центром аккретора при отношениях масс  $0,05 < q < 1$  определяется следующим образом

$$\frac{R_{min}}{a} = 0,0488 q^{-0.464}$$

$$\frac{R_{min}}{a} = 0,0488 q^{-0.464} = 0,0488 \times 0,056^{-0.464} = 0,1859$$

Найденное значение  $\frac{R_{min}}{a} = 0,1859$  с возможной точностью указано на рисунке 4а (розовый отрезок) и совпадает с соответствующими точками траектории частиц, выброшенных из точки Лагранжа  $L_1$ . Дальнейшее радиальное движение частиц определяет температуру аккреционного диска. Движущиеся наружу частицы постепенно снижают свою температуру, и, наоборот, в дальнейшем аккрецируемые белым карликом частицы при движении к нему увеличивают свою температуру.



**Рисунок 4** – Распределение температуры в аккреционном диске (а) и траектории частиц (б)

В нашем случае радиус белого карлика равен  $R_{WD} = 0,0094R_{\odot}$ , а  $a = 0,59R_{\odot}$ . Тогда  $R_{min}$  в радиусах Солнца будет равно

$$R_{min} = 0,1859a = 0,1859 \times 0,59R_{\odot} = 0,1097R_{\odot}$$

Можно видеть, что  $R_{min} > R_{WD}$ . Это означает, что струя вещества, испущенного из точки Лагранжа

$L_1$ , огибая аккретор, движется по криволинейной траектории до той части диска, где потеря кинетической энергии компенсируется нарастанием потенциальной энергии притяжения к белому карлику, в результате чего частицы «возвращаются» в аккреционный диск так, что их траектории пересекают саму себя в определенной точке (рисунки 2а, 2б).

Также из рисунка 2а можно наблюдать, что температуры частиц, образующих две приливные волны, неодинаковы. Более высокие температуры характерны для частиц приливной волны со стороны звезды-донора. Наблюдательные данные дают значения равновесной температуры стационарных аккреционных дисков в ТДС порядка  $10^4$  К, что согласуется с результатами моделирования.

Результаты гидродинамического моделирования по методу SPH совпадают с газодинамическими методами (Fridman, 2008: 26), согласно которым горячие диски с температурой порядка  $10^5$ - $10^6$  К в полуразделенных двойных системах имеют эллиптическую форму с одним рукавом приливной спиральной волны, тогда как более плотные холодные диски ( $10^4$  К) практически имеют круговую форму с двумя рукавами. В случае системы EZ Lyn температура соответствует случаю холодного диска круглой формы с двумя рукавами приливной волны, а разница в их температуре, соответственно, и в лучеиспускании должна отразиться на разнице в максимумах супергорбов, ожидаемых примерно на половине орбитального периода.

Авторы [13] предлагают непрозрачность среды определять через зависимость константы поглощения от основных параметров плотности и температуры при различных механизмах поглощения излучения (таблица 1):

$$k = k_i \rho^a T^b.$$

**Таблица 1** – Значения постоянных для определения коэффициента поглощения

Механизм процесса поглощения излучения	$k_i$	$a$	$b$
Поглощение на молекулах водорода	$10^{-8}$	2/3	3
Поглощение на атомах водорода	$10^{-36}$	1/3	10
Связно-свободные и свободно-свободные переходы электронов	$1,5 \times 10^{20}$	1	-5/2
Поглощение при рассеянии электронов	0,348	0	0

Значения плотностей и температур частиц, полученные при моделировании, подставлялись в выражения для каждого из предложенных механизмов для получения графической зависимости константы поглощения от температуры (рисунок 5а). Таким образом определялся температурный интервал наиболее вероятного механизма поглощения излучения (рисунок 5б). Частицы в средней части аккреционного диска имеют температуры порядка 7500 К (рисунок 4а). Невысокие температуры аккреционного диска обуславливают поглощение излучения, в основном, при абсорбции на молекулах (рисунок 5, красным) и атомах водорода (рисунок 5, зеленым).

Коэффициент поглощения зависит от многих параметров, но наиболее значительное воздействие на механизм поглощения оказывает температура. На рисунке 5 красным участком до точки пересечения с зеленой прямой показана область поглощения излучения на молекулах водорода, что соответствует температуре до 3000 К ( $\lg T \approx 3,5$ ). Начиная с пересечения этих прямых и, соответственно, с температуры порядка 3000 К (температура атомизации водорода) наблюдается поглощение атомами водорода (зеленый участок).

При температурах порядка 7900 К ( $\lg T \approx 3,9$ ), при которых весь водород находится в атомарном и, частично, ионизированном состоянии, зеленый участок зависимости на рисунке 5 имеет, причем практически в одном температурном диапазоне, пересечение с участком, ответственным за поглощение при ионизации водорода и поглощение на свободных электронах (показано синим), и с участком, свидетельствующим о томсоновском рассеянии электромагнитного излучения на заряженных частицах (показано черным). При температуре порядка 10000 К ( $\lg T \approx 4$ ) весь водород находится в ионизированном состоянии. Таким образом, можно сделать вывод о смене механизма поглощения излучения. При этом заряженные частицы, в основном, представлены свободными электронами.

Таким образом, аккрецируемый газовый поток, в основном, состоит из атомов водорода, который частично ионизируется. Полной ионизации подвергается часть потока, которая переходит в зону необратимого сближения с первичной звездой, в дальнейшем ею поглощаемая.

Представление о звезде, как политропном шаре, дает возможность использовать политропное уравнение для описания характеристик аккреционного диска.

$$P = K\rho^\gamma = K\rho^{1+\frac{1}{n}}$$

– уравнение состояния газа при условии, что теплоемкость газа постоянная, а внутренняя энергия – линейная по температуре функция [14].

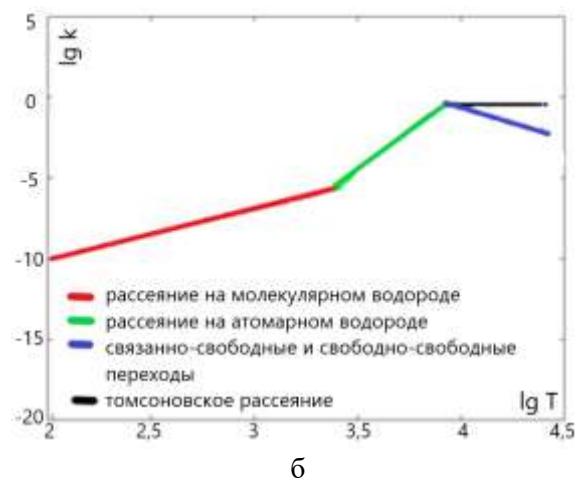
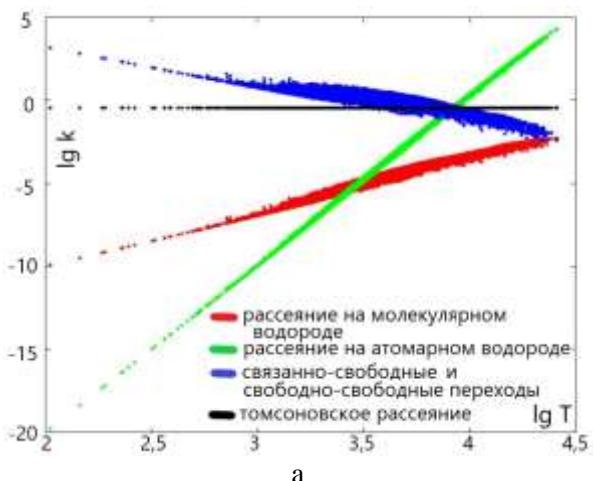


Рисунок 5 – Температурная зависимость коэффициента поглощения

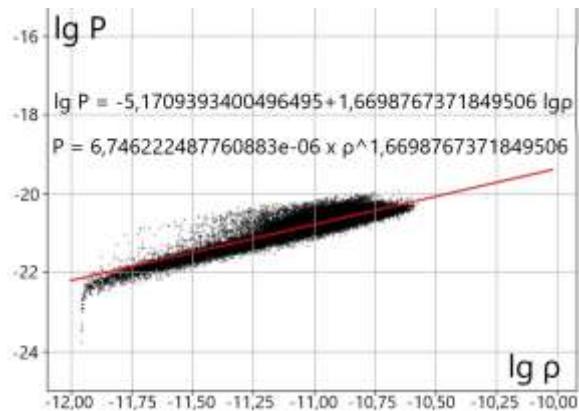


Рисунок 6 – Политропная зависимость между давлением и плотностью SPH-частиц

Полученные результаты по составу аккреционного диска подтверждают правомерность принятия для метода SPH значения показателя политропы  $\gamma=1,67$  и индекса политропы  $n = 1,5$ , характерное для одноатомных газов (рисунок 6). При этом надо понимать, что указанное термодинамическое выражение не является уравнением состояния, определяющим давление, как функцию плотности. В зависимости от расположения частиц метода SPH на шкале радиусов меняется их плотность, давление также будет зависеть от радиуса, то есть локации частиц, что и демонстрирует данная зависимость.

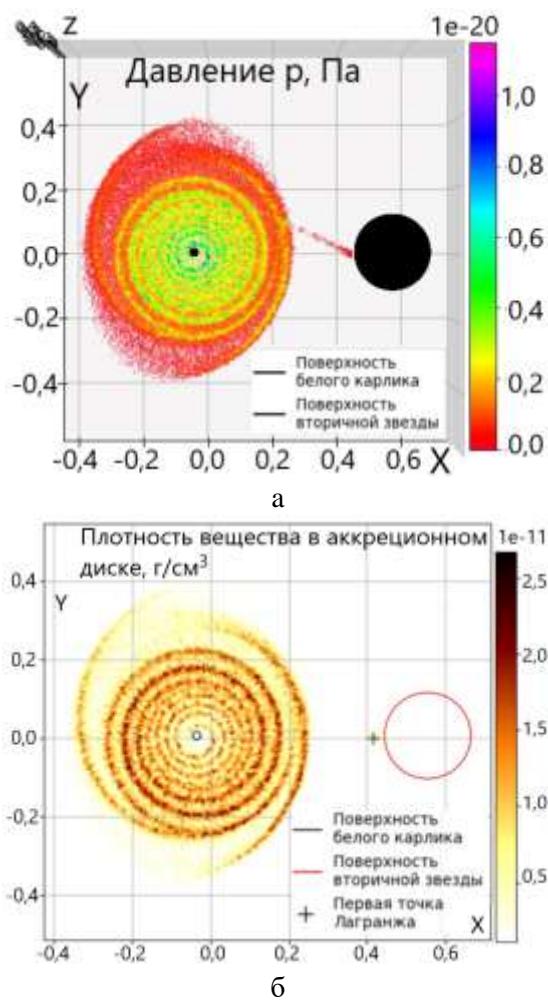


Рисунок 7 – Распределение давления (а) и плотности вещества (б) в аккреционном диске

Согласно политропному уравнению распределение зон повышенного давления совпадает с распределением областей с повышенной плотностью аккреционного диска, при этом, если рассмотреть спираль прецессионной волны в центральной части диска на синтетических диаграммах распределения давления (рисунок 7а) и плот-

ности (рисунок 7б), то можно увидеть, что она состоит из двух спиралей - одна из них со средней части диска против часовой стрелки увлекает вещество к белому карлику, который в дальнейшем это вещество аккрецирует. Вторая спираль также со средней части диска против часовой стрелки увлекает вещество к наружной части диска, в область межзвездного газа с дальнейшей декрецией. Этот графический результат моделирования демонстрирует процессы переноса избытка углового момента через сближение вещества внутренних частей диска с первичной звездой, а, значит, уменьшение их углового момента. Частицы же, увеличивающие при своем движении к наружной части диска угловую момент, в дальнейшем покидают систему, передавая избыток углового момента газу межкомпонентной оболочки. При этом частицы движутся по спиральным траекториям согласно принятым в гидродинамике положениям.

Процессы постоянной потери частицами аккреционного диска углового момента подтверждаются анализом распределения внутренней энергии системы. Согласно уравнению Бернули

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \times \frac{P}{\rho} - \frac{GM}{r} = \text{const}$$

полная удельная энергия, состоящая из кинетической удельной энергии, давления и удельной энергии положения в поле двух звезд, в каждой отдельно взятой точке является постоянной величиной, что можно видеть из рисунка 8а. Возрастание полной энергии характерно для частиц, расположенных на расстоянии примерно 0,15a от центра звезды-аккретора, которые, приближаясь к гравитирующему центру, все более увеличивают кинетическую составляющую энергии, а затем перетекают на звезду 1, что подтверждается и распределением скоростей частиц в аккреционном диске (рисунок 8б), аналогичным распределению полной энергии.

Изменение скорости частиц при изменении расстояния до белого карлика показано на рисунке 9. Там же показаны соответствующие кеплеровские скорости, найденные [8], как

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Можно видеть, что скорость движения вещества в аккреционном диске с удалением от звезды-аккретора все более снижается по сравнению с вычисленной (красная линия на рисунке 9), отклоняясь от случая кеплеровского вращения,

когда соблюдается равновесие между гравитационным притяжением белого карлика и центробежной силой вращающегося диска.

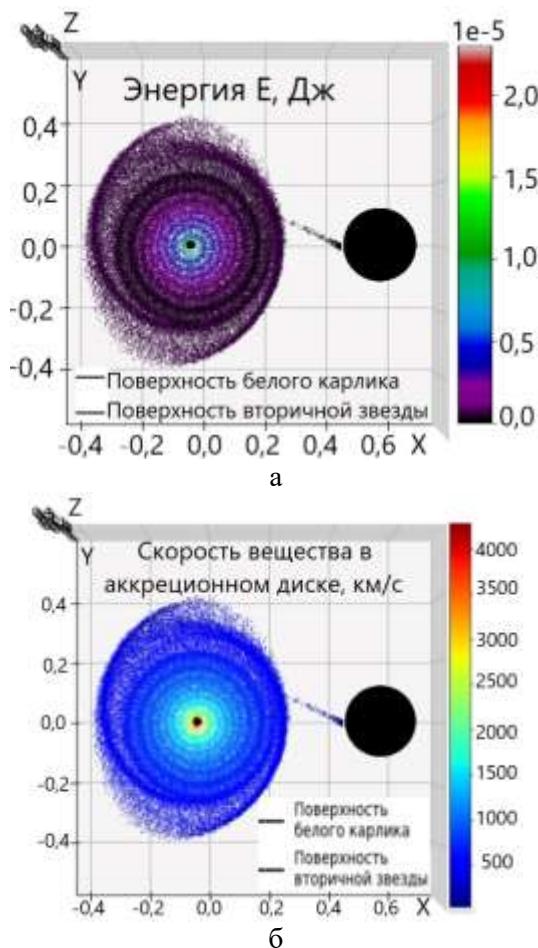


Рисунок 8 - Распределение полной энергии (а) и скорости вещества (б) в аккреционном диске

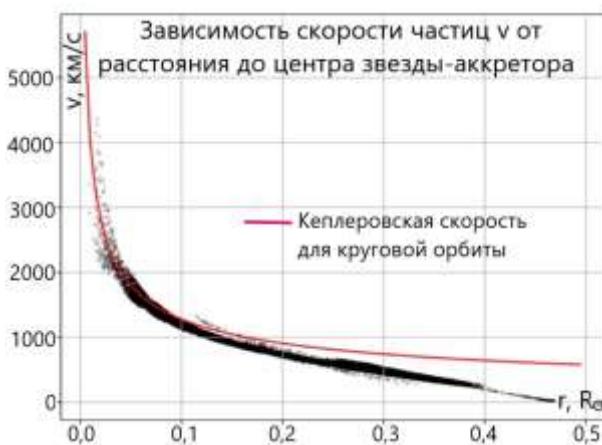


Рисунок 9 - Скорости частиц в аккреционном диске

Высокое давление газа аккреционного диска приводит к производству вязкой энтропии (рису-

нок 10), когда вращение частиц газа сопровождается трением, что нарушает кеплеровское вращение, переводит часть гравитационной энергии частиц в тепло также и из-за явлений турбулентности. То есть, наблюдаются два параллельных явления – вынос углового момента вращения наружу, сопровождающийся упорядочением радиального потока и уплощением диска, а также явления турбулентности и соответствующее перераспределение гравитационной энергии. Эти процессы приводят к разогреву аккреционного диска и его тепловому излучению. Помимо трения в качестве механизма уноса углового момента и энергии из двойной системы обсуждается излучение системой гравитационных волн [15].

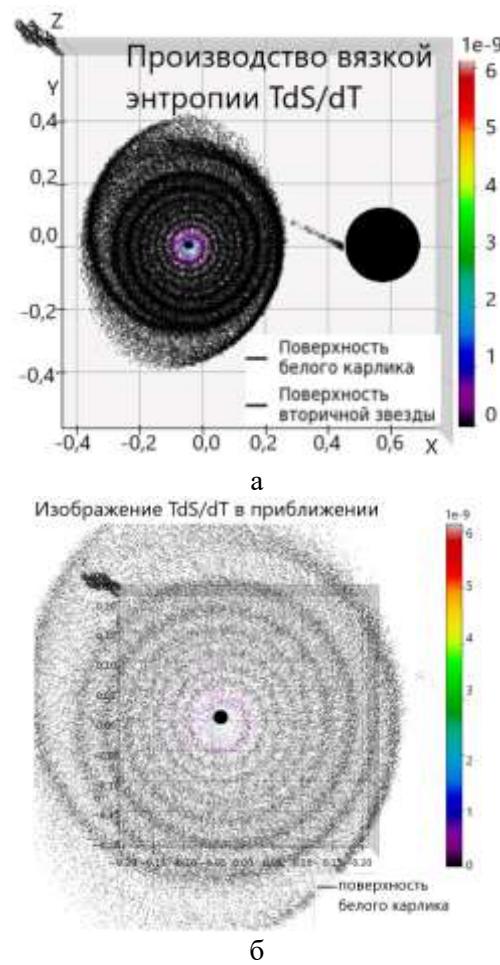


Рисунок 10 - Перераспределение энергии частиц при вязком трении

Как видно из рисунка 11, проекции скорости  $v_x$  и  $v_y$  имеют максимальные значения, похожие на логарифмическую зависимость, с постепенным увеличением при уменьшении расстояния до звезды-аккретора примерно до  $0,1R_\odot$  и дальнейшим резким ростом проекции скорости при приближении к белому карлику, что демонстрирует

увеличение сил гравитации при уменьшении расстояния до него. При этом графическая зависимость от расстояния составляющей  $v_z$  имеет веерообразную форму, с сопоставимыми значениями максимальных скоростей в интервале  $0,2\text{--}0,3R_\odot$  и снижением значений при уменьшении и увеличении расстояния вне указанного интервала.

Составляющая скорости  $v_z$  значительно меньше составляющих  $v_x$  и  $v_y$ , что говорит о преимущественном движении частиц в плоскости диска, причем на расстоянии меньше  $0,1R_\odot$  и больше  $0,4R_\odot$  от первичной звезды составляющая  $v_z$  практически сходит на нет. При этом на расстоянии меньше  $0,1R_\odot$  составляющие  $v_x$  и  $v_y$  резко увеличивают максимальные значения от 1000 км/с до 4000 км/с при приближении к белому карлику. Это может характеризовать частицы на этих расстояниях, как падающие на аккретор. Следует сказать, что все рассматриваемые в данной работе свойства для частиц, находящихся ближе  $0,1R_\odot$  от первичной звезды, резко отличаются от свойств частиц, находящихся дальше  $0,1R_\odot$ . Составляющие скоростей для частиц, находящихся на расстояниях больше  $0,4R_\odot$  от аккретора, значительно снижают свои значения, что может говорить о принадлежности их к декрецируемой части вещества.

Графическая зависимость от расстояния до звезды-аккретора составляющих скорости  $v_x$  и  $v_y$  имеет несколько «полосатый» вид, что может свидетельствовать о дискретности некоторых значений скоростей или о меньшем количестве частиц на некоторых расстояниях, которые чередуются с областями большего количества частиц или частиц с большим значением некоторых проекций скорости  $v_x$  и  $v_y$ . При большой схожести графики  $v_x = f(r)$  и  $v_y = f(r)$  на большом удалении от центра звезды-аккретора начинают вести себя по-разному. Интересным является характер зависимости  $v_x$  при  $r > 0,325R_\odot$ , когда отсутствуют частицы с нулевыми и малыми скоростями, порядка 100–200 км/с. На эту область расстояний приходятся точки, относящиеся к возможному положению горячей линии ударного взаимодействия струи вещества, перетекающего в аккреционный диск. Для этих точек составляющая скорости по оси ОХ, получается, не может принимать значений, близких к нулю. Симметричность графических зависимостей проекций скорости относительно линий нулевых скоростей  $v_x = 0, v_y = 0, v_z = 0$  говорит о том, что частицы врачаются практически по круговой орбите.

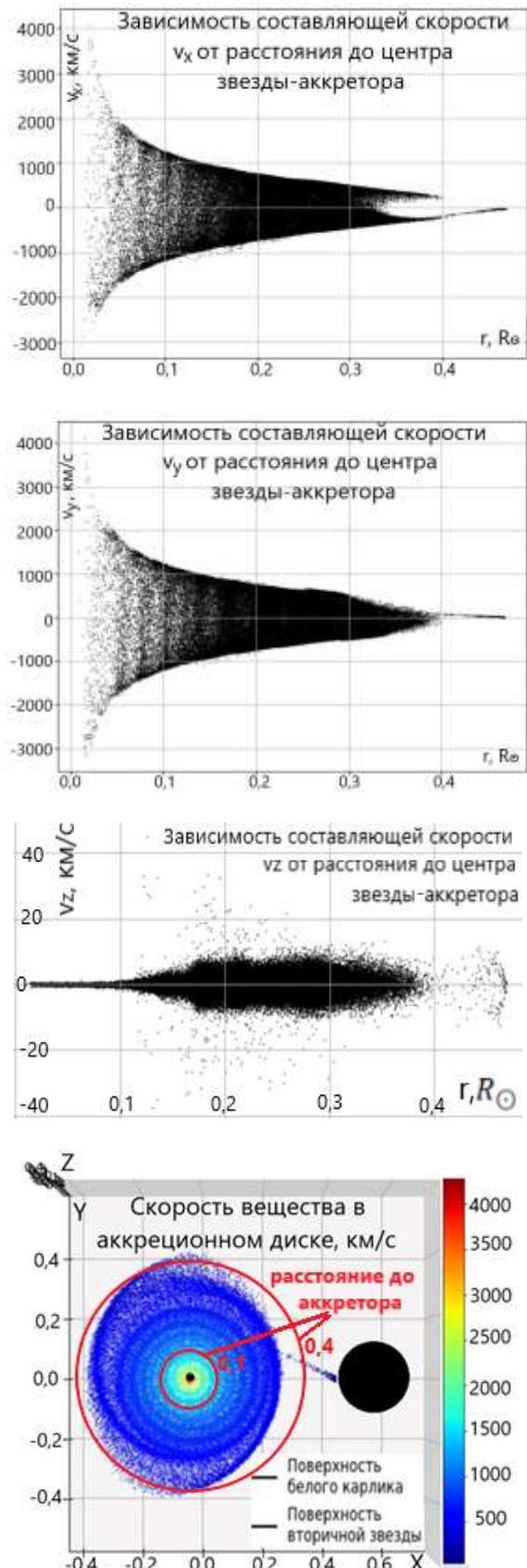


Рисунок 11 – Разложение скорости на составляющие  $v_x, v_y, v_z$

Обсуждение полученных в результате моделирования данных демонстрирует их физический смысл и сходимость с наблюдательными данными, что является свидетельством успешного применения SPH модели для изучения катализмических переменных на этапе поздней эволюции. Подробная геометрия и структура аккреционного диска могут быть использованы для объяснения особенностей фотометрических и спектральных данных [16], а также расчета явлений теплопередачи и массопереноса.

## Заключение

Катализмические переменные - взаимодействующие двойные с первичной звездой белым карликом и вторичной звездой главной последовательности позднего типа (К-М) или коричневым карликом. Заполнившая свою полость Роша

вторичная звезда теряет вещество через внутреннюю точку Лагранжа L1 с образованием аккреционного диска вокруг белого карлика, слабое магнитное поле которого не может этому препятствовать [17]. Моделирование параметров аккреционного диска таких систем играет большую роль в объяснении наблюдаемых кривых блеска и спектральных характеристик.

Для обоснования наблюдательных данных кривых блеска и спектров излучения применяются различные подходы: Particle-in-Cell [18], модель Уилсона-Девинни [19].

## Благодарность

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан, грант № АР19678376.

## Литература

- 1 Springel V. Smoothed Particle Hydrodynamics in Astrophysics // Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics. – 2010. – Vol. 48. – P.391-430. DOI 10.1146/annurev-astro-081309-130914.
- 2 Röpke F.K., De Marco O. Simulations of common-envelope evolution in binary stellar systems: physical models and numerical techniques // Living Reviews in Computational Astrophysics. – 2023. – Vol. 9, no. 1. – Article id. 2. – DOI: 10.1007/s41115-023-00017-x.
- 3 Liu M.B., Liu G.R. Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2010. – Vol. 17. – P. 25–76. – DOI: 10.1007/s11831-010-9040-7.
- 4 Monaghan J.J. Smoothed particle hydrodynamics // Reports on Progress in Physics. – 2005. – Vol. 68, no. 8. – P. 1703. – DOI: 10.1088/0034-4885/68/8/R01.
- 5 Miroshnichenko A.S., Danford S., Zharikov S., Aarnio A., Prendergast P., Khokhlov S.A., Gabitova I.A., Amantayeva A., Vaidman N.L., Baktybayev S.S., Andronov I.L., Chinarova L.L., Usenko I.A. A variety of binary targets for small telescopes // Contributions of the Astronomical Observatory Skalnate Pleso. – 2024. – Vol. 54, no. 2. – P. 47–57. – DOI: 10.31577/caosp.2024.54.2.47.
- 6 Amantayeva A., Zharikov S., Page K.L., Pavlenko E., Sosnovskij A., Khokhlov S., Ibraimov M. Period Bouncer Cataclysmic Variable EZ Lyn in Quiescence // The Astrophysical Journal. – 2021. – Vol. 918. – Article id. 58 (16 pp). – DOI: 10.3847/1538-4357/ac0e36.
- 7 Gabitova I.A., Miroshnichenko A.S., Zharikov S.V., Amantayeva A., Khokhlov S.A. Doppler Tomography of the Circumstellar Disk of the Be Star κ Draconis // Galaxies. – 2024. – Vol. 12, no. 3. – Article id. 23. – DOI: 10.3390/galaxies12030023.
- 8 Hellier C., Vermeris W. Cataclysmic Variable Stars – How and Why They Vary. – London: Springer-Verlag, 2001. – 210 p. – ISBN: 978-1-85233-211-2.
- 9 Lubow S.H., Shu F.H. Gas Dynamics of Semidetached Binaries // The Astrophysical Journal. – 1975. – Vol. 198. – P. 383–405. – URL: <https://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1975ApJ...198..383L>.
- 10 Fridman A.M., Bisikalo D.V. The nature of accretion disks of close binary stars: over-reflection instability and developed turbulence // Physics – Uspekhi. – 2008. – Vol. 51, no. 6. – P. 551–576. – DOI: 10.1070/PU2008v05n06ABEH006583.
- 11 Warner B. Cataclysmic Variable Stars. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. – ISBN: 978-0521542098. – DOI: 10.1017/CBO9780511586491.
- 12 Flannery B.P. The Location of the Hot Spot in Cataclysmic Variable Stars as Determined from Particle Trajectories // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 1975. – Vol. 170. – P. 325–331. – DOI: 10.1093/mnras/170.2.325.
- 13 Bell K.R., Lin D.N.C. Using FU Orionis Outbursts to Constrain Self-Regulated Protostellar Disk Models // The Astrophysical Journal. – 1994. – Vol. 427. – P. 987 (38 pp). – DOI: 10.1086/174206.
- 14 Christodoulou D.M., Kazanas D. Exact Axisymmetric Solutions of the 2-D Lane-Emden Equations with Rotation // Journal of Modern Physics. – 2016. – Vol. 7. – P. 2177–2187. – DOI: 10.4236/jmp.2016.715189.

- 15 Postnov K.A., Yungelson L.R. The Evolution of Compact Binary Star Systems // Living Reviews in Relativity. – 2014. – Vol. 17, no. 3. – P. 1–166. – URL: <http://www.livingreviews.org/lrr-2014-3>.
- 16 Miroshnichenko A.S., Chari R., Danford S., Prendergast P., Aarnio A.N., Andronov I.L., Chinarova L.L., Lytle A., Amantayeva A., Gabitova I.A., Vaidman N.L., Baktybayev S.S., Khokhlov S.A. Searching for Phase-Locked Variations of the Emission-Line Profiles in Binary Be Stars // Galaxies. – 2023. – Vol. 11, no. 4. – Article id. 83.
- 17 Subebekova G., Zharikov S., Tovmassian G., Neustroev V., Wolf M., Hernandez M.-S., Kucáková H., Khokhlov S. Structure of accretion flows in the nova-like cataclysmic variable RW Tri // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2020. – Vol. 497, no. 2. – P. 1475–1487. – DOI: 10.1093/mnras/staa2091.
- 18 Du Plessis L., Venter C., Harding A.K. Towards modelling AR Sco: generalized particle dynamics and strong radiation-reaction regimes // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2024. – Vol. 532, no. 4. – P. 4408–4428. – DOI: 10.1093/mnras/stae1791.
- 19 Kallrath J. Fifty Years of Eclipsing Binary Analysis with the Wilson–Devinney Model // Galaxies. – 2022. – Vol. 10. – Article id. 17. – DOI: 10.3390/galaxies10010017.

## References

- 1 V. Springel, Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics, 486 391–430 (2010).
- 2 F.K. Röpke and O. De Marco, Living Reviews in Computational Astrophysics 9, 2 (2023).
- 3 M.B. Liu and G.R. Liu, Archives of Computational Methods in Engineering 17, 25–76 (2010). <https://doi.org/10.1007/s11831-010-9040-7>
- 4 J.J. Monaghan, Reports on Progress in Physics 68, 1703 (2005). <https://doi.org/10.1088/0034-4885/68/8/R01>
- 5 A.S. Miroshnichenko, S. Danford, et al, Contributions of the Astronomical Observatory Skalnate Pleso 54, 47–57 (2024).
- 6 A. Amantayeva, S. Zharikov, K. L. Page, E. Pavlenko, A. Sosnovskij, S. Khokhlov, and M. Ibraimov, The Astrophysical Journal 918, 58 (2021). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac0e36>
- 7 I.A. Gabitova, A. S. Miroshnichenko, S. V. Zharikov, A. Amantayeva, and S. A. Khokhlov, Galaxies 12, 23 (2024). <https://doi.org/10.3390/galaxies12030023>
- 8 C. Hellier and W. Vermerris, Springer-Verlag London, 210 pp. (2001). ISBN: 978-1-85233-211-2
- 9 S.H. Lubow and F. H. Shu, The Astrophysical Journal 198, 383–405 (1975).
- 10 A.M. Fridman and D.V. Bisikalo, Physics - Uspekhi 51, 551–576 (2008).
- 11 B. Warner, Cambridge University Press, United Kingdom (2003). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511586491>
- 12 B.P. Flannery, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 170, 325–331 (1975).
- 13 K.R. Bell and D.N.C. Lin, The Astrophysical Journal 427, 987 (1994). <https://doi.org/10.1086/174206>
- 14 D.M. Christodoulou and D. Kazanas, Journal of Modern Physics 7, 2177–2187 (2016).
- 15 K.A. Postnov and L. R. Yungelson, Living Reviews in Relativity 17, 3 (2014).
- 16 A.S. Miroshnichenko, R. Chari, S. Danford, P. Prendergast, A. N. Aarnio, I. L. Andronov, L. L. Chinarova, A. Lytle, A. Amantayeva, I. A. Gabitova, N. L. Vaidman, S. S. Baktybayev, and S. A. Khokhlov, Galaxies 11, 83 (2023).
- 17 G. Subebekova, S. Zharikov, G. Tovmassian, V. Neustroev, M. Wolf, M.-S. Hernandez, H. Kucáková, and S. Khokhlov, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 497, 1475–1487 (2020).
- 18 L. Du Plessis, C. Venter, and A. K. Harding, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 532, 4408–4428 (2024). <https://doi.org/10.1093/mnras/stae1791>
- 19 J. Kallrath, Galaxies 10, 17 (2022). <https://doi.org/10.3390/galaxies10010017>

### История статьи:

Поступила 05 февраля 2025

Принята 11 марта 2025

### Мақала тарихы:

Түсті – 05.02.2025

Қабылданды – 11.03.2025

### Информация об авторах:

1. Агишева Алмагуль Абилькаировна – магистрант, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан, e-mail: [alma76@bk.ru](mailto:alma76@bk.ru)

2. Хохлов Серик Анатольевич – PhD, и.о. профессора кафедры Электроники и астрофизики Казахский национальный университет, г. Алматы, Казахстан, e-mail: [skhokh88@gmail.com](mailto:skhokh88@gmail.com)

3. Агишев Алмансур Талгатович (автор-корреспондент) – докторант Казахский национальный университет, г. Алматы, Казахстан, e-mail: [agishev\\_almansur2@live.kaznu.kz](mailto:agishev_almansur2@live.kaznu.kz)

### Авторлар туралы мәлімет:

1. Агишева Алмагул Абилькаировна – магистрант, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, e-mail: [alma76@bk.ru](mailto:alma76@bk.ru)

2. Хохлов Серик Анатольевич – PhD, электроника және астрофизика кафедрасының профессор ж.а., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, e-mail: [skhokh88@gmail.com](mailto:skhokh88@gmail.com)

3. Агишев Алмансұр Талгатович (автор-корреспондент) – докторант, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, e-mail: [agishev\\_almansur2@live.kaznu.kz](mailto:agishev_almansur2@live.kaznu.kz)