

FTAMP 29.05.23

<https://doi.org/10.26577/RCPH20259322>С.А. Жауғашева , Г.Г. Сайдullaева* , Е.С. Бақтыгереева 

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

*e-mail: saydullaeva.goziyal@kaznu.kz

ТЕТРАКВАРК МЕЗОННЫҢ БАЙЛАНЫСҚАН КҮЙДІҢ ҚАСИЕТТЕРІН СИПАТТАЙТЫН РЕЛЯТИВИСТІК КВАРКТЫҚ МОДЕЛІ

Қазіргі заманғы ядролық және жоғары энергия физикасында адрондардың ішкі құрылымын түсіндіру маңызды мәселелердің бірі болып табылады. Соңғы жылдары зерттеліп келе жатқан экзотикалық адрондардың бірі — $X(3872)$ мезоны. Бұл бөлшек алғаш рет 2003 жылы Belle тәжірибесінде табылған және қазіргі күнге дейін оның табиғаты туралы нақты тұжырым қалыптаспаған. Қазіргі таңда ең қызықты сұрақтардың бірі — $X(3872)$ -мезонды түсіндіру мәселесі. Ол $D^0\bar{D}^{0*}$ байланысқан молекула ретінде, не болмаса дикварктардың байланысқан күйі болып табылатын тетракварк ретінде қарастырылады. $X(3872)$ мезонының қасиеттеріне қатысты Belle, BaBar, CDF және $D\bar{D}$ коллаборациялары арқылы алынған эксперименттік және теориялық зерттеу нәтижелері қысқаша көрсетілді. Біздің жұмыста $X(3872)$ -мезонды тетракварк ретінде қарастырып оның ыдырау ендері есептелді. Адрондардың оларды құрайтын кварктармен тиімді әрекеттесуін сипаттайтын релятивистік лагранжиандар қарастырылды. Кванттық өріс теориясы аясында байланысқан күйлерді сипаттауда тиімді құрал болып табылатын байланыстылық шартының анықтамасы берілді. Физикалық үдерістер амплитудаларында кварктардың пайда болуына сәйкес келетін кез келген табалдырықтық ерекшеліктердің болмауын қамтамасыз ететін инфракызыл конфайнмент ұғымы енгізілді. $\rho(\omega)$ және D аралық күйлер арқылы жүретін $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ және $X \rightarrow D^0 + \bar{D}^{0*} + \pi^0$ ыдыраулардың ені есептелді. $X(3872)$ мезонының өлшемін сипаттайтын параметрдің ақылға қонымды мәндерінде теориялық есептеулер эксперименттік деректермен сәйкес келетіні анықталды. Бұл анализ кварктардың конфайнментін ескеретін релятивистік конституенттік кварктік модель шеңберінде жүргізілді. Зерттеу нәтижелері $X(3872)$ мезонының ішкі құрылымын тереңірек түсінуге және көпкварктік жүйелерді сипаттауға арналған болашақ зерттеулерге негіз бола алады.

Түйін сөздер: тетракварк, мезон, кварк, релятивистік үлгі, матрицалық элемент.

S.A. Zhaugasheva, G.G. Saidullaeva*, E.S. Baktygereeva

Al-Farabi University of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan

*e-mail: saydullaeva.goziyal@kaznu.kz

Relativistic quark model for describing the bound state properties of a tetraquark meson

In modern nuclear and high-energy physics, the explanation of the internal structure of hadrons is one of the most important problems. One of the exotic hadrons studied in recent years is the $X(3872)$ meson. This particle was first discovered in the Belle experiment in 2003 and still has no clear idea of its nature. One of the most interesting issues for today's day- $X(3872)$ - this is the problem of interpreting the Meson. It is considered as a molecule associated with unsaturated energy, as a tetraquark, which is associated with the existence of dikvarkov. The experimental and theoretical studies of the $X(3872)$ meson property, which were obtained in the collaborations of Belle, BaBar, CDF and $D\bar{D}$, are briefly described. In our work, we considered the $X(3872)$ meson as a tetraquark and calculated the decay width. It has been established that the $X(3872)$ meson is not a diquark molecule, but is precisely a tetraquark structure. Covariant Lagrangians describing the effective interaction of hadrons with their constituent quarks are discussed. A definition of

the connectivity condition is given, which is an effective tool for describing bound states in the framework of quantum field theory. The concept of infrared confinement is introduced, which ensures the absence of any threshold singularities corresponding to the birth of quarks in the amplitudes of physical processes. The widths of the decays are calculated: $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ going through the intermediate states $\rho(\omega)$. For reasonable values of the parameter that characterizes the size of the $X(3872)$ meson, agreement with experimental data was found. This analysis was carried out within the framework of the relativistic model of constituent quarks, taking into account their confinement. The results of the study can become the basis for a deeper understanding of the internal structure of meson $X(3872)$ and future research on the description of multi-quark systems.

Keywords: tetraquark, meson, quark, relativistic model, matrix element.

С.А. Жаугашева, Г.Г. Сайдуллаева*, Е.С. Бактыгереева

Казахский национальный университет, Алматы, Казахстан

*e-mail: saydullaeva.goziyal@kaznu.kz

Релятивистская кварковая модель для описания свойств связанного состояния тетракваркового мезона

В современной ядерной физике и физике высоких энергий объяснение внутренней структуры адронов является одной из самых важных проблем. Одним из экзотических адронов, изучаемых в последние годы, является $X(3872)$ -мезон. Эта частица была впервые обнаружена в эксперименте Belle в 2003 году и до настоящего времени не имеет четкого представления о ее природе. Один из самых интересных вопросов на сегодняшний день – $X(3872)$ это проблема интерпретации мезона. Он рассматривается либо как сильно связанная молекула с несколькими энергиями связи, либо как тетракварк, который является связанным состоянием дикварков. Коротко изложены экспериментальные и теоретические исследования свойства $X(3872)$ мезона, которые получены в коллаборациях Belle, BaBar, CDF и $D\Phi$. В нашей работе мы рассматривали $X(3872)$ мезон как тетракварк и вычислили ширину распада. Обсуждены ковариантные лагранжианы, описывающие эффективное взаимодействие адронов с их составляющими кварками. Дано определение условия связности, являющегося эффективным инструментом для описания связанных состояний в рамках квантовой теории поля. Введено понятие инфракрасного конфайнмента, обеспечивающего отсутствие любых пороговых сингулярностей, соответствующих рождению кварков, в амплитудах физических процессов. Вычислены ширины распадов: $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$, идущие через промежуточные состояния $\rho(\omega)$. Для разумных значений параметра Λ_X , который характеризует размер $X(3872)$ -мезона, было найдено согласие с экспериментальными данными. Данный анализ был проведен в рамках релятивистской модели конституэнтных кварков с учётом их конфайнмента. Результаты исследования могут стать основой для более глубокого понимания внутренней структуры мезона $X(3872)$ и будущих исследований по описанию многокварковых систем.

Ключевые слова: тетракварк, мезон, кварк, релятивистская модель, матричный элемент.

Кіріспе

Қазіргі уақытта Әлемнің халықаралық ірі ғылыми орталықтарында адрондардың құрылымы, қалыптасуы және өзара әрекеттесуі қарқынды зерттелуде. Қарапайым кварк-антикварк және үш кварктық сызбасына сәйкес келмейтін экзотикалық адрондар ерекше қызығушылық тудырады.

Соңғы онжылдықтарда жоғары энергиялар физикасында бірқатар таңғаларлық жаңалықтар орын алды. Соның бірі – 2003 жылы Жапониядағы КЕКВ үдеткіші негізіндегі Belle тәжірибесінде анықталған жаңа бөлшек – $X(3872)$. Бұл бөлшектер XYZ деген атауға ие болды. Алғашқыда ол кәдімгі мезон тәрізді көрінгенімен,

тереңірек зерттеулер бұл бөлшектің қарапайым кварк-антикварк жұбынан тұрмайтынын көрсетті. Бұл - экзотикалық күй.

$X(3872)$ – бұл өте тар резонанс, $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+ \pi^- J/\psi$ реакциясы кезінде 2003 жылы Belle бірлескен жұмысымен [1] ашылды. Бұл резонанс $\pi^+ \pi^- J/\psi$ түріне ыдырайды және $m_X = 3872.0 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.5(\text{syst})$ МэВ массасына ие болады, ол D және D^* мезондар шегіне жақын: $M_{D^0} + M_{D^{*0}} = 3871.81 \pm 0.25 \text{ МэВ} / \text{МэВ}$ [2]. Оның ені 90% сенімділікпен 2.3 МэВ-тен аспайды – бұл өте аз, яғни бөлшек салыстырмалы түрде ұзақ өмір сүреді. Бұл күйді көп ұзамай BaBar [3] пен $p\bar{p}$ -соқтығысу коллобарациясы арқылы CDF [4] және $D\bar{O}$ [5] тәжірибелеріндегі театрондағы Ферми зертханасында расталды.

Қазіргі кезге дейін жасалған ең нақты масса өлшеу болып $M_X = 3871.61 \pm 0.16 \pm 0.19$ МэВ табылады [6,7]. [4]-жұмысында келтірілген орташа масса мәні

$$M_X = 3871.61 \pm 0.22 \text{ МэВ} \quad (1)$$

Belle [8] және BaBar [9] коллобарациялары жүргізген бақылаулар нәтижесінде $X(3872)$ бөлшегінің $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$ күйіне ыдырауы расталды. Сонымен қатар, CDF [10] эксперименті аясында жүргізілген бұрыштық талдаулар бұл бөлшектің кванттық сандары $J^{PC}=1^{++}$ немесе 2^{++} болуы мүмкін екенін көрсетті.

Кейінірек, Belle және BaBar [11, 12] коллобарациялармен бірге оның ыдырау арна-лары мен бұрыштық корреляцияларын зерттеп, $X(3872)$ -нің

Зерттеу әдісі

Релятивистік байланысқан күйдің қасиеттерін сипаттайтын модель

Экзотикалық мезондардың негізгі қасиеттерін сипаттау үшін көптеген теориялық еңбектер берілген. Осы зерттеулердің нәтижесінде $X(3872)$ мезонның $J^{PC}=1^{++}$ кванттық сандары және $[cq]_{S=0}[\bar{c}\bar{q}]_{S=1} + [cq]_{S=1}[\bar{c}\bar{q}]_{S=0}$, $q=u,d$ симметриялы спиннің таралуы бар төрт кваркты күй екендігі көрсетілді.

Қазіргі таңда көпкварктік жүйелерді, соның ішінде экзотикалық мезондарды сипаттайтын бірыңғай теориялық түсінік қалыптаспаған. Бұл бағыттағы басты мәселелердің бірі – адрон мен оның құрамдас кварктары арасындағы өзара әрекеттесу тұрақтысын анықтау. Мұндай жүйелерді зерттеуде бастапқы теориялық негіз ретінде релятивистік-инвариантты Лагранжиан қолданы-

құрылымының тағы да экзотикалық екендігін растады. Монте-Карло модельдеуі эксперименттік деректерді салыстыру үшін кеңінен қолданылды. Бұл әдіс $X(3872)$ -нің тиімді массасын және оның ыдырау арналарының таралуын талдау үшін маңызды болды. Монте-Карло модельдеуі нәтижелері көрсеткендей [13], орбитальды моменттің бір бірлігін қосу арқылы деректерді нақтырақ түсіндіруге болады. Бұл бөлшектің теріс P паритетке ие екенін [14] дәлелдейтін маңызды фактор болды.

Қазіргі таңда ең қызықты сұрақтардың бірі – $X(3872)$ -мезонды түсіндіру мәселесі. Ол не байланыс энергиясы бірнеше

$$M_X - (M_{D^{*0}} - M_{D^0}) = -0.30 \pm 0.40 \text{ МэВ}$$

болатын күшті байланысқан молекула ретінде, не болмаса дикварктардың байланысқан күйі болып табылатын тетракварк ретінде қарастырылады. Біздің жұмыста $X(3872)$ -мезонды тетракварк ретінде қарастырып оның ыдырау ендері есептелді.

ЛНСб ынтымақтастығы экзотикалық мезондарды зерттеуде маңызды нәтижелерді жариялауды жалғастыруда. Бұл зерттеулерде ерекше орын алатын бөлшек — $X(3872)$ мезоны. 2003 жылы Belle экспериментінде ашылғаннан бері, $X(3872)$ мезоны ғалымдар арасында үлкен қызығушылық тудырды және оның табиғатын түсіну бойынша пікірталастар әлі де жалғасуда. Осы уақытқа дейін бұл бөлшек көптеген экзотикалық бөлшектермен салыстырғанда ерекше және күрделі табиғатқа ие екендігі анықталды.

лады, ол адрон мен кварк арасындағы байланыс механизмін сипаттайды.

Бұл сипаттаманы Саламның [15] жұмысындағы дейтрон қасиеттерінің сипаттамасымен тұжырымдаймыз. Кварктық модельде адрондардың қасиеттерін сипаттау үшін бұл әдіс сәтті [16] қолданылады. Локалды емес кварктық модельде қарапайым физикалық бөлшектер – адрондар $SU(3)$ топтық жүйеге бағынады, экспоненциалды бақыланатын массалары бар және кәдімгі Дирак, Клейн-Гардон және басқа теңдеулерге сәйкес келетін стандартты кванттық өрістермен сипатталады деп саналады.

Адрондар (бариондар мен мезондар) байланысқан кварк күйлері деп қабылдануы мүмкін. Байланыстылық шарты бұл – адрон өрісінің ренормализация тұрақтысы, оның құрам-

дас бөліктерімен өзара әрекеттесу нәтижесінде пайда болған, нөлге тең болуы керек дегенді білдіреді [15], яғни

$$Z_H = 0, \quad (2)$$

мұнда Z_H – адронның толқындық функциясының ренормализация тұрақтысы көрсетілген.

Ең қарапайым скалярлық (псевдоскалярлық) спинсіз өріс жағдайында бұл шарт келесі түрде жазылады:

$$Z_H = 1 - \Pi(m^2) = 0, \quad (3)$$

мұндағы $\Pi(m^2)$ – адрондың массалық операторының туындысы. Төрт кваркты адрондық ток келесідей жазылады [17-19]

$$\begin{aligned} J_{X_q}^\mu(x) = & \int dx_1 \dots \int dx_4 \delta\left(x - \sum_{i=1}^4 w_i x_i\right) \Phi_X\left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2\right) \times \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{dec} \{ [q_a(x_4) C \gamma^5 c_b(x_1)] [\bar{q}_d(x_3) \gamma^\mu C \bar{c}_e(x_2)] \\ & + [q_a(x_4) C \gamma^\mu c_b(x_1)] [\bar{q}_d(x_3) \gamma^5 C \bar{c}_e(x_2)] \}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{мұнда } w_1 = w_2 = w_c = \frac{m_c}{2(m_q + m_c)},$$

$$w_3 = w_4 = w_q = \frac{m_q}{2(m_q + m_c)}.$$

Мұнда зарядты біріктіретін матрицалар $C = \gamma^0 \gamma^2$: $C = C^+ = C^{-1} = -C^T$, $C \Gamma^T C^{-1} = \pm \Gamma$, (“+” $\Gamma = S, P, A$ үшін және “-” $\Gamma = V, T$ үшін). Мезонның құрамды кварктармен әрекет-тесуін сипаттайтын тиімді Лагранжиан келесідей жазылады [20-22]:

$$L_{\text{вз}} = g_X X_{q\mu}(x) J_{X_q}^\mu(x), \quad q = u, d \quad (5)$$

(3)-тендеу g -адрон-кварк әрекеттесуінің байланысқан тұрақтыларын анықтауға мүмкіндік береді.

Векторлық мезондар үшін сәйкес массалық операторлардың туындылары келесі түрде өрнектеледі:

$$\begin{aligned} \Pi'_V(p^2) = & \frac{1}{3} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \frac{1}{2p^2} p^\alpha \frac{d}{dp^\alpha} N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V^2(-k^2) \times \\ & \times \text{tr} \left[\gamma^\mu S_1(k + \omega_1 p) \gamma^\nu S_2(k - \omega_2 p) \right] = \frac{1}{3} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \frac{1}{2p^2} N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V^2(-k^2) \times \\ & \times \left\{ \omega_1 \times \text{tr} \left[\gamma^\mu S_1(k + \omega_1 p) p S_1(k + \omega_1 p) \gamma^\nu S_2(k - \omega_2 p) \right] - \right. \\ & \left. - \omega_2 \times \text{tr} \left[\gamma^\mu S_1(k + \omega_1 p) \gamma^\nu S_2(k - \omega_2 p) p S_2(k - \omega_2 p) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Мұндағы $\Phi_X\left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2\right)$ шың функциясы тиісті Якоби координаттарының көмегімен есептеледі:

$$\begin{aligned} x_1 = & x + \frac{2w_2 + w_3 + w_4}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{w_3 - w_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 + \frac{w_3 + w_4}{2} \rho_3, \\ x_2 = & x - \frac{2w_1 + w_3 + w_4}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{w_3 - w_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 + \frac{w_3 + w_4}{2} \rho_3, \\ x_3 = & x - \frac{w_1 - w_2}{2\sqrt{2}} \rho_1 + \frac{w_1 + w_2 + 2w_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 - \frac{w_1 + w_2}{2} \rho_3, \quad (7) \\ x_4 = & x - \frac{w_1 - w_2}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{w_1 + w_2 + 2w_3}{2\sqrt{2}} \rho_2 - \frac{w_1 + w_2}{2} \rho_3, \end{aligned}$$

$$\text{мұнда } x = \sum_{i=1}^4 x_i w_i, \quad \sum_{1 \leq i < j \leq 4} (x_i - x_j)^2 = \sum_{i=1}^3 \rho_i^2.$$

Сәйкесінше

$$\begin{aligned} \Phi_X\left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2\right) = & \prod_{i=1}^4 \int \frac{dp_i}{(2\pi)^4} e^{-i \sum_{i=1}^4 p_i x_i} \times \tilde{\Phi}_X(p_1, \dots, p_4), \\ \tilde{\Phi}_X(p_1, \dots, p_4) = & (2\pi)^4 \delta\left(\sum_{i=1}^4 p_i\right) \bar{\Phi}_X(-\Omega^2), \quad (8) \\ \bar{\Phi}_X(-\Omega^2) = & \frac{1}{4} \prod_{i=1}^3 \int d\rho_i e^{i \sum_{i=1}^3 \omega_i \rho_i} \Phi_X(R^2), \end{aligned}$$

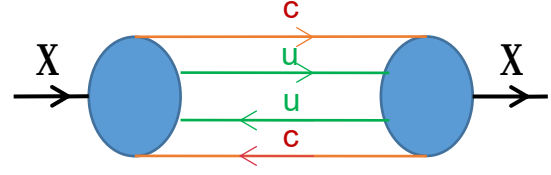
мұндағы, $\Omega^2 = \sum_{i=1}^3 \omega_i^2$, $R^2 = \sum_{i=1}^3 \rho_i^2$. Импульстік кеңістіктегі Якоби координаттары келесі қасиеттерге ие:

$$\omega_1 = \frac{p_1 - p_2}{2\sqrt{2}}, \quad \omega_2 = \frac{p_1 + p_2 + 2p_3}{2\sqrt{2}}. \quad (9)$$

Есептеудің ыңғайлылығы үшін біз Гаусс формасындағы шыңдар функциясын таңдаймыз

$$\overline{\Phi}_X(-\Omega^2) = \exp\left(\frac{\Omega^2}{\Lambda_X^2}\right), \quad (10)$$

мұндағы Λ_X параметрі X мезонының өлшемдерін сипаттайды. Массалық оператордың диаграммасы 1-суретте көрсетілген



1-сурет – X_u мезонының масса операторын сипаттайтын диаграмма.

X -мезонның $J^{PC}=1^{++}$ кванттық сандары ескерілген жағдайда, массалық оператордың скалярлы туынды бөлігі келесі түрде жазылады:

$$\begin{aligned} \Pi'_X(p^2) &= \frac{1}{2p^2} p^\alpha \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \Pi_X(p^2) = \\ &= \frac{2}{3p^2} (g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}) \prod_{i=1}^3 \int \frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4 i} \overline{\Phi}_X(-K^2) \times \\ &\times \{ -\omega_c \text{tr} \times [S_c^{[12]} p S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \gamma^\mu S_q^{[13]} \gamma^\nu] + \\ &+ \omega_q \text{tr} \times [S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} p S_c^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \gamma^\nu S_q^{[13]} \gamma^\nu] - \\ &- \omega_c \text{tr} \times [S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} p S_c^{[3]} \gamma^\mu S_q^{[13]} \gamma^\nu] + \\ &+ \omega_q \text{tr} \times [S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \gamma^\nu S_q^{[13]} p S_q^{[13]} \gamma^\nu] \}, \end{aligned} \quad (11)$$

Келесідей қысқартуларды қолдандық:

$$\begin{aligned} S_c^{[12]} &= S_c(k_1 + k_2 - w_c p), \\ S_c^{[3]} &= S_c(k_3 - w_c p), \\ S_q^{[2]} &= S_q(k_2 + w_q p), \\ S_q^{[13]} &= S_q(k_1 + k_3 + w_q p), \\ K^2 &= \frac{1}{8}(k_1 + 2k_2)^2 + \frac{1}{8}(k_1 + 2k_3)^2 + \frac{1}{4}k_1^2. \end{aligned}$$

Импульстік айнымалылар k бойынша интегралданатын l циклден, Гаусс типті шыңдық функциялары бар m шыңнан және n кварктік пропагатор S -тен тұратын еркін Фейнман диаграммасын қарастырайық.

Минковский кеңістігінде бұл диаграмма келесі түрде өрнектеледі:

$$\Pi(p_1, \dots, p_m) = \int [d^4 k]^l \prod_{i=1}^m \Phi_{i+n}(-K_{i+n}^2) \prod_{i=1}^n S_{i_3}(\tilde{k}_{i_3} + v_{i_3}), \quad (12)$$

$$\text{мұнда } K_{i+n}^2 = \sum_{i_2} (\tilde{k}_{i_2}^{i_2} + v_{i_2}^{i_2})^2.$$

Әрі қарай бос кварк пропагаторы үшін Фок–Швингер өрнегін қолданамыз

$$S(k) = (m + k) \int_0^\infty d\beta e^{-\beta(m^2 - k^2)}. \quad (13)$$

Жалпылықты шектемей, шыңдық функцияларды Гаусс экспоненталары түрінде аламыз:

$$\Phi_{i+n}(-K^2) = \exp[\beta_{i+n} K^2], \quad i = 1, \dots, m, \quad (14)$$

мұндағы параметр $\beta_{i+n} = s_i = \frac{1}{\Lambda_i^2}$ – X -мезонның өлшемін сипаттайды.

Тұзақтық импульс айнымалылары бойынша интегралдауды және жоғарыда сипатталған дифференциация операциясын орындағаннан кейін, Фейнман диаграммасының өрнегі (12) теңдеуде келесі түрде жазылады:

$$\Pi = \int_0^\infty d^n \beta F(\beta_1, \dots, \beta_n). \quad (14)$$

Интегралды симплекстік айнымалылар бойынша интегралдау үшін ыңғайлы түрде "бірлікті енгізу" әдісін қолданып, ішкі интегралдық өрнекке ауысуға болады.

$$1 = \int_0^\infty dt \delta\left(t - \sum_{i=1}^n \beta_i\right) \quad (15)$$

және кейінгі $\beta_i = t\alpha_i$ айнымалыларды ауыстыру арқылы келесі түрге келеміз

$$\Pi = \int_0^\infty dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (16)$$

Барлығы n сандық интегралдар бар: $(n-1)$ α параметрлері бойынша және t параметрі бойынша интегралды береді. Біз интегралдың жоғарғы шегін $1/\lambda_i$ нүктеде кесіп аламыз:

$$\Pi^c = \int_0^{1/\lambda_i} dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (17)$$

Кію параметрі λ инфрақызыл кію параметрі деп аталады.

Бұл жұмыста біз бір айналымнан тұратын екі нүктелі функцияны қарастырамыз. Сонда

$$\Pi_2(p^2) = \int \frac{d^4 k_E}{\pi^2} \frac{e^{-sk_E^2}}{[m^2 + (k_E + \frac{1}{2} p_E)^2][m^2 + (k_E - \frac{1}{2} p_E)^2]},$$

мұнда біз Гаусстық шыңдардың функцияларын $e^{-sk_E^2}$ факторына жинадық.

Көрнекілік ретінде бір тұзақтық өзіндік энергетикалық диаграмманы қарастырайық және қарапайымдылық үшін барлық спинорлық шамаларды елемейміз. Соңында пропагатор үшін келесідей өрнек алдық:

$$\Pi_2(p^2) = \int_0^\infty dt \frac{t}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha \exp\left(-tz_{loc} + \frac{st}{s+t} z_1\right),$$

$$z_{loc} = m^2 - \alpha(1-\alpha)p^2, \quad z_1 = \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 p^2. \quad (18)$$

Нәтижелер мен талқылау

Ең алдымен $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ ауысу матрицалық элементтерін есептейік. Себебі екі жағдайда да $X(3872)$ мезонының массасы тиісті кинематикалық шектерге өте жақын болғандықтан

$$m_X - (m_{J/\psi} + m_\rho) = -0.90 \pm 0.41 \text{ МэВ},$$

ρ , ω векторлық мезондар олардың массалық бетінен тыс қарастырылуы керек. Онда $X_u \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ ауысу матрицалық элементтері келесі түрде жазылады:

$$\begin{aligned} M^{\mu\nu\rho}(X_u(p, \mu) \rightarrow J/\psi(q_1, \nu) + \nu^0(q_2, \rho)) = \\ = 6g_X g_{J/\psi} g_{\nu^0} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \overline{\Phi}_X(-K_1^2) \Phi_{J/\psi}\left(-\left(k_1 + \frac{1}{2} q_1\right)^2\right) \Phi_{\nu^0}\left(-\left(k_2 + \frac{1}{2} q_2\right)^2\right) \\ \times \text{tr}[i\gamma^5 S_c(k_1) \gamma^\nu S_c(k_1 + q_1) \gamma^\mu S_u(k_2) \gamma^\rho S_u(k_2 + q_2)] \\ = \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \nu} q_1^\rho M_{X J \nu}^{(1)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \nu} q_2^\rho M_{X J \nu}^{(2)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \rho} q_2^\nu M_{X J \nu}^{(3)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \nu \rho} q_1^\mu M_{X J \nu}^{(4)} \\ + \varepsilon^{q_1 \mu \nu \rho} M_{X J \nu}^{(5)} + \varepsilon^{q_2 \mu \nu \rho} M_{X J \nu}^{(6)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \rho} q_1^\nu M_{X J \nu}^{(7)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \nu \rho} q_2^\mu M_{X J \nu}^{(8)}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$K_1^2 = \frac{1}{2} \left(k_1 + \frac{1}{2} q_1\right)^2 + \frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{1}{2} q_2\right)^2 + \frac{1}{4} (\omega_u q_1 - \omega_c q_2)^2,$$

мұндағы $\nu^0 = \rho, \omega$. Айта кетейік, егер X және J/ψ бөлшектері массалық бетінде орналасқан жағдайда, яғни $\xi_\mu(q_1^\mu + q_2^\mu) = 0$ және $\xi_\nu q_1^\nu = 0$,

тәуелсіз лоренцтік құрылымдардың саны 6 дейін азаяды. Әрі қарай, келесі қатынастарды пайдалана отырып:

$$M(X_d \rightarrow J/\psi + \rho) = -M(X_u \rightarrow J/\psi + \rho),$$

$$M(X_d \rightarrow J/\psi + \omega) = -M(X_u \rightarrow J/\psi + \omega).$$

[23]-те анықталған физикалық күйлердің ыдырау амплитудаларын таза X_u – күйінің ыдырау амплитудалары арқылы өрнектеуге болады:

$$M(X_l \rightarrow J/\psi + \omega) = (\cos \theta + \sin \theta) M(X_u \rightarrow J/\psi + \omega),$$

$$M(X_h \rightarrow J/\psi + \omega) = (\cos \theta - \sin \theta) M(X_u \rightarrow J/\psi + \omega),$$

$$M(X_l \rightarrow J/\psi + \rho) = (\cos \theta - \sin \theta) M(X_u \rightarrow J/\psi + \rho),$$

$$M(X_h \rightarrow J/\psi + \rho) = -(\cos \theta + \sin \theta) M(X_u \rightarrow J/\psi + \rho).$$

(19) өрнектегі $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ матрицалық элементі қолдана отырып $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ ыдырау үшін яғни, олар аралық $\rho(\omega)$ резонанстық күйлер арқылы өтеді деген болжаммен ыдырау енін анықтау аламыз. Біз тар резонанстарды қолдану әдісін қолданамыз, бұл жағдайда ол жеткілікті негізделген, себебі $\rho(\omega)$ резонанстардың ендері олардың массаларынан айтарлықтай кіші.

Екі еркін параметрлер бар: θ араласу бұрышы және Λ_X параметрі, ол X -мезонды сипаттайтын параметрлер. Біз Λ_X параметрін $2.5 \leq \Lambda_X \leq 4$ ГэВ аралығында өзгерте отырып келесі қатынастарды анықтадық

$$\frac{\Gamma(X_u \rightarrow J/\psi + 3\pi)}{\Gamma(X_u \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \approx 0.25. \quad (20)$$

Λ_X параметрі вариация кезінде өте орнықты. Онда [2]-де келтірілген эксперименттік деректерден алынған орташа мәнді және осы нәтижені пайдалана отырып, мынадай шаманы анықтауға болады.

$$\frac{\Gamma(X_{l,h} \rightarrow J/\psi + 3\pi)}{\Gamma(X_{l,h} \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \approx 0.25 \cdot \left(\frac{1 \pm \tan \theta}{1 \mp \tan \theta} \right) \approx 1, \quad (21)$$

бұл, тиісінше $X_l \rightarrow "+"$ және $X_h \rightarrow "-"$ үшін $\theta \approx \pm 18.4^\circ$ мынадай нәтижелерді береді. Бұл нәтижелер [23] $\theta \approx \pm 20^\circ$ және [24] $\theta \approx \pm 23.5^\circ$ еңбектерінде алынған нәтижелермен сәйкес келеді. Ыдырау ені Λ_X параметрдің өзгеруіне едәуір сезімтал, бұл 2-суретте көрсетілген. Берілген аралықта $\Gamma(X \rightarrow J/\psi + n\pi)$ ыдырау енінің абсолюттік мәні 0.30 МэВ кіші, бұл эксперименттік $\Gamma(X(3872)) \leq 2.3 \text{ МэВ}$ шектеуге сәйкес келеді.

Біз D^{*+} және D^{*0} мезондардың массаларын және ыдырау ендерін [2] және [25], [23] (барлық өлшемдер МэВ бірлігімен берілген):

$$m_{D^{*+}} = 2010.27, \Gamma_{D^{*+}} = 2010.27,$$

$$m_{D^{*0}} = 2006.97, B(D^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0) 0.307,$$

$$\Gamma_{D^{*0}} = 0.070, B(D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^0) 0.619.$$

Бұл мәндерді біле отырып, ыдырау ені келесі формула бойынша есептеледі:

$$\Gamma(X_l \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0) = \cos^2 \theta \Gamma(X_u \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0)$$

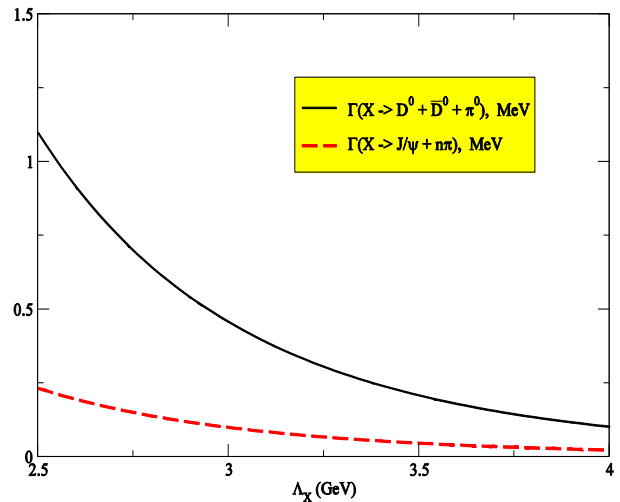
Ыдырау енінің Λ_X параметрге тәуелділігі 2-суретте көрсетілген. [2]-дегі нәтижелерді пайдалана отырып,

$$10^5 B(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \cdot B(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) = 0.95 \pm 0.19,$$

$$10^5 B(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \cdot B(X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0) = 10.0 \pm 4.0,$$

келесі қатынасты анықтауға болады

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-)} = 10.5 \pm 4.7. \quad (22)$$



2-сурет – $\Gamma(X_l \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0)$ және $\Gamma(X \rightarrow J/\psi + n\pi)$ ыдырау енінің Λ_X параметрге тәуелділігі

2-суретте көрсетілген ыдырау ені катынастарынан алынған теориялық мән

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-)} \bigg|_{\text{теор}} = 4.5 \pm 0.2. \quad (23)$$

Қорытынды

X(3872) мезонының қасиеттеріне қатысты Belle [8], BaBar [9], CDF [4] және DØ [5] коллаборациялары арқылы алынған эксперименттік және теориялық зерттеу нәтижелері қысқаша көрсетілді. Зерттеулер нәтижесінде X(3872) мезоны дикварктік молекула емес, нақты тетракварктік құрылым екені анықталды.

Адрондардың оларды құрайтын кварктармен тиімді әрекеттесуін сипаттайтын релятивистік

лагранжиандар қарастырылды. Кванттық өріс теориясы аясында байланысқан күйлерді сипаттауда тиімді құрал болып табылатын байланыстылық шартының анықтамасы берілді. Физикалық үдерістер амплитудаларында кварктардың пайда болуына сәйкес келетін кез келген табалдырықтық ерекшеліктердің болмауын қамтамасыз ететін инфракызыл конфайнмент ұғымы енгізілді.

$\rho(\omega)$ және D аралық күйлер арқылы жүретін $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ және $X \rightarrow D^0 + \bar{D}^0 + \pi^0$ ыдыраулардың ені есептелді. X(3872) мезонының өлшемін сипаттайтын параметрдің ақылға қонымды мәндерінде теориялық есептеулер эксперименттік деректермен сәйкес келетіні анықталды. Бұл анализ кварктардың конфайнментін ескеретін релятивистік конституенттік кварктік модель шеңберінде жүргізілді.

Әдебиеттер References

1. S.K. Choi, S. L. Olsen, K. Abe, T. E. Browder, D. Dinh, I. Adachi, H. Aihara, H. Akimoto, Y. Asano, T. Aviles, ... K. Ziegler (Belle Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **91**, 262001 (2003). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.262001>
2. K. Nakamura, and (Particle Data Group), *J. Phys. G* **37**, 075021 (2010). DOI 10.1088/0954-3899/37/7/075021
3. B. Aubert, R. Barate, M. Battaglia, A. Bevan, ... H. Wang, Y. Zhang (BABAR Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **93**, 041801 (2004). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.041801>
4. D. E. Acosta, T. A. Aaltonen, N. B. Smith, R. C. Elfgren, F. Amendolia, ... J. H. Garcia (CDF II Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **93**, 072001 (2004). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.072001>
5. V. M. Abazov, B. Abbott, M. Abolins, B. S. Acharya, D. N. Adams, ... A. Zhou (DØ Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **93**, 162002 (2004). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.162002>
6. T. Aaltonen, A. Abulencia, J. Adelman, T. Akimoto, B. Álvarez González, ... A. Zhu (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **103**, 152001 (2009). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.152001>
7. K. Yi for the CDF Collaboration, *Heavy quark meson spectroscopy at CDF*, arXiv:0910.3163 [hep-ex] (2009).
8. K. Abe, P. Pakhlov, A. Gritsan, Y. Nagashima, E. Nakano, ... Y. Yamazaki (Belle Collaboration), *Evidence for $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$ and sub-threshold decay $X(3872) \rightarrow \omega J/\psi$* , arXiv:hep-ex/0505037 (2005).
9. B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny, F. Butler, T. Cowan, ... C. Zupanc (BABAR Collaboration), *Phys. Rev. D* **74**, 071101 (2006). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.071101>
10. A. Abulencia, J. Adelman, T. Affolder, T. Akimoto, M. G. Albrow, ... A. Zucchelli (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **98**, 132002 (2007). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.132002>
11. G. Gokhroo, P. Rubin, S.-K. Choi, D. Mohapatra, ... S. L. Olsen (Belle Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **97**, 162002 (2006). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.162002>
12. B. Aubert, B. Bosanac, J. P. Lees, V. Poireau, ... C. Xi (BABAR Collaboration), *Phys. Rev. D* **77**, 011102 (2008). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.011102>
13. P. del Amo Sanchez, B. Aubert, A. Bolko, M. Bračko, M. Calderón, ... B. Zhang (BABAR Collaboration), *Phys. Rev. D* **82**, 011101 (2010). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.011101>
14. S. K. Choi, Y. Mizuk, T. Uglov, K. Trabelsi, B. Pal, ... H. Nakano (Belle Collaboration), *Phys. Rev. D* **84**, 052004 (2011). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.052004>
15. K. Hayashi, H. Y. Cheng, K. Cross, N. Fujimura, ... and A. Salam, *Fortsch. Phys.* **15**, 625 (1967); *Nuovo Cimento* **25**, 224 (1962).
16. M. Dineykhon, G. V. Efimov, M. A. Ivanov, *Yad. Fiz.* **35**, 134 (1982). (in Russ).
17. G. Ganbold, M. A. Ivanov, *Phys. Rev. D* **111**, 014007 (2025). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.014007>
18. C. T. Tran, M. A. Ivanov, P. Santorelli, Q. C. Vo, *Chinese Phys. C* **48**, 023103 (2024). <https://doi.org/10.1088/1674-1137/ad102c>

19. G. Ganbold, T. Gutsche, M. A. Ivanov, V. E. Lyubovitskij, *Phys. Rev. D* **104**, 094048 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.094048>
20. M. Dineykhon, M. A. Ivanov, G. G. Saidullaeva, *Phys. Part. Nuclei* **43**, 749-782 (2012). <https://doi.org/10.1134/S1063779612060032>
21. S. Dubnicka, A. Z. Dubnickova, M. A. Ivanov, J. G. Jörner, P. Santorelli, G. G. Saidullaeva, *Phys. Rev. D* **84**, 014006 (2011). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.014006>
22. M.A.Ivanov, J.G. Körner, S. G.Kovalenko, P. Santorelli and G.G. Saidullaeva. *Phys. Rev. D* **85**, 034004 (2012). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.034004>
23. L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa, V. Riquer, *Phys. Rev. D* **71**, 014028 (2005). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.014028>
24. M. Nielsen, F. S. Navarra, S. H. Lee, *Phys. Rept.* **497**, 41-83 (2010). <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.07.005>
25. M. B. Voloshin, *Phys. Lett. B* **579**, 316-320 (2004). <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2003.11.014>

Мақала тарихы:

Түсті – 06.05.2025

Түзетілген түрде түсті – 22.05.2025

Қабылданды – 02.06.2025

Article history:

Received 06 May 2025

Received in revised form 22 May 2025

Accepted 02 June 2025

Авторлар туралы мәлімет:

Жаугашева Сауле Аманбаевна – физика-математика ғылымдарының кандидаты, теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы қ, Қазақстан, e-mail: zhaugashevas@gmail.com

2. Сайдуллаева Гозьял Гайнидиновна (корреспондент автор) – PhD, теориялық және ядролық физика кафедрасының аға оқытушысы, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы қ, Қазақстан, e-mail: saydullaeva.goziyal@kaznu.kz

3. Бактегереева Екатерина Серікқызы, теориялық және ядролық физика кафедрасының лаборанты, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы қ, Қазақстан, e-mail: katywka_b@mail.ru

Information about authors:

1. **Saule Zhaugasheva** – candidate of physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of theoretical and nuclear physics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: zhaugashevas@gmail.com

2. **Gozyal Saidullaeva** (corresponding author), PhD, Senior Lecturer of the Department of theoretical and nuclear physics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: saydullaeva.goziyal@kaznu.kz

3. **Ekaterina Baktegeereva**, Laboratory assistant of the Department of theoretical and nuclear physics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: katywka_b@mail.ru