ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛОТНЫХ КУЛОНОВСКИХ СИСТЕМ

Ю.В. Архипов, А. Аскарулы, А.Б. Ашикбаева, А.Е. Давлетов, И.М. Ткаченко*

НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, Алматы,

**Валенсийский политехнический университет, Испания*

Показана возможность вычисления функции локальных полей, описывающей влияние короткодействия в приближении хаотических фаз, в рамках метода моментов для однокомпонентной плазмы (ОКП), без дополнительных условий. Численно и аналитически проанализированы дисперсия плазменных волн и декремент затухания.

1. Введение

Для анализа свойств плотных кулоновских систем зачастую необходимо знание их диэлектрических характеристик, что позволяет рассчитать дисперсию и декремент затухания плазменных волн и исследовать как линейные, так и нелинейные волновые процессы, протекающие в этих системах [1-6].

Известно, что описание коллективных процессов в двухкомпонентной плазмы (ДКП) [1-4], зачастую, является более сложной процедурой, чем в модели ОКП [5,6] и при этом могут быть использованы самые разнообразные методы. Например, в [5] проведены молекулярно-динамические исследования свойств плотных кулоновских систем. Моделировалась однокомпонентная плотная плазма, в которой, наряду со статическими и динамическими структурными факторами, изучалась и дисперсия плазменных волн. Другой подход к исследованию эволюции высокочастотных мод основан на методе линейного диэлектрического отклика [1-3,5,6], с помощью которого можно учесть как квантовые эффекты, так и эффекты неидеальности. В последнее время активно развивается метод моментов [4,7], позволяющий рассчитывать динамический структурный фактор и определять дисперсию плазмонов. При этом следует отметить, что в отличие от модели ДКП, в ОКП не требуется введение каких-либо дополнительных условий, например, использование псевдопотенциалов.

В частности, в [8] показано, что динамическая функция локальных полей (ДФЛП), $G(k,\omega)$, в рамках модели ОКП может быть рассчитана методом моментов с использованием, в качестве параметра, функции класса Неванлинны, а время релаксации для ОКП, обратно пропорциональное свободному параметру – статическому значению функции Неванлинны, может быть определено как в [9].

Задачей настоящей заметки является исследование и анализ выражения для ДФЛП в ОКП, найденного методом моментов и соответствующего выражения, полученного в вязкоупругом приближении [10] с последующим вычислением дисперсионных характеристик плазменных волн.

2. Метод моментов для ОКП

В качестве потенциала межчастичного потенциала взаимодействия используем потенциал Кулона

$$\varphi(r) = \frac{e^2}{r}, \tag{1}$$

а для описания состоянии плазмы – параметр связи

$$\Gamma = \frac{e^2}{a k_Б T}. \tag{2}$$

Здесь введен радиус Вигнера-Зейтца

$$a = \sqrt[3]{3/4\pi n}\,, \tag{3}$$

где e – заряд электрона, $k_Б$ – постоянная Больцмана, T – температура, n – концентрация частиц.

Как известно [7], использование метода моментов позволяет определить диэлектрические свойства кулоновской системы, используя несколько первых моментов функции потерь $-\frac{1}{\omega}\mathrm{Im}\frac{1}{\varepsilon(\omega,k)}$, которые можно рассчитать зная потенциал межчастичного взаимодействия и статический структурный фактор $S(k)$. Последний может быть вычислен из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении, как это было сделано, например, в [11] для двухкомпонентной плазмы.

Запишем формулу Неванлинны, определяющую диэлектрические свойства среды, в виде

$$\frac{1}{\varepsilon(k,\omega)} = 1 + \frac{\omega_p^2(z+Q)}{z(z^2-\omega_2^2)+Q(z^2+\omega_1^2)}, \tag{4}$$

здесь $\omega_1^2 = C_2(k)/C_0(k)$, $\omega_2^2 = C_4(k)/C_2(k)$, $Q(k,z)$ – такая функция класса Неванлинны, что $\lim\limits_{z\to\infty}\left(Q\left(k,z\right)/z\right) = 0, \mathrm{Im}\, z > 0$. Параметры $C_\nu(k)$ определены как степенные частотные моменты четной функции потерь:

$$C_\nu(k) = -\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega^{\nu-1}\,\mathrm{Im}\,\varepsilon^{-1}(k,\omega)d\omega\,. \tag{5}$$

Вычисление моментов позволяет записать выражения для них в виде

$$\begin{aligned} C_0 &= 1-\varepsilon^{-1}(k,0) = 1-\varepsilon^{-1}(k) \\ C_2 &= \omega_p^2\,. \\ C_4 &= \omega_p^4(1+K(k)+U(k)+H(k)) \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь

$$K(k) = \frac{\langle v_e\rangle^2 k^2}{\omega_p^2} + \left(\frac{\mathrm{h}}{2m}\right)^2\frac{k^2}{\omega_p^2}, \tag{7}$$

$$H(k) = 0\,, \tag{8}$$

$$U\left(k\right) = \left(1/2\pi^2 n\right)\int\limits_0^\infty p^2\left[S\left(p\right)-1\right]f\left(p,k\right)dp\,, \tag{9}$$

а $\langle v_e\rangle^2$ – квадрат средней тепловой скорости электронов, m – их масса, h – постоянная Планка, а ω_p^2 – квадрат плазменной частоты,

$$f(p,k) = 5/12-(p^2/4k^2)+\frac{(k^2-p^2)}{8pk^3}\ln\left|\frac{p+k}{p-k}\right|.$$

Сравним выражение для диэлектрической проницаемости (4) с известным значением $\varepsilon(k,\omega)$ в приближении хаотических фаз с учетом поправки на локальное поле из [10]

$$\varepsilon\left(k,\omega\right) = 1+\frac{\varphi\left(k\right)\Pi_0\left(k,\omega\right)}{1-\varphi\left(k\right)G\left(k,\omega\right)\Pi_0\left(k,\omega\right)}, \tag{10}$$

где

$$\Pi_0(k,\omega)=\frac{n}{k_B T}W\left(\frac{\omega}{kv_e}\right),$$

$$W(z)=1-z\exp(-z^2/2)\int_0^z\exp(y^2/2)dy+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}z\exp(-z^2/2),$$

а z вещественно. Таким образом, можно определить ДФЛП в следующем виде:

$$G(k,\omega)=A+\frac{\Delta}{1+\omega/Q},\qquad(11)$$

причем $A=\frac{1}{\varphi\Pi_0}+\frac{\omega^2-\Omega_2^2}{\omega_p^2}$, $\Delta=\frac{\Omega_2^2-\Omega_1^2}{\omega_p^2}=\frac{\omega_2^2-\omega_1^2}{\omega_p^2}\geq 0$, $Q=\frac{i}{\tau}$, τ – время релаксации, которое находится из следующего выражения $\tau\omega_p=\sqrt{\frac{\pi}{6\Gamma}}\frac{q}{\Delta(q)}$, $q=ka$.

Ясно, что выражение для ДФЛП (11) можно переписать в виде

$$G(k,\omega)=\frac{(A+\Delta)-iA\omega\tau}{1-i\omega\tau},\qquad(12)$$

где при условиях $A(k,0)+\Delta(k)=G(k)$, $A(k,0)=I(k)=-U(k)$ получается выражение, в точности совпадающее с интерполяционной формой ДФЛП из [10],

$$G(k,\omega)=\frac{G(k)-iI(k)\omega\tau}{1-i\omega\tau}.\qquad(13)$$

Отличие между (11) и (12), (13) состоит в учете зависимости $A(k,\omega)$ от частоты.

3. Дисперсия волн в ОКП

Используя соотношения (11) и (12), нетрудно изучить зависимость ДФЛП $G(k,\omega)$ от ее аргументов. Трехмерные графики ДФЛП представлены на рисунках 1 и 2.

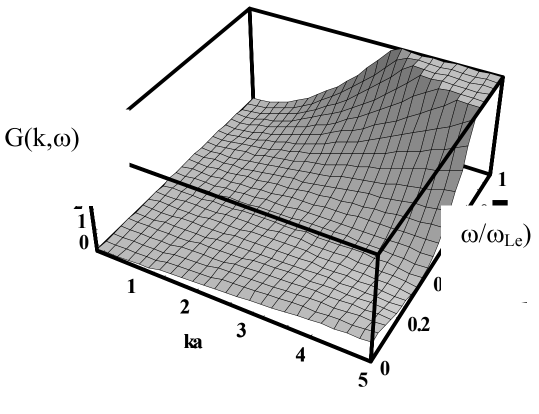

Рисунок 1. График зависимости $G(k,\omega)$, найденной по формуле (11).

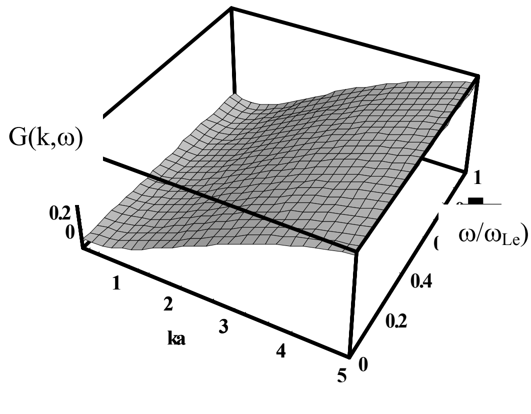

Рисунок 2. График зависимости $G(k,\omega)$, найденной по формуле (13).

Как видно из рисунков, графики $G(k,\omega)$ существенно отличаются, причем (11) имеет более сложный вид, что обусловлено учетом зависимости функции $A(k,\omega)$ от частоты. Для нулевой частоты оба графика сводятся к статической $G(k)$.

На рисунках 3-5 приведены спектры и декремент затухания, рассчитанные из (10) с учетом выражения (11). Нетрудно заметить, что с ростом параметра связи Γ, частота плазменных волн убывает, а декремент затухания увеличивается (рис. 3 и 4), что согласуется с данными других работ [2,6].

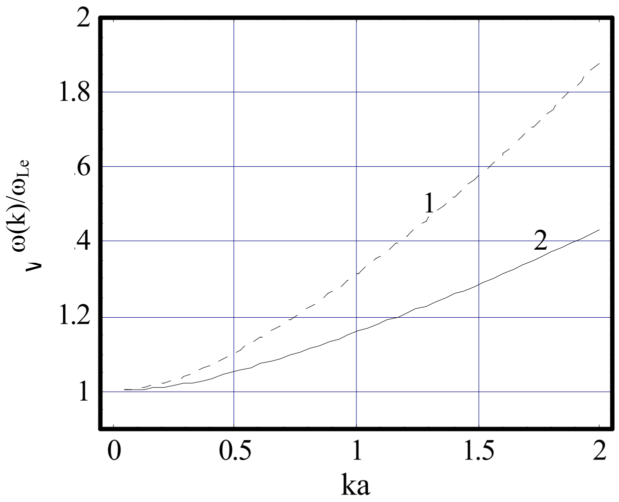

Рисунок 3 Спектр плазмонов: 1-пунктирная линия для Г=1, 2-сплошная линия для Г=2.

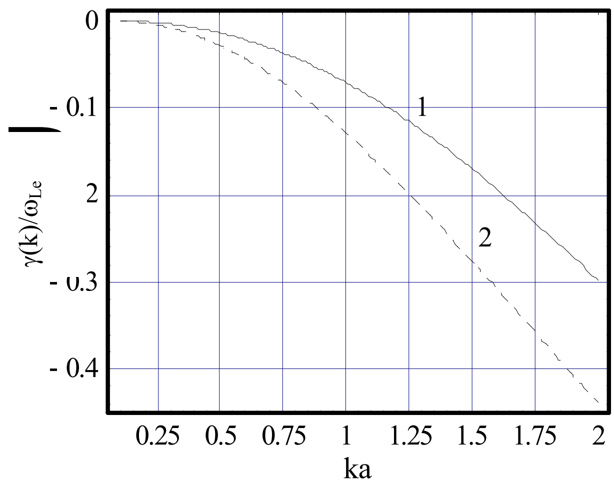

Рисунок 4 Декремент затухания плазмонов: 1- сплошная линия для Г=2, 2-пунктирная линия для Г=1.

Особый интерес представляет отличие зависимостей $\omega(k)$, рассчитанных с использованием формул (11) и (13) для $G(k,\omega)$, рисунок 5. Кривая $\omega(k)$ с использованием формулы (11) лежит на графике ниже, чем для формулы (12), что обусловлено более полным учетом функциональной зависимости ДФЛП от частоты.

Использованный способ расчета ДФЛП с привлечением метода моментов показывает отличие ранее полученных результатов [8,10] от данных настоящей заметки, вследствие более полного учета функциональных зависимостей коэффициентов, входящих в выражение для ДФЛП.

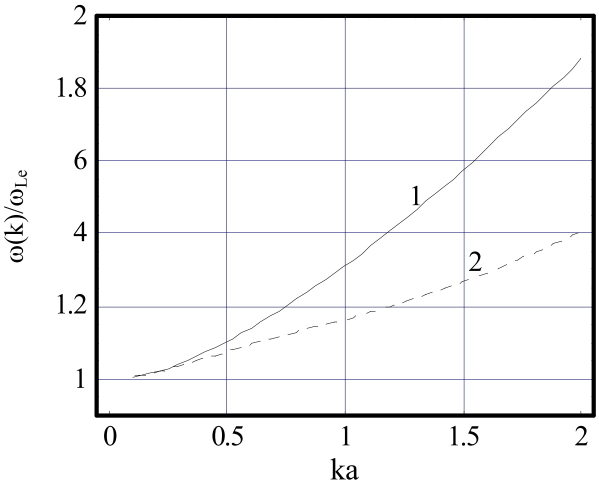

Рисунок 5 Спектр плазменных волн (см.(10)): 1 – для расчета дисперсии использовано $G(k,\omega)$ из формулы (11), 2 – для расчета дисперсии использовано $G(k,\omega)$ из формулы (13)

Выводы

Показана возможность расчета дисперсионных характеристик плотных кулоновских систем с использованием метода моментов в модели однокомпонентной плазмы. Графически проанализированы зависимости частоты и декремента затухания плазменных волн от волновых чисел для различных выражений динамической функции локальных полей. Полученные результаты согласуются с данными других авторов.

Литература

1. Arkhipov Yu. V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Electrodynamic properties of dense high-temperature plasmas// Journal of Physics IV France, 2000, v.10, p.135
2. Архипов Ю.В., Баимбетов Ф. Б.,Давлетов А.Е.,Стариков К.В. Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы Издательство “Казак Университеты” 2002г.
3. Архипов Ю.В. Дисперсия плазмонов в плотной квазиклассической плазме// В сб. “Проблемы эволюции открытых систем”, Вып.4.- Алматы, 2002.- С.12.
4. Архипов Ю.В., Аскарулы А., Давлетов А.Е., Ашикбаева А.Б., Ткаченко И.М. Дисперсия плазменных волн в плотных кулоновских системах// Тезисы 10 Международной конференции «Проблемы эволюции открытых систем», Алматы, 6-8 октября 2008 г, с.3.
5. Hansen J.-P., McDonald I.R., Pollock E.L. Statistical mechanics of dense ionized matter. 111. Dynamical properties of the classical one-component plasma// Phys.Rev. A, 1975, V.11, N 3, P.1025.
6. Hansen J.P. Plasmon dispersion of the strongly coupled one component plasma in two and three dimensions//J.Physique Lettres, 1981. V.42 L 397.
7. Arkhipov, Yu.V., Askaruly, A., Ballester, D., Davletov, A.E., Meirkanova, G.M., Tkachenko, I. M. Collective and static properties of model two component plasmas // Phys. Rev. E. - 2007. - Vol. 76. - P. 026403.
8. Архипов Ю.В., Аскарулы А.А., Иманкулиева А., Меирканова Г.М., Ткаченко И.М. О связи между динамической функцией локальных полей и параметром Неванлинны метода моментов в однокомпонентной полностью ионизованной плазме// Вестник КазНУ сер физ.-мат.-2008.- №2- С.205-209.
9. Arkhipov Yu. V., Askaruly A., Tkachenko I.M. The OCP relaxation time: the moment method VS. The corrected RPA// Вестник КазНУ сер физ.-2008.- №3- С.8-11.
10. Ishimaru S. Statistical Plasma Physics Volume II: Condensed Plasmas

11. Arkhipov Yu. V., Ashikbaeva A.B., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Starikov K.V.. Dissipation of plasmons in semiclassical plasmas.// IV International conference “Plasma Physics and Plasma Technology”, Contributed Papers, 2003 v.1, p.233.

ТЫҒЫЗ КУЛОНДЫҚ ЖҮЕНІҢ ДИЭЛЕКТРЛІК ҚАСИЕТТЕРІ

Ю.В. Архипов, Ә. Асқарұлы, Ә.Б. Ашықбаева, А.Е. Давлетов, И.М. Ткаченко

Хаостық фазалар жуықтауындағы идеал еместіктің әсерін түзетуді ескеретін, локальді өріс функциясы бір компонентті плазма үшін моменттер әдісі аясында, қосымша шарттардың енгізуінсіз есептелінді. Сандық және аналитикалық түрде плазмалық толқындарының өшуінің декременті мен дисперсиясы талданып тексерілген.

DIELECTRIC PROPERTIES OF DENSE COULOMB SYSTEMS

Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly, A.B. Ashikbaeva, A.E. Davletov, I.M. Tkachenko

The possibility to calculate the dynamic local field correction, describing the amendment to the random phase approximation due to the nonideality effects, is demonstrated for one-component plasmas (OCP) in the framework of the moment method without making any additional assumptions. Plasma wave dispersion and decrement are analyzed both numerically and analytically.