Рамазанов Т.С., Коданова С.К., Бастыкова Н.Х., Молдабеков Ж.А.

Влияние поляризации пылевых частиц на процессы рассеяния в комплексной плазме В данной работе получены экранированные потенциалы взаимодействия частиц в пылевой плазме с учетом поляризации пылевых частиц. На основе экранированных потенциалов исследованы процессы рассеяния для пары ион-пылинка и пылинка-пылинка, в частности сечения рассеяния. Показано, что при сильных взаимодействиях ($\beta > > 1$) влияния эффекта поляризации мало, он возникает только при слабых взаимодействиях ($\beta < 1$). Установлено, что влияние поляризации на рассеяние иона на пылинке незначительно. Так же, исследовано рассеяние пылинки на пылинке полагая что пылинки могут индуцировать дипольный момент друг у друга. Показано что поляризация пылинок может вести к уменьшению сечения неупругого столкновения между пылинками.

Ключевые слова: пылевая плазма, экранированные потенциалы взаимодействия, поляризация, сечения рассеяния.

Ramazanov T.S., Kodanova S.K., Bastykova N.Kh., Moldabekov Zh.A.

Effect of dust particle polarization on scattering processes in complex plasmas

Рамазанов Т.С., Коданова С.К., Бастыкова Н.Х., Молдабеков Ж.А.

Кешенді плазмада шашырау процестеріне тозаңды бөлшектің поляризациясының әсері In this work screened interaction potentials in dusty plasmas, taking into account the polarization of dust particles are obtained. On the basis of screened potentials scattering processes for pairs ion-dust and dust-dust are investigated. In particular, the scattering cross section is considered. It is shown that in strong interactions ($\beta > > 1$) the effect of the polarization effect is small, it occurs only in weak interactions ($\beta < 1$). It was found that the effect of polarization on the ion – dust scattering slightly. Scattering of dust-dust particle is investigated assuming that the dust particles can induce a dipole moment of each other. It is shown that the polarization of particles of dust can lead to a decrease in the cross section of inelastic collisions between dust particles.

Key words: dusty plasma, screened interaction potentials, polarization, cross section.

Бұл жұмыста тозаңды бөлшек поляризациясын ескере отырып бөлшектердің экрандалған әсерлесу потенциалдары алынды. Экрандалу потенциалдары негізінде ион-тозаң және тозаң-тозаңның шашырау процестері зерттелді, жеке алғанда шашырау қимасы. Күшті әсерлесуде ($\beta > > 1$) поляризацияның әсері әлсіз, ол әлсіз әсерлесуде ($\beta < 1$) туындайтыны көрсетілді. Поляризацияның әсері ионның тозаңды бөлшекте шашырауына әлсіз екендігі анықталды. Тозаңды бөлшектер бір-біріне дипольді моментін тудыруы мүмкін деп болжай отырып тозаңды бөлшектің тозаңды бөллшекте шашырауы зерттелген. Тозаңды бөлшектердің поляризациясы тозаңды бөлшектердің арасындағы серпімсіз соқтығысу қимасының төмендеуіне әкелуі мүмкін екендігі көрсетілген.

Түйін сөздер: тозаңды плазма, экрандалған әсерлесу потенциалдары, поляризация, шашырау қимасы.

^{*}Рамазанов Т.С., Коданова С.К., Бастыкова Н.Х., Молдабеков Ж.А.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Республики Казахстан, г. Алматы ^{*}E-mail: ramazan@physics.kz

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ НА ПРОЦЕССЫ РАССЕЯНИЯ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛАЗМЕ

Введение

В последние двадцать лет пылевая плазма является объектом интенсивного исследования. Имеются большое количество экспериментальных данных по статическим и динамическим свойствам пылевой плазмы, которые нашли успешное объяснение в рамках теоретических моделей и методами компьютерного моделирования, в которых взаимодействие между частицами берется в виде потенциала Юкава. Однако известно, что в пылевой плазме потенциал вокруг пылинок имеет асимптотику $\cong r^{-n}$, с n = 3, 2 [1-3], вследствие гибели ионов и электронов на поверхности пылинки.

В работе [4] показано, что такое поведение потенциала не сильно влияет на процессы рассеяния в пылевой плазме. Вопрос о возможности притяжения между одноименными пылевыми частицами остается открытым. Одним из возможных механизмов появления дипольного момента у пылинок за счет индуцированной поляризации пылинок [5,6] либо за счет поляризации составной системы пылинка+захваченное облако ионов во внешнем электрическом поле [7-9]. Теоретическое объяснение притяжения пылинки к другой пылинке в газовом разряде постоянного тока за счет фокусировки ионов пылинкой дано в работе [10,11]. Детальное исследование рассеяния ионов на пылинке с использованием потенциала Юкава проведено в работах [12,4]. В работах [13-15] на основе численного решения уравнения Больцмана показано, что влияние пылевой компоненты на буферный газ может быть значительным. В частности за счет гибели ионов и электронов на пылевой частице, которое может быть значительным в зависимости от числа пылинок в разряде и сечения поглощения (рассеяния) ионов (электронов) пылинкой. Последнее зависит от размера пылинки и потенциала взаимодействия с пылинкой. Таким образом, исследования этой проблемы так же важно с практической точки зреня в тех областях, где активно используется низкотемпературная разряженная плазма [16-19].

Вопрос о влиянии поляризации пылинок на процессы рассеяния на пылинках еще не нашло своего детального рассмотрения. Связи с чем в данной работе исследованы рассеяния ионов на сферической пылинке с учетом поляризации последних. Найдено что это влияние является ничтожным. Так же, исследовано рассеяние пылинки на пылинке полагая что пылинки могут индуцировать дипольный момент друг у друга. Показано что поляризация пылинок может вести к уменьшению сечения неупругого столкновения между пылинками.

Во второй части приведены выбранные потенциалы взаимодействия без учета среды и выведены соответствующие экранированные потенциалы взаимодействия на основе метода функции диэлектрической проницаемости. В третей части на основе выведенных экранированных потенциалов исследованы процессы рассеяния в пылевой плазме.

Потенциалы взаимодействия

Потенциал взаимодействия иона с пылин-кой без учета среды взят в виде [5,20]:

$$\varphi(\mathbf{r}) = -\frac{e^2 Z}{r} - \frac{\xi}{2} \frac{e^2 a^3}{r^2 (\mathbf{r}^2 - a^2)},$$
 (1)

где *а* – радиус пылинки, ξ равен единице для металлических пылинок и $\xi = (\varepsilon_d - 1) / (\varepsilon_d + 1)$ для диэлектрических пылинок с диэлектричес-кой проницаемостью ε_d [20]. В работе [20] в рамках «поверхностной модели» путем приближенного решения уравнения Шредингера для

электронов и ионов вблизи поверхности пылинки с использованием потенциала (1) получены значения для заряда пылинки которые хорошо согласуются с экспериментальными данными. На рисунке 1 представлены графики потенциала (1) для различных значении заряда пылинки. Как видно эффект поляризации усиливается с уменьшением заряда пылинки.

Для решения задачи о классическом рассеянии важно рассматривать экранированное поле пылинки [4]. В целях нахождения экранированного аналога потенциала (1) используем метод функции диэлектрической проницаемости. Фуре образ экранированного потенциала находим по формуле:

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\varphi}(\mathbf{k})}{\varepsilon(\mathbf{k})},\tag{2}$$

где $\tilde{\varphi}(\mathbf{k})$ Фурье образ потенциала (1) и $\varepsilon(\mathbf{k})$ статическая диэлектрическая проницаемость которую берем в виде [21]:

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = 1 + \frac{k_D^2}{k^2},\tag{3}$$

где k_D – параметр экранирования – величина обратная Дебаевской длине λ .

Фурье образ потенциала (1) имеет вид:

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{k}) = -\frac{4\pi e^2 Z}{k^2} + \frac{\xi e^2 a \pi^2}{k} (1 - \cos(ka)) \,. \tag{4}$$

Подставляя формулы (3), (4) в (2) и проведя обратное Фурье преобразование, находим экранированный потенциал взаимодействия иона с сферической пылевой частицей:

$$\Phi(r) = -\frac{e^2 Z}{r} \exp(-rk_D) + \frac{e^2 a}{2} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{a}{r(r^2 - a^2)} + \frac{\left(\frac{f(r+a) + f(r-a)}{2} - f(r)\right)}{2rk_D^{-1}} \right],$$
(5)

где

$$f(x) = exp(-xk_D)Ei(xk_D) - exp(xk_D)Ei(-xk_D),$$

$$Ei(-ax) = -\int_x^{\infty} dx \exp(-ax) / x , Ei(ax) = \int_x^{\infty} dx \exp(ax) / x .$$
(6)

На рисунке 2 показано сравнение потенциалов (1) и (5). Видно что потенциал (5) экранирован на больших расстояниях.



Рисунок 1 – Потенциал взамимодействия иона с пылинкой (1) в еденицах $\varphi(a)$ при различных значения заряда пылинки. Растояние дано в еденицах радиуса пылинки.

Нужно отметить, что при $a / (2Z\lambda) < 0.1$ экранированный потенциал (5) с приближенно может быть заменен формулой:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\left[\frac{e^2 Z}{r} + \frac{\xi}{2} \frac{e^2 a^3}{r^2 (\mathbf{r}^2 - a^2)}\right] \exp(-rk_D) .$$
 (7)

Рассмотрим теперь взаимодействие заряженных пылинок с дипольными моментами d_l , d_2 . Вводя разность дипольных моментов $\Delta d = (\vec{d}_1 - \vec{d}_2)\vec{n}$, где \vec{n} единичный вектор соединяющий центры диполей, потенциал их взаимодействия без учета экранировки может быть записан в виде [8]:

$$\varphi_{dd}(\mathbf{r}) = \frac{e^2 Z^2}{r} + \frac{e Z \Delta d}{r^2}.$$
 (8)



Рисунок 2 – Потенциал взамимодействия иона с пылинкой (1) и экранированный потенциал взаимодействия (5).

Фурье образ потенциала (8) имеет вид:

$$\tilde{\varphi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{4\pi e^2 Z^2}{k^2} + \frac{2\pi^2 e Z \Delta d}{k}.$$
 (9)

Подставляя (3) и (9) в формулу (1), после обратного Фурье преобразования находим экранированный потенциал взаимодействия пылинок:

$$\Phi_{dd}(r) = \frac{e^2 Z^2}{r} \exp(-r/\lambda) + \frac{e Z \Delta d}{r} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{2\lambda} f(r) \right], \quad (10)$$

где f(x) определяется формулой (6).

Из рисунка 3 видно, что потенциал (10) экранирован на дальних расстояниях.



Рисунок 3 – Потенциалы взаимодействия (8), сплошная линия, и (10), пунктирная линия, при $\Delta d / (eZ\lambda) = 0.1$ в единицах $\Phi (\lambda)$

В работе [22] в качестве экранированного потенциала взаимодействия заряженных пылинок с дипольным моментом предложена следующая формула:

$$\Phi_{dd}(r) = \left(\frac{e^2 Z^2}{r} + \frac{e Z \Delta d}{r^2}\right) \exp(-r/\lambda). \quad (11)$$

Из сравнения с полученной точной формулой (10) найдено что приближение (11) справедливо при условии $\Delta d / (eZ\lambda) \leq 0.1$. Однако надо так же учитывать, что формула (8) может быть использована только при $\Delta d / (eZ\lambda) < 1$ [8]. При нарушении последнего условия необходимо учитывать отдельно действующее взаимодействие двух диполей. Далее будем рассматривать предел слабой поляризации пылинок $|\Delta d|/(eZ\lambda) \leq 0.1$

Процессы рассеяния в комплексной плазме

Далее исследуем упругие столкновения между двумя частицами с массами m_1 и m_2 , которые взаимодействуют посредством потенциала U(r). В этом случае угол рассеяния частицы с прицельным параметром ρ определяется следующим образом:

$$\chi(\rho) = \left| \pi - 2\varphi(\rho) \right|, \qquad (12)$$

где, $\varphi(\rho) = \rho \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - U_{eff}(r,\rho)}}$.

Здесь U_{eff} – эффективная потенциальная энергия, нормированная на кинетическую энергию $E = mv^2/2$

$$U_{eff}(r,\rho) = \rho^2 / r^2 + 2U(r) / mv^2.$$
 (13)

Эффективный потенциал (13) учитывает потенциал взаимодействия U(r) и центробежную силу. Для заданного ρ значения r_{min} , при котором $U_{eff}(r_{min}, \rho) = 1$ соответствует расстоянию минимального сближения частиц.

Формула для транспортного сечение рассеяния имеет вид:

$$\sigma_s = 2\pi \int_0^\infty [1 - \cos \chi(\rho)] \rho d\rho \qquad (14)$$

Рассеяния иона на пылевой частице. В качестве потенциала взаимодействия U(r) используем экранированный потенциал взаимодействия иона с заряженной сферой (5), где полагаем $\xi = 1$. При переходе к нормированному расстоянию r / λ поведение эффективного потенциала определяются следующими безразмерными параметрами $\beta = e^2 Z_d / mv^2 \lambda$ и $\alpha = \alpha / \lambda$, где а – радиус пылевой частицы. В работе [12] были исследованы столкновения иона с пылевой частицей, которые взаимодействуют с потенциалом Юкава. Следуя работе [12], прицельный параметр для потенциала (5) нормирован на переходный прицельный параметр $\rho_* = r_{\max} \sqrt{(r_{\max} / \lambda + 1) / (r_{\max} / \lambda - 1)},$ который определяется из следующих условий: (i) $U_{eff}(r_{max}, p_{*}) = 1;$ (ii) $U'_{eff}(r_{max}, \rho_{*}) = 0;$ (iii) $U''_{max}(r_{max}, \rho_*) < 0$. r_{max} положение максимума, который определяется из уравнений $(r_{\max} / \lambda)e^{r_{\max}/\lambda} = \beta(r_{\max} / \lambda - 1)$. На рисунках 4-5 приведены угол рассеяния в зависимости от прицельного параметра. Углы рассеяния для потенциала (5) рассчитаны в случае, когда расстояние минимального сближения больше радиуса пылевой частицы $r_{min} > a$. Угол рассеяния, полученный экранированным потенциалом взаимодействия (5) были сравнены с результатами, полученными с использованием потенциала Юкавы. Небольшое различие наблюдается только при маленьком заряде пылевой частицы $Z_d=10$, как видно из рисунков 4 и 5. При $\rho < \rho_*$ угол рассеяния увеличивается монотонно до $\rho = \rho_*$, и быстро уменьшается при $\rho > \rho_*$. С увеличением заряда пылевой частицы эффект поляризации ничтожен (рисунки 6-7). В случае когда $\beta < 1$ (слабое взаимодействие) прицельный параметр нормирован на λ. На рисунке 8 показан угол рассеяния в зависимости от прицельного параметра ρ / λ для $\beta = 0.1$, a = 0.1. Сечение рассеяние иона на пылевой частице в зависимости от параметра β приведен на рисунке 9. По данным результатом видно, что влияние поляризации на столкновение иона с пылевой частицей незначительно.



Рисунок 4 – Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра $\rho/\rho_* = 0.74$ при $r_{min}/\lambda > \alpha$



Рисунок 6 – Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра ρ/ρ_* . $\rho/\rho_* = 0.74$ при $r_{min} / \lambda > \alpha$



Рисунок 8 – Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра



Рисунок 5 – Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра ρ/ρ_{*} . $\rho/\rho_{*} = 1.0$ при $r_{min}/\lambda > \alpha$



Рисунок 7 – Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра ρ/ρ_* . $\rho/\rho_* = 0.74$ при r_{min} / $\lambda > \alpha$



Рисунок 9 – Сечения рассеяния в зависимости от параметра β при значениях $\alpha = 0.1$

Рассеяния пылевых частиц. Рассмотрим рассеяние заряженных пылевых частиц. В качестве потенциала взаимодействия берем экранированный потенциал (10). Также будем сравнивать с результатами, полученными на основе потенциала Юкавы. Определим следующие безразмерные параметры $\tilde{\rho} = \rho / \lambda$, $\beta = e^2 Z_d^2 / m v^2 \lambda$. Так же переопределим параметр α как $\alpha = |\Delta d| / (eZ\lambda)$.

На рисунке 10 приведен угол рассеяния пылевой частицы в зависимости от прицельного параметра при $\alpha = 0.1$ и $\beta = 0.1$. Найдено, что в случае когда $\beta < 1$ (слабое взаимодействие) появляется некий критический прицельный параметр ρ_{cr} , в котором налетающая пылинка, рассеивается на малый угол близки к нулю.

Из рисунка 11 видно, что с увеличением α значения критического прицельного параметра соответственно увеличивается. На рисунке 12 представлены углы рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра при различных значениях β . Рисунок указывает, что критический прицельный параметр отсутствует при $\beta \ge 0.2$.



Рисунок 10 – Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра ρ / λ



Рисунок 11 - Угол рассеяния в зависимости от нормированного прицельного параметра ρ / λ при значениях $\alpha = 0.05$ и $\alpha = 0.1$







Рисунок 13 – Сечения рассеяния в зависимости от параметра β при значениях α = 0.05

На рисунках 13-14 показаны сечения рассеяния в зависимости от параметра β при значениях $\alpha = 0.05$ и $\alpha = 0.1$. Сечения рассеяния качественно согласуется сечением, вычисленным с потенциалом Юкава. Различие появляется, когда минимумы в угле рассеяния ярко выражен, то есть при $0.005 < \beta < 0.2$.

Заключение

На основе выведенных экранированных потенциалов взаимодействия частиц пылевой плазмы с учетом поляризации частиц было проведено исследование влияния поляризации пылинки на процессы классического рассеяния. Установлено, что это влияние на рассеяния иона на пылинке незначительно и ею можно пренебречь. Также установлено, что поляризация пылинок ведет к уменьшению упругого сечения рассеяния пылинка-пылинка.

Нужно отметить, что эффект поляризации пылинки на рассеяние электронов может быть значительным. Последнее нужно рассмотреть квантово – механически, поскольку появления связанных состоянии оказывается важным для аккуратного определения заряда пылинки [20].

Как было показано в работе [22] пылинки могут иметь дипольный момент индуцирован-



Рисунок 14 – Сечения рассеяния в зависимости от параметра β при значениях $\alpha = 0.1$

ный внешним электрическим полем. В этом случае также можно использовать экранированный потенциал (8). Однако, методика описанная в третей части не применима вследствие нарушения сферической симметрии задачи.

Последние два вопроса будут исследованы отдельно.

В заключение, в данной статье мы установили процессы рассеяния, на которых поляризация пылинок не имеет сильного влияния и может быть неучтено. Так же описан интересный эффект возможного «нулевого» рассеяния пылинки на пылинке. Последнее появляется только при относительно больших энергиях налетающей частицы $0.005 < \beta < 0.2$. К примеру, при заряде пылинки $Z_d = 10^3$, 10^2 для $\beta = 0.1$ имеем кинетическую энергию налетающей частицы в системе центра масс E = 172 eV, 1.72 Ev соответственно. Мы рассмотрели случай слабой поляризации пылинок $\Delta d / (eZ\lambda) \leq 0.1$. Однако, поляризация пылинок, может быть сильнее за счет внешнего электрического поля. В этом случае эффект «нулевого» рассеяния может появиться при более низких энергиях реализующихся на экспериментальных установках по исследованию пылевой плазмы. Где кинетическая температура пылинок может иметь значения от нескольких eV [23] до 20 eV [24].

Список литературы

1 D. Montgomery, G. Joyce, and R. Sugihara Inverse third power law for the shielding of test particles. // Plasma Phys. - 1968. - Vol.10. - P.681.

² G. Cooper Shielding of Slow Test Particles in a Plasma. // Phys. Fluids – 1969. – Vol.12. – P.2707.

³ S.A. Khrapak, A.V. Ivlev, and G. Morfill Interaction potential of microparticles in a plasma: Role of collisions with plasma particles. // Phys. Rev. E - 2001. - Vol.64. - P.046403.

4 M. D. Kilgore et al. Ion drag on an isolated particulate in a low-pressure discharge. // J. Appl. Phys. - 1993. - Vol.73. - P.7195.

5 V.A. Saranin On the interaction of two electrically charged conducting balls. // Uspekhi Fizicheskih Nauk – 1999. – Vol.169. – P.453.

6 F.B. Baimbetov et al. New Model of Dusty Plasma Particles Interaction. // Contrib. Plasma Phys. – 2011. – Vol.51. – P.533.

7 D.D. Tskhakaya and P.K. Shukla Diploe-dipole interactions between dust grains in plasmas. // JETP. – 2004. – Vol.98. – P.53.

8 T.S. Ramazanov et al. Pseudopotentials of the particles interactions in complex plasmas. // Phys. Plasmas – 2011. – Vol.18. – P.103705.

9 S.K. Zhdanov, A.V. Ivlev, and G.E. Morfill Mode-coupling instability of two-dimensional plasma crystals // Phys. Plasmas 16, 083706 (2009) – 2009. – Vol.16. – P.083706.

10 Patrick Ludwig et al. On the Wake Structure in Streaming Complex Plasmas // New Journal of Physics – 2012. – Vol.14. – P.053016.

11 Ludwig P., Kaehlert H., and Bonitz M. Ion-streaming induced order transition in three-dimensional dust clusters // Plasma Phys. Control. Fusion – 2012. – Vol.54. – P.045011.

12 S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill, S.K. Zhdanov Scattering in the Attractive Yukawa Potential in the Limit of Strong Interaction // Phys. Rev. Letters . – 2003. – Vol. 90. – P. 22.

13 A.V. Fedoseev, G.I. Sukhinin, T.S. Ramazanov, S.K. Kodanova, N.Kh.Bastykova, Interaction between glow discharge plasma and dust particles // Thermophysics and Aeromechanics, 2011, Vol. 18, No. 4, P. 615-628

14 S. Iwashita, E. Schüngel, J. Schulze, P. Hartmann, Z. Donkó, G. Uchida, K. Koga, M. Shiratani, U. Czarnetzki Transport control of dust particles via the electrical asymmetry effect: experiment, simulation and modelling. // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2013. – Vol.46. – P.245202.

15 G.I. Sukhinin and A. V. Fedoseev, Dust particle radial confinement in a dc glow discharge. // Phys. Rev. E -2010. – Vol. 81. – P.016402.

16 Gaëtan Wattieaux and Laïfa Boufendi Discharge impedance evolution, stray capacitance effect, and correlation with the particles size in a dusty plasma. // Phys. Plasmas- 2012. - Vol.19. - P.033701.

17 Gaëtan Wattieaux, Abdelaziz Mezeghrane, and Lai^{*}fa Boufendi Electrical time resolved metrology of dust particles growing in low pressure cold plasmas. // Phys. Plasmas – 2011. – Vol. 18. – P. 093701.

18 T. S. Ramazanov, A. N. Jumabekov, S. A. Orazbayev, M. K. Dosbolayev and M. N. Jumagulov Optical and kinetic properties of the dusty plasma in radiofrequency discharge. // Phys. Plasmas – 2012. – Vol. 19. – P. 023706.

19 S. A. Orazbayev, M.M. Muratov, T. S. Ramazanov, M.K. Dosbolayev, M. Silamiya, M. N. Jumagulov, and L. Boufendi The Diagnostics of Dusty Plasma in RF Discharge by Two Different Methods. // Contrib. Plasma Phys. 53, 5 (2013)

20 F.X. Bronold, H. Fehske, H. Kersten, and H. Deutsch Towards a Microscopic Theory of Particle Charging. // Contrib. Plasma Phys. – 2009. – Vol.49. – P.303.

21 T. S. Ramazanov and K. N. Dzhumagulova Effective Screened Potentials of Strongly Coupled Semiclassical Plasma. // Phys. Plasmas – 2002. – Vol. 9. – P. 3758.

22 Gennady I. Sukhinin and Alexander V. Fedoseev Formation of a Trapped-Ion Cloud Around a Dust Particle in Low-Density Plasma. // IEEE Transactions on plasma science -2010. – Vol. 38. – P. 9.

23 Y.A. Ussenov et al. Application of dust grains and Langmuir probe for plasma diagnostics. // EPL - 2014. – Vol.105. – P.15002.

24 R.A. Quinn and J. Goree Experimental investigation of particle heating in a strongly coupled dusty plasma. // Phys. Plasmas -2000. - Vol.7. - P.10.