

Е.О. Шаленов^{1*} , К.Н. Джумагулова^{1,2} , Е.А. Ташкенбаев¹ ,
Е.С. Сейткожанов^{1,2} , М.Н. Джумагулов¹ 

¹Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан

²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, г. Алматы, Казахстан

*e-mail: Shalenov.erik@physics.kz

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЗИТРОНОВ С АТОМАМИ ВОДОРОДА И ГЕЛИЯ

Исследованы процессы упругого рассеяния позитронов на атомах водорода и гелия на основе потенциала оптического взаимодействия. Задача решена с использованием уравнения Калоджеро для определения фазовых сдвигов. Полученные фазовые сдвиги для s-, p- и d-волн демонстрируют характерные закономерности при увеличении энергии позитрона. Сравнение наших результатов с предыдущими исследованиями подтвердило их достоверность. Также изучена зависимость дифференциального сечения рассеяния от угла рассеяния и энергии позитрона. Исследование взаимодействий позитрона с атомами имеет важное значение для понимания фундаментальных атомных процессов и находит применение в различных областях, включая исследования antimатерии и методы медицинской визуализации. В данной работе мы применили метод оптического потенциала для моделирования взаимодействия позитронов с атомными объектами, что позволяет более точно описывать динамику рассеяния. Численное решение уравнения Калоджеро позволило вычислить фазовые сдвиги, которые являются ключевыми характеристиками процесса рассеяния. Наши результаты показали, что фазовые сдвиги имеют выраженные тенденции для различных состояний углового момента, что дает представление о поведении рассеяния позитронов при изменении уровней энергии. Анализ дифференциального сечения рассеяния дополнительно выявил угловую зависимость рассеяния, подчеркивая ключевые вариации, вызванные взаимодействующими потенциалами.

Ключевые слова: дифференциальное сечение рассеяния, оптический потенциал взаимодействия, позитрон, фазовый сдвиг.

Е.О. Шаленов^{1*}, К.Н. Джумагулова^{1,2}, Е.А. Ташкенбаев¹,
Е.С. Сейткожанов^{1,2}, М.Н. Джумагулов¹

¹К.И. Сатпаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, ӘТФЗИ, Алматы қ., Қазақстан

*e-mail: Shalenov.erik@physics.kz

Тығыз азғындалған плазмадағы иондану потенциалының төмөндеуін ескеретін иондану тәпе-тәндігі

Оптикалық өзара әрекеттесу потенциалы негізінде сутегі және гелий атомдарымен позитрондардың серпімді шашырау процестері зерттелді. Фазалық ығысулары анықтау үшін Калоджеро тәндеуі қолданылды. s-, p-, және d-толқындары үшін алынған фазалық ығысулар позитрон энергиясының артуымен сипаттамалық заңдылықтарды көрсетеді. Біздің нәтижелеріміз алдыңғы зерттеулермен салыстырылып, олардың сенімділігі раставленды. Сондай-ақ, шашырау бұрышы мен позитрон энергиясына байланысты дифференциалды шашырау құмасының өзгеруі зерттелді. Позитрон мен атом арасындағы өзара әрекеттесуді зерттеу негізгі атомдық процестерді түсіну үшін маңызды және antimатерия зерттеулері мен медициналық бейнелеу әдістерінде қолданылуы мүмкін. Бұл жұмыста біз позитрондар мен атомдық нысандар арасындағы өзара әрекеттесуді модельдеу үшін оптикалық потенциал әдісін қолдандық, бұл шашырау динамикасын дәлірек сипаттауға мүмкіндік береді. Калоджеро тәндеуінің сандық шешімі шашырау процесін сипаттайтын фазалық ығысулары есептеуге мүмкіндік берді. Біздің нәтижелеріміз әртүрлі бұрыштық момент күйі үшін фазалық ығысулардың айрықша тенденцияларын ашты, позитрон шашырауының әртүрлі энергия деңгейлерінде қалай

өзгеретінін көрсетті. Дифференциалды қима талдауы шашыраудың бұрыштық тәуелділігін одан әрі көрсетті, өзара әрекеттесу потенциалдарының әсерін айқындал берді.

Түйін сөздер: дифференциалдық шашырау қимасы, оптикалық өзара әрекеттесу потенциалы, позитрон, фазалық ығысы.

E.O. Shalenov^{1*}, K.N. Dzhumagulova^{1,2}, Ye.A. Tashkenbayev¹,

Ye.S. Seitkozhanov^{1,2}, M.N. Jumagulov¹

¹Satbayev University, Almaty, Kazakhstan,

²Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Almaty, Kazakhstan,

*e-mail: Shalenov.erik@physics.kz

About the interaction of positrons with hydrogen and helium atoms

The processes of elastic scattering of positrons on hydrogen and helium atoms based on the optical interaction potential were investigated. The problem was solved using the Calogero equation to determine phase shifts. The obtained phase shifts for s-, p-, and d-waves demonstrate characteristic patterns with increasing positron's energy. A comparison of our results with previous studies confirmed their reliability. The variation of the differential scattering cross-section depending on the scattering angle and positron's energy was also studied. The investigation of positron-atom interactions is crucial for understanding fundamental atomic processes and has implications in various fields, including antimatter research and medical imaging techniques. In this study, we applied the optical potential method to model the interaction between positrons and atomic targets, which provides a more accurate representation of the scattering dynamics. The numerical solution of the Calogero equation allowed us to compute phase shifts, which are essential in characterizing the scattering process. Our results revealed that phase shifts exhibit distinct trends for different angular momentum states, providing insight into the behavior of positron scattering at varying energy levels. The differential cross-section analysis further illustrated the angular dependence of scattering, highlighting key variations influenced by interaction potentials.

Keywords: differential scattering cross-section, optical interaction potential, positron, phase shift.

Введение

Исследование взаимодействия позитронов с атомными системами остается ключевой темой в атомной и молекулярной физике. Понимание этих процессов важно для множества приложений – от физики antimатерии и астрофизического моделирования до диагностики плазмы и развития позитронных методов визуализации. Поскольку водород и гелий являются самыми простыми атомными системами, они служат идеальными объектами для изучения рассеяния позитронов и позволяют получить ценные сведения о фундаментальных квантово-механических взаимодействиях.

В работе [1] рассматриваются процессы рассеяния позитронов на атомах и молекулах — направление, имеющее большое значение для современной науки. Эти процессы помогают понять фундаментальные взаимодействия antimатерии с обычной материей и находят применение в таких областях, как позитронная аннигиляционная спектроскопия, диагностика плазмы и астрофизика.

Работа [2] посвящена исследованию фазовых сдвигов, сечений рассеяния и резонансных эффектов, возникающих при взаимодействии позитронов с атомами и ионами. Современные теоретические методы, такие как модель комплексного масштабирования (CSM), позволяют точнее описывать фазовые сдвиги в низкоэнергетическом рассеянии. Кроме того, метод псевдостационарный эффективно прогнозирует низкоэнергетические фазовые сдвиги в упругом рассеянии позитронов на магнии [3].

В работе [4] исследуется влияние поляризационных эффектов на рассеяние позитронов. Было показано, что квадрупольная поляризуемость и гиперполяризуемость значительно влияют на параметры рассеяния, особенно при взаимодействии позитронов с парами металлов, такими как цинк и кадмий. Подобные исследования редких газов также демонстрируют, что использование локальных модельных потенциалов позволяет существенно повысить точность расчетов [5].

Для высокоэнергетического диапазона (от 20 эВ до 1000 эВ) в работе [6] применяются методы,

основанные на оптическом потенциале и частично-волновом анализе. Они позволяют предсказать сечения рассеяния и объяснить закономерности изменения поляризуемости атомных систем. В частности, исследования рассеяния позитронов на инертных газах (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) показывают, что простые потенциальные модели могут адекватно описывать экспериментальные данные при низких и средних энергиях [7].

Работа [8] посвящена анализу резонансных эффектов и связанных состояний, возникающих при низкоэнергетическом рассеянии позитронов. В частности, изучение рассеяния позитронов на атомах и ионах бериллия выявило критические минимумы в дифференциальных сечениях рассеяния и оптимальные зоны спиновой поляризации.

Таким образом, накопленные экспериментальные и теоретические данные демонстрируют, что совершенствование расчетных методов и развитие моделей потенциалов позволяют все более точно описывать процессы рассеяния позитронов. Дальнейшие исследования в этой области не только углублят понимание фундаментальных свойств антиматерии и ее взаимодействий с обычной материей, но и откроют новые перспективы для прикладных задач.

Методология

Оптический потенциал

Оптический потенциал, описывающий взаимодействие позитрона с атомом, записывается в следующем виде [9]:

$$V_{opt}(r) = V_{st}(r) + V_{cp}(r), \quad (1)$$

где $V_{st}(r)$ – это статический потенциал позитрона-атом, который в данной работе принимает общий вид [10]:

$$V_{st}(r) = \sum_{i=1}^{i_{max}} A_i \frac{e^{-a_i r}}{r^{b_i}} \quad (2)$$

Таблица 1. Параметры для статического потенциала с использованием выражения (3)

	A_1	A_2	A_3	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3
Н	1	1	-	2	2	-	1	0	-
He	1	0.549	0.255	2.491	3.219	5.244	1	0	0

где A_i , a_i и b_i – параметры. В таблице 1 приведены параметры статического потенциала, используемые в данной работе для систем позитрон-Н и позитрон-Не.

$V_{cp}(r)$ представляет собой полуэмпирический корреляционно-поляризационный потенциал, выбранный в форме, представленной в работе [9]:

$$V_{cp}(r) = -\frac{\alpha_d}{2r^4} f_c(r/r_c). \quad (3)$$

В приведенном выражении α_d – это дипольная поляризуемость атома, $f_c(r/r_c)$ – функция отсечения, r_c – радиус отсечения. Для полноты картины численное значение r_c было скорректировано, чтобы описать длину рассеяния позитрона на атоме, полученную либо с помощью *ab initio* расчетов, либо экспериментальными методами. В данной работе используется функция отсечения, предложенная Джантурко и Томпсоном [11]:

$$f_c(r/r_c) = (1 - e^{r/r_c})^6 \quad (4)$$

Используемые в данной работе значения дипольной поляризуемости составляют $\alpha_d = 4.5 a_0^3$ для атома Н [12] и $\alpha_d = 1.38 a_0^3$ для атома Не [13-15]. Длина рассеяния (α_s) была вычислена в пределе $k \rightarrow 0$ следующим образом [16]:

$$\alpha_s = -\frac{\tan\delta_0}{k}. \quad (5)$$

Длина рассеяния, используемая для установки r_c , составляет $\alpha_s = -2.104 a_0$ для позитрона-Н [17-19] и $\alpha_s = -0.529 a_0$ для позитрона-Не [20-21], что приводит к $r_c = 0.975 a_0$ и $r_c = 0.757 a_0$, соответственно.

На рисунке 1 представлены потенциалы для взаимодействий позитрон-Н и позитрон-Не, полученные с использованием параметров, описанных в этом разделе и в таблице 1.

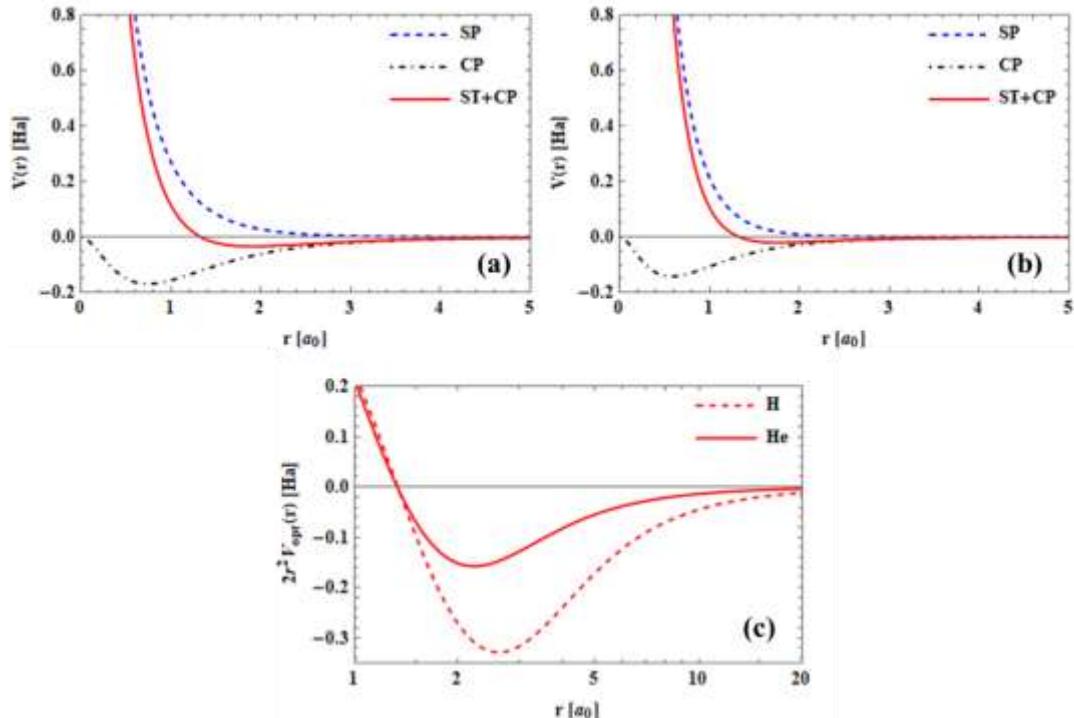


Рисунок 1 – (а) Потенциалы взаимодействия позитрона с атомом водорода как функции от r , SP - $V_{st}(r)$, CP - $V_{cp}(r)$, SP+CP- $V_{opt}(r) = V_{st}(r) + V_{cp}(r)$. (б) Аналогичный график для позитрона и атома гелия. (с) Оптические потенциалы взаимодействия для водорода (Н) и гелия (He). Обозначения приведены на рисунке.

Метод фазовых функций

Уравнение Шрёдингера для безспиновой частицы с энергией E и орбитальным угловым моментом с квантовым числом l , подвергающейся рассеянию, имеет вид

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \right] u_l(k, r) = V(r) u_l(k, r) \quad (6)$$

где $k = \sqrt{E/(\hbar^2/2\mu)}$.

Дифференциальное уравнение второго порядка (6) было преобразовано в неоднородное дифференциальное уравнение (уравнение Калоджера (МФФ)) первого порядка типа Риккати [22, 23], заданное как [12-15, 24-26]:

$$\delta(k, r) = -\frac{1}{k \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \right)} \int_0^r V(r) [\cos(\delta_l(k, r)) j_l(kr) - \sin(\delta_l(k, r)) \eta_l(kr)]^2 dr. \quad (9)$$

При $l = 0$ (s-волны) функции Риккати-Бесселя и Риккати-Неймана $j_0(kr)$ и $\eta_0(kr)$ упрощаются до $\sin(kr)$ и $-\cos(kr)$, поэтому уравнение (3) при $l = 0$ принимает следующий вид:

$$\delta_l'(k, r) = -\frac{V(r)}{k(\hbar^2/2\mu)} * [\cos(\delta_l(k, r)) j_l(kr) - \sin(\delta_l(k, r)) \eta_l(kr)]^2 \quad (7)$$

Штрих обозначает дифференцирование фазового сдвига по расстоянию, а функция Риккати-Ганкеля первого рода связана с $j_l(kr)$ и $\eta_l(kr)$ соотношением:

$$h_l(kr) = j_l(kr) + \eta_l(kr) \quad (8)$$

В интегральной форме приведённое выше уравнение можно записать как:

$$\delta_0'(k, r) = -\frac{V(r)}{k(\hbar^2/2\mu)} \sin^2 [kr + \delta_0(k, r)] \quad (10)$$

Уравнение ММФ для p -волны имеет следующий вид:

$$\delta_1'(k, r) = -\frac{V(r)}{k \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \right)} \left[\frac{\sin(\delta_1 + kr) - kr \cos(\delta_1 + kr)}{kr} \right]^2 \quad (11)$$

Уравнение ММФ для d -волны имеет следующий вид:

$$\delta_2'(k, r) = -\frac{V(r)}{k \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \right)} \left[-\sin(kr + \delta_2) - 3 \cos\left(\frac{\delta_2 + kr}{kr}\right) + 3 \sin\left(\frac{\delta_2 + kr}{(kr)^2}\right) \right]^2. \quad (12)$$

Фазовый сдвиг можно использовать для определения дифференциального сечения (DCS):

$$DCS = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \exp(i\delta_l) \sin \delta_l P_l(\cos \theta) \right|^2 \quad (13)$$

Результаты и обсуждение

В этом исследовании мы изучаем рассеяние позитронов на атомах водорода и гелия, анализируя фазовые сдвиги и дифференциальные сечения рассеяния. В расчетах использовался метод фазовых функций на основе оптического потенциала, который включает как статический, так и полуэмпирический корреляционно-поляризационный потенциалы. Такой подход позволяет учитывать важные корреляционные и поляризационные эффекты, играющие ключевую роль при низкоэнергетическом рассеянии позитронов.

Фазовые сдвиги для s -, p - и d -волн при рассеянии позитрона на водороде демонстрируют закономерное изменение с увеличением энергии (рисунок 2). Наши результаты показывают, что s -волну достигает максимального фазового сдвига при энергии около 0.5 эВ, после чего начинается постепенное снижение. В то же время p -волну увеличивается плавно, а d -волну изменяется практически линейно. Сравнение наших данных с предыдущими исследованиями [17] и [27] показывает хорошее согласие с нашими расчетами. На рисунке 3 представлен анализ фазовых сдвигов при рассеянии позитрона на атомах гелия.

Мы обнаружили, что s -волну достигает максимума при более низких энергиях, но фазовый сдвиг в этом случае меньше, чем в случае водорода. p -волну увеличивается с ростом энергии, а d -волну сохраняет почти линейную зависимость, аналогично водороду. Сравнение наших результатов с теоретическими данными [20], [28] и [29] подтверждает надежность предложенной методики.

Что касается дифференциального сечения рассеяния (DCS), оно значительно изменяется в зависимости от угла рассеяния θ и энергии позитрона (рисунок 4). При энергии 1 эВ наблюдается заметное усиление рассеяния на малых углах для позитронов на гелии по сравнению с водородом. С увеличением энергии структура сечения для позитронов на водороде становится более сложной, появляются характерные минимумы. В случае гелия общий уровень DCS ниже, что объясняется меньшей поляризуемостью атома. Кроме того, в обоих случаях при увеличении энергии минимум дифференциального сечения рассеяния (эффект Рамзауэра – Таунсендса) смещается в сторону малых углов рассеяния.

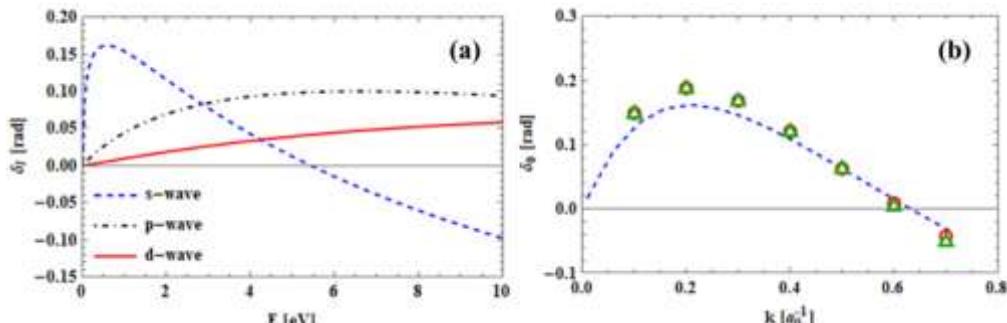


Рисунок 2 – (а) Фазовые сдвиги s -, p - и d -волн при рассеянии позитрона на атоме водорода. (б) Сравнение фазовых сдвигов рассеяния для s -волн позитронов на атоме водорода, представленных в различных работах: наш результат (пунктирная кривая); Ref. [17] (красный круг); Ref. [27] (зеленый треугольник).

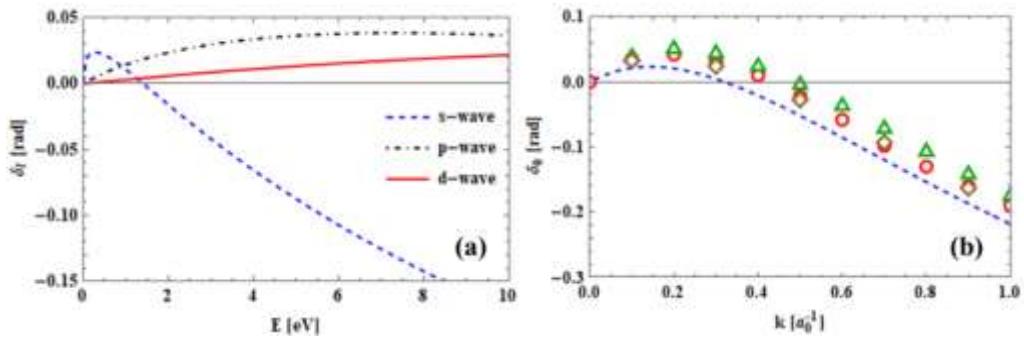


Рисунок 3 – (а) Фазовые сдвиги s -, p - и d -волн при рассеянии позитрона на атоме гелия. (б) Сравнение фазовых сдвигов рассеяния s -волн позитронов на атоме гелия, представленных в различных работах: наш результат (пунктирная кривая); Ref. [28] (красный круг); Ref. [20] (зеленый треугольник); Ref. [29] (коричневый ромб).

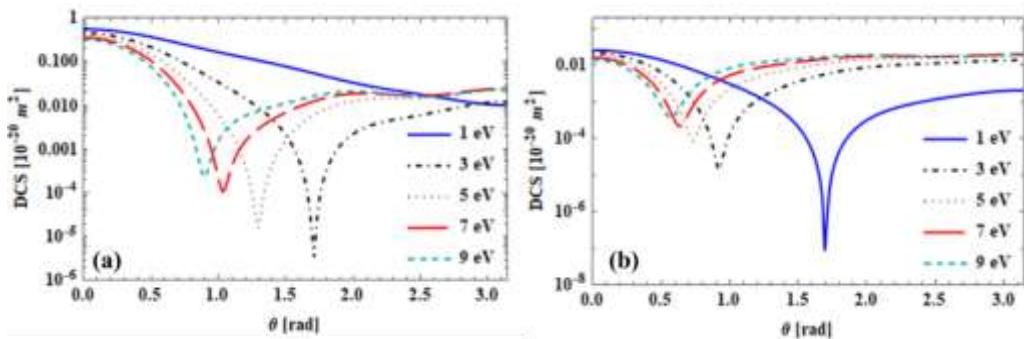


Рисунок 4 – Дифференциальное сечение рассеяния (DCS) для позитрона-Н (а) и позитрона-Не (б) в зависимости от угла рассеяния при различных энергиях налетающего позитрона. Обозначения приведены на рисунке.

Заключение

В данном исследовании проведен анализ рассеяния позитронов на атомах водорода и гелия с использованием метода фазовых функций, основанного на оптическом потенциале. Полученные фазовые сдвиги для s -, p - и d -волн демонстрируют характерные закономерности изменения с ростом энергии, а сравнение наших результатов с данными предыдущих исследований подтверждает их достоверность.

Также изучено изменение дифференциального сечения рассеяния в зависимости от угла и энергии позитрона. Установлено, что при низких энергиях рассеяние на гелии преимущественно проявляется на малых углах, тогда как для водорода структура сечения усложняется с увеличением энергии, проявляя характерные минимумы. В обоих случаях зафиксирован эффект Рамзауэра

– Таунсенда, что свидетельствует о значительном влиянии корреляционно-поляризационных эффектов на процессы рассеяния.

Полученные результаты подтверждают эффективность предложенной методики и могут быть использованы для дальнейшего уточнения теоретических моделей взаимодействия позитронов с атомами. Также результаты могут быть использованы для определения функции распределения позитронов в различных устройствах, в частности токамаках, с учетом их рассеяния на атомах.

Благодарность

Работа была выполнена в рамках Гранта № АР19679536 Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

Литература

- 1 Surko C. M., Gribakin G. F., Buckman S. J. Low-energy positron interactions with atoms and molecules // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2005. – Vol. 38, No. 6. – P. R57–R126.
- 2 Sano T., Yamashita T., Kino Y. Complex scaling calculation of phase shifts for positron collisions with positive ions // *Phys. Rev. A.* – 2024. – Vol. 109, No. 6. – P. 062803.
- 3 Mitroy J., Bromley M. W. J. Generating Phase Shifts from Pseudostate Energy Shifts // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – Vol. 98, No. 17. – P. 173001.
- 4 Arretche F., Andermann A. M., Seidel E. P., Tenfen W., Sahoo B. K. Polarization effects, shape resonances and bound states in low energy positron elastic scattering by Zinc and Cadmium vapours // *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenomena.* – 2022. – Vol. 257. – P. 147186.
- 5 Gianturco F. A., Jain A., Rodriguez-Ruiz J. A. Test of local model potentials for positron scattering from rare gases // *Phys. Rev. A.* – 1993. – Vol. 48, No. 6. – P. 4321–4332.
- 6 Baluja K. L., Jain A. Positron scattering from rare gases (He, Ne, Ar, Kr, Xe, and Rn): Total cross sections at intermediate and high energies // *Phys. Rev. A.* – 1992. – Vol. 46, No. 3. – P. 1279–1291.
- 7 Bhattacharyya S., Talukdar B., Mandal P. Elastic scattering of positrons off rare-gas atoms // *Phys. Rev. A.* – 1995. – Vol. 51, No. 1. – P. 309–317.
- 8 Shorifuddoza M., Ragimkhanov G. B., Khalikova Z. R. et al. Scattering of $e\bar{\tau}$ in beryllium isonuclear series: cross sections and transport characteristics // *Phys. Scr.* – 2024. – Vol. 99, No. 10. – P. 105404.
- 9 Seidel E. P., Arretche F. The basis set, scattering wavefunction and Schwinger variational principle: an application for low energy positron-atom scattering // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2022. – Vol. 55, No. 6. – P. 065202.
- 10 Strand T. G., Bonham R. A. Analytical expressions for the Hartree–Fock potential of neutral atoms and for the corresponding scattering factors for X rays and electrons // *Journal of Chemical Physics.* – 1964. – V.40 – P. 1686–1691.
- 11 Gianturco F. A., Thompson D. G. The Ramsauer-Townsend effect in methane // *J. Phys. B: Atom. Mol. Phys.* – 1976. – Vol. 9, No. 12. – P. L383–L385.
- 12 Dzhumagulova K. N., Shalenov E. O., Ramazanov T. S. Elastic scattering of low energy electrons in partially ionized dense semiclassical plasma // *Phys. Plasmas.* – 2015. – Vol. 22, No. 8. – P. 082120.
- 13 Dzhumagulova K. N., Shalenov E. O., Tashkenbayev Y. A., Ramazanov T. S. Study of the electron–atom collisions in dense semiclassical plasma of noble gases // *J. Plasma Phys.* – 2022. – Vol. 88, No. 1. – P. 905880119.
- 14 Shalenov E. O., Dzhumagulova K. N., Ramazanov T. S. Scattering cross sections of the particles in the partially ionized dense nonideal plasmas // *Phys. Plasmas.* – 2017. – Vol. 24, No. 1. – P. 012101.
- 15 Seitkozhanov Y., Dzhumagulova K., Shaleno, E., Jumagulov M. Collision frequency and energy transfer rate in e –He scattering // *Applied Sciences.* – 2024. – Vol. 15, No. 1. – P. 227.
- 16 Joachain C. J. *Quantum collision theory.* – Amsterdam: Elsevier Science & Technology, 1983.
- 17 Bhatia A. Positron-Hydrogen scattering, annihilation, and positronium formation // *Atoms.* – 2016. – Vol. 4, No. 4. – P. 27.
- 18 Houston S. K., Drachman R. J. Positron-Atom scattering by the Kohn and Harris methods // *Phys. Rev. A.: General Physics.* – 1971. – Vol. 3, No. 4. – P. 1335–1342.
- 19 Humberston N. J. W., Wallace N. J. B. G. The elastic scattering of positrons by atomic hydrogen // *J. Phys. B: Atom. Mol. Phys.* – 1972. – Vol. 5, No. 6. – P. 1138–1148.
- 20 McEachran R. P., Morgan D. L., Ryman A. G., Stauffer A. D. Positron scattering from noble gases: corrected results for helium // *J. Phys. B: Atom. Mol. Phys.* – 1978. – Vol. 11, No. 5. – P. 951–953.
- 21 Humberston J. W. The scattering of low energy positrons by helium // *J. Phys. B: Atom. Mol. Phys.* – 1973. – Vol. 6, No. 11. – P. L305–L308.
- 22 Babikov V. V. The phase-function method in quantum mechanics // *Soviet Physics Uspekhi.* – 1967. – Vol. 10, No. 3. – P. 271–284.
- 23 Calogero F. *Variable Phase Approach to Potential Scattering.* – Amsterdam: Elsevier, 1967.
- 24 Shalenov E.O., Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Reinholtz H., Roepke G. Investigation of plasma properties using the method of moments // *Contrib. Plasma Phys.* – 2019. – Vol. 59, No. 6. – P. e201900024.
- 25 Dzhumagulova K. N., Shalenov E. O., Ramazanov T. S., Gabdullina G. L. Transport properties of dense semiclassical plasmas // *Contrib. Plasma Phys.* – 2015. – Vol. 55, No. 2–3. – P. 230–235.
- 26 Seisembayeva M. M., Shalenov E. O., Kossymkzy Z., Turekhanova K. M., Jumagulov M. N., Ramazanov T. S., Dzhumagulova K. N. Study of plasma characteristics in the framework of quantum statistical models // *Phys. Lett. A.* – 2022. – Vol. 447. – P. 128313.
- 27 Bhatia A. K., Temkin A., Drachman R. J., Eiserike H. Generalized Hylleraas calculation of Positron-Hydrogen scattering // *Phys. Rev. A.: General Physics.* – 1971. – Vol. 3, No. 4. – P. 1328–1335.
- 28 Li X., Wu M., Jiang J. et al. Positron scattering and annihilation from helium at low energies // *Phys. Rev. A.* – 2023. – Vol. 108, No. 6. – P. 062816.
- 29 Wu H., Bray I., Fursa D. V., Stelbovics A. T. Low-energy positron–helium convergent close coupling calculations // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2003. – Vol. 37, No. 1. – P. L1–L6.

References

- 1 C. M. Surko, G. F. Gribakin, and S. J. Buckman, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 38, R57-R126 (2005).
- 2 T. Sano, T. Yamashita, and Y. Kino, Phys. Rev. A. 109, 062803 (2024).
- 3 J. Mitroy and M. W. J. Bromley, Phys. Rev. Lett. 98, 173001 (2007).
- 4 F. Arretche, A. M. Andermann, et al., J. Electron Spectros. Relat. Phenomena 257, 147186 (2022).
- 5 F. A. Gianturco, A. Jain, and J. A. Rodriguez-Ruiz, Phys. Rev. A. 48, 4321-4332 (1993).
- 6 K. L. Baluja and A. Jain, Phys. Rev. A. 46, 1279-1291 (1992).
- 7 S. Bhattacharyya, B. Talukdar, and P. Mandal, Phys. Rev. A. 51, 309-317 (1995).
- 8 M. Shorifuddoza, G. B. Ragimkhanov, et al., Phys. Scr. 99, 105404 (2024).
- 9 E. P. Seidel and F. Arretche, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 55, 065202 (2022).
- 10 T. G. Strand and R. A. Bonham, The Journal of Chemical Physics 40, 1686-1691 (1964).
- 11 F. A. Gianturco and D. G. Thompson, J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 9, L383-L385 (1976).
- 12 K. N. Dzhumagulova, E. O. Shalenov, and T. S. Ramazanov, Phys. Plasmas 22, 082120 (2015).
- 13 K. N. Dzhumagulova, E. O. Shalenov, et al., J. Plasma Phys. 88, 905880119 (2022).
- 14 E. O. Shalenov, K. N. Dzhumagulova, and T. S. Ramazanov, Phys. Plasmas 24, 012101 (2017).
- 15 Y. Seitkozhanov, K. Dzhumagulova, E. Shalenov, and M. Jumagulov, Applied Sciences 15, 227 (2024).
- 16 C. J. Joachain, Quantum Collision Theory (Elsevier Science & Technology, 1983).
- 17 A. Bhatia, Atoms 4, 27 (2016).
- 18 S. K. Houston and R. J. Drachman, Phys. Rev. A. 3, 1335-1342 (1971).
- 19 N. J. W. Humberston and N. J. B. G. Wallace, J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 5, 1138-1148 (1972).
- 20 R. P. McEachran, D. L. Morgan, et al., J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 11, 951-953 (1978).
- 21 J. W. Humberston, J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 6, L305-L308 (1973).
- 22 V. V. Babikov, Soviet Physics Uspekhi 10, 271-284 (1967).
- 23 F. Calogero, Variable Phase Approach to Potential Scattering (Elsevier, 1967).
- 24 E. O. Shalenov, K. N. Dzhumagulova, et al., Contrib. Plasma Phys. 59(6), e201900024, (2019).
- 25 K. N. Dzhumagulova, E. O. Shalenov et al., Contrib. Plasma Phys. 55(2-3), 230-235, (2015).
- 26 M. M. Seisembayeva, E. O. Shalenov, et al., Phys. Lett. A. 447, 128313, (2022).
- 27 A. K. Bhatia, A. Temkin, R. J. Drachman, and H. Eiserike, Phys. Rev. A. 3, 1328-1335 (1971).
- 28 X. Li, M. Wu, J. Jiang, C. Dong, J. Zhang, Z. Yan, and K. Varga, Phys. Rev. A. 108, 062816 (2023).
- 29 H. Wu, I. Bray, D. V. Fursa, and A. T. Stelbovics, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 37, L1-L6 (2003).

История статьи:

Поступила 25 февраля 2025

Принята 11 марта 2025

Информация об авторах:

1. **Ерик Шаленов** (автор корреспондент) – PhD, ассоц. профессор, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Казахстан, г. Алматы, email: shalenov.erik@physics.kz.

2. **Карлыгаш Джумагулова** – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы, email: dzhumagulova.karlygash@gmail.com.

3. **Ерхан Ташкенбаев** – НС, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Казахстан, г. Алматы, email: erhan_98kz@mail.ru.

4. **Елдос Сейткожанов** – PhD студент, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы, email: seytkozhanov@gmail.com.

5. **Мурат Джумагулов** – PhD, Казахский национальный исследовательский технический университет им. К.И. Сатпаева, Казахстан, г. Алматы, email: dzhmn@mail.ru.

Мақала тарихы:

Түсті – 25.02.2025

Қабылданды – 11.03.2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Ерик Шаленов** (корреспондент автор) – PhD, қауымдастырылған профессор, Қ.И. Сәтбаев ат. Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан, email: shalenov.erik@physics.kz.

2. **Карлыгаш Джумагулова** – ф.-м.ғ.д., профессор, Қ.И. Сәтбаев ат. Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, әл-Фараби ат. Қазақ ұлттық университеті, ЭТФФЗИ, Алматы қ., Қазақстан, email: dzhumagulova.karlygash@gmail.com.

3. **Ерхан Ташкенбаев** – FК, Қ.И. Сәтбаев ат. Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті Алматы қ., Қазақстан, email: erhan_98kz@mail.ru

4. **Елдос Сейткожанов** – PhD студенті, Қ.И. Сәтбаев ат. Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, әл-Фараби ат. Қазақ ұлттық университеті, ЭТФФЗИ, Алматы қ., Қазақстан, email: seytkozhanov@gmail.com.

5. **Мурат Джумагулов** – PhD, Қ.И. Сәтбаев ат. Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан, email: dzhmn@mail.ru