

FTAMP 29.35.03; 27.31.15; 27.31.21

<https://doi.org/10.26577/RCPH2025951>

А.М. Сыздықова* , Ұ.А. Уалиханова , А.Б. Алтайбаева 
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан
*e-mail: syzdykova_am@mail.ru

ЕКІ ӨЛШЕМДІ КАЛОДЖЕРО-БОГОЯВЛЕНСКИЙ-ШИФФ ТЕҢДЕУІНІҢ ЖҮГІРМЕЛІ ТОЛҚЫНДЫҚ ШЕШІМІ

Бұл мақалада сызықты емес эволюциялық теңдеулердің бірі екі өлшемді кеңейтілген Калоджеро-Богоявленский-Шифф (КБШ) теңдеуінің жаңа жүгірмелі толқындық шешімдері зерттелетін болады. Жалпы зерттеу саласында сызықты емес физикалық құбылыстар ғылым мен оның әр түрлі салаларында мысалы оптикалық талшықтарда, астрофизикада, дифференциалдық теңдеулер физикасында – аса маңызды рөл атқарып, оларды моделдеуге мүмкіндік беруде. Калоджеро-Богоявленский-Шифф (КБШ) теңдеуі бастапқыда локальды емес деп тұжырымдалғанымен, оны дифференциалдық теңдеулер жүйесі ретінде зерттелуде. Мұндай теңдеулер сұйықтық динамикасы, плазма физикасы және кванттық өріс теориясы сынды ғылымның түрлі салаларында қолданылады. Әсіресе сызықты емес әдістер стандартты симметрия әдістерімен алынбайтын шешімдерді анықтауда тиімді екенің көрсетті. Бұл мақалада алынған нәтижелер сызықты емес дисперсиялық толқындарды және күрделі динамикалық жүйелерді сипаттайтын физикалық процесстерді моделдеуде қолданылуы мүмкін сондай-ақ екіөлшемді теңдеулер теориясын тереңірек түсінуге үлес қосады. Мақалада екі өлшемді Калоджеро-Богоявленский-Шифф (КБШ) теңдеуінің толқындық шешімдері алынып, бағдарламалық жүйелерде графиктері тұрғызылады. Осы мақалада орындалған жұмыс екі өлшемді сызықты емес жүйелердің динамикасын тереңірек түсінуге үлес қосады.

Түйін сөздер: қарапайым дифференциалдық теңдеу, дербес туындылары бар дифференциалдық теңдеу, синус-косинус әдістері, сызықты емес, Калоджеро-Богоявленский-Шифф теңдеуі.

A.M. Syzdykova*, U.A. Ualikhanova, A.B. Altaibaeva
L.N. Gumilyov Eurasian national university, Astana, Kazakhstan
*e-mail: syzdykova_am@mail.ru

Traveling wave solutions of the two-dimensional Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff equation

This article investigates new traveling wave solutions of one of the nonlinear evolution equations - the two-dimensional generalized Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff (CBS) equation. In general, nonlinear physical phenomena play an important role in science and its various branches, such as optical fibers, astrophysics, and the physics of differential equations, allowing for the modeling of such processes. Although the Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff (CBS) equation was initially formulated as a nonlocal equation, it is studied as a system of differential equations. Such equations find applications in various scientific fields, including fluid dynamics, plasma physics and quantum field theory. The use of nonlinear methods is especially effective in finding solutions that cannot be obtained by standard symmetry-based approaches. The results obtained in this paper can be used to model nonlinear dispersive waves and describe complex dynamical systems, contributing to a deeper understanding of the theory of two-dimensional equations. The paper presents sine and cosine solutions of the two-dimensional Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff equation and visualizes them through software-generated plots. This work contributes to a deeper understanding of the dynamics of two-dimensional nonlinear systems.

Keywords: ordinary differential equation, partial differential equation, sine-cosine methods, nonlinearity, Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff (CBS) equation.

А.М. Сыздыкова*, У. А.Уалиханова, А.Б. Алтайбаева
Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
*e-mail: syzdykova_am@mail.ru

Решения типа бегущей волны двумерного уравнения Калоджеро-Богоявленского-Шиффа

В данной статье исследуются новые бегущие волновые решения одного из нелинейных эволюционных уравнений - двумерного обобщенного уравнения Калоджеро-Богоявленского-Шиффа (КБШ). В целом, нелинейные физические явления играют важную роль в науке и её различных областях, например в оптических волокнах, астрофизике и физике дифференциальных уравнений, и позволяют моделировать эти процессы. Хотя уравнение Калоджеро-Богоявленского-Шиффа (КБШ) изначально формулировалось как нелокальное, сейчас оно рассматривается как система дифференциальных уравнений. Подобные уравнения находят применение в различных научных областях, таких как гидродинамика, физика плазмы и квантовая теория поля. Особенно эффективно применение нелинейных методов для нахождения решений, которые не могут быть получены стандартными методами симметрий. Полученные результаты в статье могут быть использованы для описания сложных динамических и систем моделирования нелинейных дисперсионных волн, а также способствуют более глубокому пониманию теории двумерных уравнений. В статье получены волновые решения двумерного уравнения Калоджеро-Богоявленского-Шиффа (КБШ), построены их графики с помощью программных средств. Данная работа вносит вклад в более глубокое понимание динамики двумерных нелинейных систем.

Ключевые слова: простое дифференциальное уравнение, дифференциальное уравнение с частными производными, методы синуса-косинуса, нелинейность, уравнение Калоджеро-Богоявленского-Шиффа.

Кіріспе

Сызықты емес дифференциалдық теңдеулер бүгінгі таңда шешімдер алу барысында маңызды орын алуда [1-2]. Себебі олар оптикалық талшықтар технологиясы, сандық байланыс, астрономия, сұйықтықтар, плазма, қатты дене физикасы және тұтас орта механикасы сияқты табиғи құбылыстарды түсіндіру үшін математикалық моделдер ретінде пайдаланылады сондай-ақ оларды моделдеуге де болады. Ғаламдағы көптеген құбылыстар сызықты емес жартылай дифференциалдық теңдеулермен сипатталатының есепке алсақ, бұл теңдеулерді шешу және олардың шешімдерін табу өте маңызды. Ғалымдар жылдар бойы шешімдерін табу үшін әр түрлі әдістерді дамытты. Бұл сызықты емес құбылыстардың қасиеттерін түсіну

үшін олардың дәл шешімін табу керек, бұл өз кезегінде тиімді әдістердің дауына түрткі болады, сондықтан осы сала бойынша көптеген тиімді әдістер зерттеліп келеді [3-6].

Осыған байланысты бұл зерттеуде екі өлшемді Калоджеро – Богоявленский - Шифф теңдеуі [7-10] қарастырылады, ол келесі түрде беріледі:

$$u_{tx} + u_x u_{xy} + \frac{1}{2} u_{xx} u_y + \frac{1}{4} u_{xxx} + \frac{1}{4} \partial_x^{-1} u_{yyy} + a u_{xy} = 0, (1)$$

$$u_y = v_x (2)$$

мұндағы a - тұрақты шама болып табылады.

Зерттеу әдіснамасы

Осы зерттеу аясында екі өлшемді Калоджеро – Богоявленский - Шифф (КБШ) тең-

деуінің нақты шешімдерін табу үшін синус-косинус әдісі қолданылды. Жалпы синус және

косинус әдісі арқылы шешімін алу ол математикалық физиканың бірқатар сызықтық емес, дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді шешудің нәтижелі тәсілдерінің бірі ретінде қарастырылуда [11-15].

Синус және косинус әдісінің сипаттамасы

Бұл бөлімде жалпы синус және косинус әдістерінің сипаттамасы беріледі. Бұл әдіс арқылы толқындық түрлендіру келесі түрде беріледі. Жалпы түрде дербес туындылары бар дифференциалды теңдеу

$$E_1(u_t, u_x, u_{xx}, u_{yy}, u_{xxx}, \dots) = 0, \quad (3)$$

толқындық айнымалылар арқылы келесідей түрленеді,

$$u(x, y, t) = \psi(\xi), \quad \xi = nx + my - pt \quad (4)$$

Нәтижесінде жай дифференциалдық теңдеуге келтіруге болады

$$E_2(u, u', u'', u''', \dots) = 0. \quad (5)$$

теңдеудің шешімі келесі түрде ізделеді.

$$u(x, y, t) = \lambda \cos^\beta(\mu\xi), \quad (6)$$

таңдауға байланысты

$$u(x, y, t) = \lambda \sin^\beta(\mu\xi), \quad (7)$$

Зерттеу нәтижелері

Екі өлшемді Калоджеро-Богоявленский-Шифф теңдеуінің аналитикалық шешімдерін табу үшін $\sin$ - $\cos$ әдісін қолданамыз, ол үшін дербес туындылы теңдеуге қолданып, келесі түрлендіруді аламыз

$$u(x, y, t) = \psi(\xi), \quad \xi = nx + my - pt \quad (12)$$

мұндағы c - тұрақты коэффициент болып табылады.

Осы теңдеуді (1)-(2) теңдеуге қоя отырып, ұқсас

$$\psi'''(-4pn^2 + m^3 + \beta n^2 m) + 6n^3 m(\psi' \psi''')^2 + 6nm \psi'' n m \psi'' + n^4 m \psi^5 = 0, \quad (15)$$

Жоғарыдай өрнекті ықшамдап, (15)-теңдеуден шешім аламыз

мұндағы $u(x, y, t) = \psi(\xi)$, $\xi = nx + my - pt$, ал m, n, p - тұрақтылар. Осындағы (6) теңдеуден алынған туындыларды төмендегідей түрлендіруге болады:

$$u'(\mu\xi) = -\lambda\beta\mu \cos^{\beta-1}(\mu\xi) \sin(\mu\xi), \quad (8)$$

$$u''(\mu\xi) = -\lambda\beta^2 \mu^2 \cos^\beta(\mu\xi) + \lambda\mu^2 \beta(\beta-1) \cos^{\beta-2}(\mu\xi), \quad (9)$$

ал (7) өрнектің туындылары төмендегідей түрде өрнектеледі

$$u'(\mu\xi) = \lambda\beta\mu \sin^{\beta-1}(\mu\xi) \cos(\mu\xi), \quad (10)$$

$$u''(\mu\xi) = -\lambda\beta^2 \mu^2 \sin^\beta(\mu\xi) + \lambda\mu^2 \beta(\beta-1) \sin^{\beta-2}(\mu\xi). \quad (11)$$

Жоғарыда берілген (6) – (11) теңдеулерді дифференциалдық теңдеулерге қоя отырып, мүшелері $\cos^r(\mu\xi)$ және $\sin^r(\mu\xi)$ болатын тригонометриялық теңдеулер жүйесін аламыз. Сондай-ақ β - ны табу үшін синус немесе косинус жұптарының дәрежедегі мүшелерін теңестіріп, қажетті параметрлерді табамыз. Кейінірек, $\cos^r(\mu\xi)$ және $\sin^r(\mu\xi)$ үшін бірдей дәрежедегі барлық коэффициенттерді жеке-жеке біріктіреміз. Нәтижесінде белгісіз λ және μ арасындағы математикалық теңдеулер жүйесінің шешімін алып, бізге қажетті коэффициенттерді анықтаймыз.

өрнектерді біріктіріп, дифференциалдық теңдеуді алуға болады:

$$\eta \psi' + 3n^3 m(\psi')^2 + n^4 m \psi''' = 0, \quad (13)$$

$$u' = v' \quad (14)$$

(13)-(14) теңдеулерді интегралдап, ал интегралданған тұрақтыны нольге теңестіріп алсақ және $\psi'(\xi) = v(\xi)$ деп ескерсек, онда келесі өрнекті анықтаймыз

$$\eta v(\xi) + 3n^3 m v^2(\xi) + n^4 m v''(\xi) = 0, \quad (16)$$

мұндағы $\eta = -4pn^2 + m^3 + \beta n^2 m$ тең.

Косинус шешімі

$$u(\mu\xi) = \lambda \cos^\beta(\mu\xi), \quad (17)$$

(16) теңдеудің косинус шешімін табу үшін (6) теңдеуге келесідей түрлендіру енгіземіз

$$u''(\mu\xi) = -\lambda\beta^2\mu^2 \cos^\beta(\mu\xi) + \lambda\mu^2\beta(\beta-1)\cos^{\beta-2}(\mu\xi), \quad (18)$$

Осы (17)-(18) өрнектерді (16) теңдеуге қойып, келесі теңдеуді алуға болады.

$$\eta\lambda \cos^\beta(\mu\xi) + 3n^3m\lambda^2 \cos^{2\beta}(\mu\xi) + n^4m(-\mu^2\beta^2\lambda \cos^\beta(\mu\xi) + \mu^2\lambda\beta(\beta-1)\cos^{\beta-2}(\mu\xi)) = 0, \quad (19)$$

Тепе-теңдік әдісін пайдаланып, (19) теңдеудегі $\cos^\beta$ функциясының әрбір дәрежесіне сәйкес келетін мүшелерді салыстыру арқылы, β параметрінің мәнін табамыз.

$$\beta - 2 = 2\beta, \text{ онда } \beta = -2.$$

Табылған β мәнін (19) теңдеуге қоя отырып, келесідей теңдеуді анықтауға болады.

$$\eta\lambda \cos^{-2}(\mu\xi) + 3n^3m\lambda^2 \cos^{-4}(\mu\xi) - 4n^4m\mu^2\lambda \cos^{-2}(\mu\xi) + 6n^4m\mu^2\lambda \cos^{-4}(\mu\xi) = 0, \quad (20)$$

Косинус функциясының әрбір дәрежесіне сәйкес келетін коэффициенттерін теңестіру арқылы келесі теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\cos^{-2}(\mu\xi): \eta\lambda - 4n^4m\mu^2\lambda = 0, \quad (21)$$

$$\cos^{-4}(\mu\xi): \lambda + 2n\mu^2 = 0 \quad (22)$$

Шыққан теңдеулер жүйесінен келесі коэффициенттердің мәндерін онай анықтап алуға болады

$$\lambda = -\frac{\eta}{2n^3m}, \mu = \sqrt{\frac{\eta}{4n^4m}} \quad (23)$$

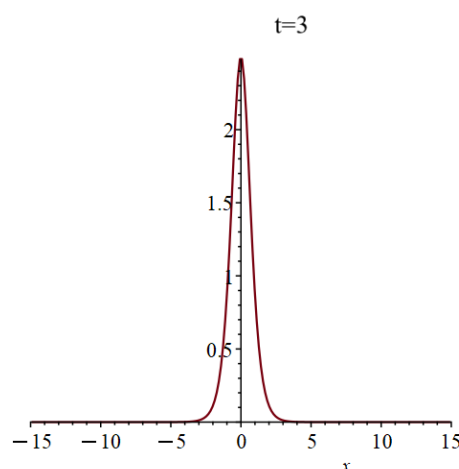
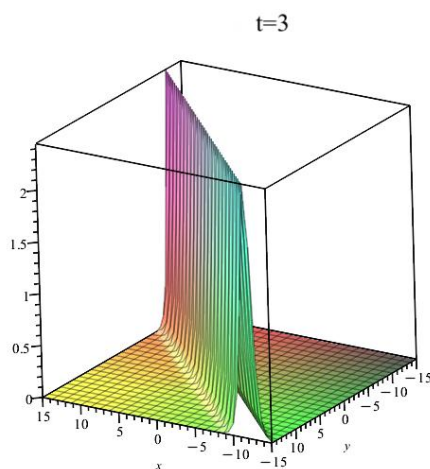
қойып, $u = v$ шартын ескеріп, екі өлшемді Калоджеро-Богоявленский-Шифф теңдеуінің нақты шешімдерін аламыз

$$u_1(x, y, t) = -\frac{\eta}{2n^3m} \sec^2 \left[\sqrt{\frac{\eta}{4n^4m}} (nx + my - pt) \right], \quad (24)$$

$$v_1(x, y, t) = -\frac{\eta}{2n^3m} \sec^2 \left[\sqrt{\frac{\eta}{4n^4m}} (nx + my - pt) \right]. \quad (25)$$

(17) теңдеуге жоғарыда табылған мәндерді қойып, одан кейін алынған өрнекті (12) теңдеуге

Ан теңдеудің шешімінің графикалық түрі 1-суретте келтірілді.



1-сурет - $u_1(x, y, t)$, шешімінің екі өлшемді және бір өлшемді графиктері келесі мәндерді ескеріп алынды $n = 1, m = 1, p = 1$

Синус шешімі

Синус шешімін анықтау мақсатында (7) түрлендіруді пайланамыз

$$u(\mu\xi) = \lambda \sin^\beta(\mu\xi), \quad (26)$$

$$u''(\mu\xi) = -\lambda\beta^2\mu^2 \sin^\beta(\mu\xi) + \lambda\mu^2\beta(\beta-1)\sin^{\beta-2}(\mu\xi). \quad (27)$$

Осы теңдеулерді (16) теңдеуге қойып, келесі түрдегі шешімді табамыз

$$\eta\lambda \sin^\beta(\mu\xi) + 3n^3m\lambda^2 \sin^{2\beta}(\mu\xi) + n^4m(-\mu^2\beta^2\lambda \sin^\beta(\mu\xi) + \mu^2\lambda\beta(\beta-1)\sin^{\beta-2}(\mu\xi)) = 0, \quad (28)$$

тепе-теңдік әдісін қолданып, (28) теңдеудегі $\sin^\beta$ функциясының дәрежелерін теңестіріп, β мәнін анықтаймыз

$$\beta - 2 = 2\beta, \text{ онда } \beta = -2.$$

Жоғарыда табылған β мәнін (28) теңдеуге қойып, келесі теңдеуді аламыз

$$\eta\lambda \sin^{-2}(\mu\xi) + 3n^3m\lambda^2 \sin^{-4}(\mu\xi) - 4n^4m\mu^2\lambda \sin^{-2}(\mu\xi) + 6n^4m\mu^2\lambda \sin^{-4}(\mu\xi) = 0, \quad (29)$$

Синус функцияларының әрбір жұбының коэффициенттерін теңестіру арқылы келесі теңдеулер жүйесін табамыз:

$$\sin^{-2}(\mu\xi) : \eta\lambda - 4n^4m\mu^2\lambda = 0, \quad (30)$$

$$\sin^{-4}(\mu\xi) : \lambda + 2n^4m\mu^2 = 0 \quad (31)$$

(30)- (31) теңдеулер жүйесінен келесі коэффициенттердің мәндерін анықтаймыз

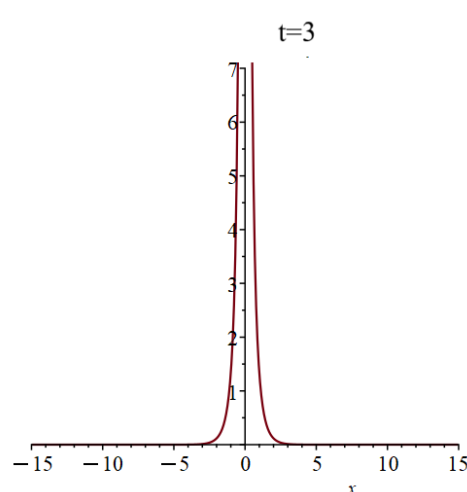
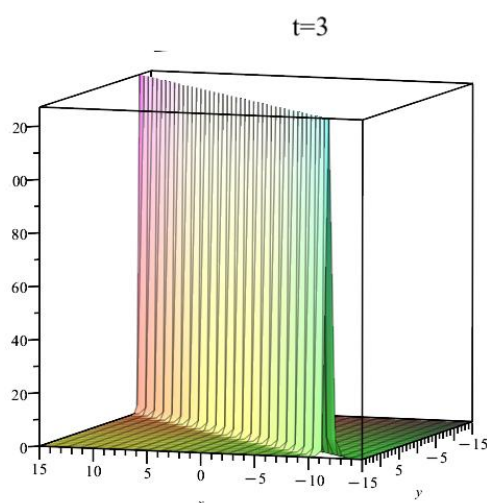
$$\lambda = -\frac{\eta}{2n^3m}, \quad \mu = \sqrt{\frac{\eta}{4n^4m}} \quad (32)$$

Жоғарыда табылған шешімдерді (26) өрнекке қойсақ, одан кейін алынған өрнекті (12) теңдеуге қойып екі-өлшемді Калоджеро-Богоявленский-Шифф теңдеуінің нақты шешімдерін табамыз

$$u_2(x, y, t) = -\frac{\eta}{2n^3m} \csc^2 \left[\sqrt{\frac{\eta}{4n^4m}} (nx + my - pt) \right], \quad (33)$$

$$v_2(x, y, t) = -\frac{\eta}{2n^3m} \csc^2 \left[\sqrt{\frac{\eta}{4n^4m}} (nx + my - pt) \right], \quad (34)$$

Анықталған (33) теңдеудің шешімінің графикалық түрі 2-суретте келтірілді.



2-сурет. $u_2(x, y, t)$, шешімнің екі өлшемді және бір өлшемді графиктері келесі параметрлермен $n = 1, m = 1, p = 1$.

Қорытынды

Осы жұмыста сызықты емес эволюциялық теңдеулердің бірі, екі өлшемді Калоджеро-Богоявленский-Шифф теңдеуінің жүгірмелі толқындық шешімдері алынды. Алынған нәтижелер сызықты емес дисперсиялық толқындарды және күрделі динамикалық жүйелерді сипаттайтын физикалық процесстерді моделдеуде қолданылуы мүмкін. Нақты шешімдер негізінде мақалада екі өлшемді Калоджеро-Богоявленский-Шифф (КБШ) теңдеуінің синус және косинус шешімдері табылды, анықталған шешімдер үшін графиктер

тұрғызылды. Жаңа шешімдер ұсынылған әдістің тиімділігін дәлелдейді. Бұдан бөлек алынған нәтижелер бұл әдістің көптеген басқа күрделі бейсызық құбылыстарды шешуге мүмкіндік береді

АЛҒЫС

Бұл зерттеу Қазақстан Республикасы Білім және Ғылым министрлігі Ғылым комитеті тарапынан жобасы аясында дайындалды (ЖТН жобасы №: AP23487348).

Әдебиеттер References

- 1 M.J. Ablowitz, P.A. Clarkson, Solitons, (Cambridge University Press, nonlinear evolution equations and inverse scattering. First printing. Cambridge, 1991). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511623998>
- 2 A. Wazwaz, Partial differential equations and solitary waves theory, (Springer, 2009), 746 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00251-9>
- 3 R. Hirota, Exact solution of the Korteweg-de Vries equation for multiple collisions of solitons, Phys. Rev. Lett. **27**, 1192-1194 (1971). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.27.1192>
- 4 G.N. Shaikhova, B.B. Kutum, R. Myrzakulov, Periodic traveling wave, bright and dark soliton solutions of the (2+1)- dimensional complex modified Korteweg-de Vries system of equations by using three different methods, AIMS Mathematics **7**(10), 18948-18970 (2022). <https://doi.org/10.3934/math.20221043>
- 5 C. Burdik, G. Shaikhova, B. Rakhimzhanov, Soliton solutions and travelling wave solutions for the two-dimensional generalized nonlinear Schrodinger equations, European Physical Journal Plus. **136**, 1095 (2021). <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-02092-6>
- 6 A. Boz, A. Bekir, Application of Exp-function method for (3+1)-dimensional nonlinear evolution equations, Computers and Mathematics with Applications **56**, 1451–1456 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2008.02.045>
- 7 G.T. Bekova, G.N. Shaikhova, K.R. Yesmakhanova, R. Myrzakulov, Darboux transformation and soliton solution for generalized Konno-Oono equation, Journal of Physics: Conference Series **1416**, 012003 (2019). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1416/1/012003>
- 8 G.N. Shaikhova, B.K. Rakhimzhanov, and Zh.K. Zhanbosinova, Travelling wave solutions for the generalized nonlinear Schrödinger equation, Journal of Physics: Conference Series **2090**, 012062 (2021). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2090/1/012062>
- 9 A. Tripathy, S. Sahoo, A novel analytical method for solving (2+1)-dimensional extended Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff (CBS) equation in plasma physics, Journal of Ocean Engineering and Science **6**, 405-409 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.joes.2021.04.003>
- 10 O.I. Bogoyavlenskii, Overturning solitons in new two dimensional integrable equations, Mathematics of the USSR-Izvestiya **34**, 245-259 (1990). <https://doi.org/10.1070/IM1990v034n02ABEH000628>
- 11 A.M. Wazwaz, Multiple-soliton solutions for the Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff, Jimbo-Miwa and YTSF equations, Appl. Math. Comput. **203**, 592–597 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.amc.2008.05.004>
- 12 E. Yusufoglu, A. Bekir, Solitons and periodic solutions of coupled nonlinear evolution equations by using Sine-Cosine method, International Journal of Computer Mathematics, **83**(12), 915-924 (2006). <https://doi.org/10.1080/00207160601138756>
- 13 A.M. Wazwaz, A sine-cosine method for handling nonlinear wave equations, Mathematical and Computer Modeling **40**(5), 499-508 (2004). <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2003.12.010>
- 14 G.N. Shaikhova, Y.S. Kalykbay, Exact solutions of the Hirota equation via the sine-cosine method, Bulletin of the South Ural State University», series «Mathematics. Mechanics. Physics» **13**(3), 47-52 (2021). <http://dx.doi.org/10.14529/mmph210306>
- 15 G.N. Shaikhova, A.M. Syzdykova, S. Daulet, Exact solutions of the the generalized nonlinear Scrodinger equation, Mathematical Physics and Computer Simulation **24**(3), 18-25 (2021). <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.3.2>

Мақала тарихы:

Түсті – 08.07.2025

Түзетілген түрде түсті – 29.08.2025

Қабылданды – 15.12.2025

Article history:

Received 08 July 2025

Received in revised form 29 August 2025

Accepted 15 December 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Арайлым Сыздықова** (корреспондент автор) – Жалпы және теориялық физика кафедрасының 2 курс PhD студенті, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: syzdykova_am@mail.ru

2. **Ұлбосын Уалиханова** – PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасының аға оқытушысы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

3. **Азиза Алтайбаева** – PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасының доцент м.а., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com

Information about authors:

1. **Arailym Syzdykova** (corresponding author), 2nd year PhD student of the Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: syzdykova_am@mail.ru

2. **Ulbosyn Ualikhanova**, PhD, Senior Lecturer of the Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

3. **Aziza Altaibaeva**, PhD, Acting Associate Professor of the Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com