

Толуев Г., Исатаев М.С.,
Оспанова Ш.С.

**Расчет влияния сопротивления
трения торцовых пластин
на затухание плоской струи**

В экспериментальных установках при изучении плоской струи, как правило, для исключения влияния конечности высоты прямоугольного сопла поле течения ограничивается торцовыми пластинами, установленными параллельно направлению потока, как продолжение торцовых стенок выходного сечения прямоугольного сопла. В работе показаны результаты расчета влияния сопротивления трения торцовых пластин на закономерности развития плоской свободной струи. Построена схема течения струи между торцовыми поверхностями. Проведен расчет сопротивления при турбулентном пограничном слое. Получена расчетная формула, которая описывает изменение максимальной скорости струи в первом приближении. Произведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными.

Ключевые слова: плоская струя, схема течения струи, турбулентность, пограничный слой, скорость струи.

Toleuov G., Isatayev M.S.,
Ospanova Sh.S.

**Calculation of the influence
of friction resistance face plate
attenuation plane jet**

In the study of the jet plane the experimental devices, as a rule, to eliminate the influence of the height of the limb of a rectangular nozzle flow field end plate limited. Sets the plates parallel to the direction of flow, as an extension of the outlet section of a rectangular nozzle end walls. The paper shows the results of the calculation of the effect of mechanical friction plates on the laws of development of the jet plane free. Built jet flow pattern bet ween the end surfaces. Spend resistance calculation in the turbulent boundary layer. Calculating formula is obtained which describes the maximum change in velocity of the jet in the first approximation. Comparison of the calculation results with the experimental data.

Key words: plane jet, jet flow pattern, turbulence, boundary layer, the jet velocity.

Төлеуов Ғ., Исатаев М.С.,
Оспанова Ш.С.

**Жазық ағыншаның өшуіне шеттік
беттік пластинаның үйкеліс
кедергісінің әсерін есептеу**

Тәжірибелік қондырғыларда жазық ағыншаны қарастырғанда, көбінесе тікбұрышты сопло биігінің шетінің әсерін ескермеу үшін, ағын өрісін тік қойылған дөңбек кесінді пластинамен шектейді. Пластиналарды ағынға параллель орналастырылады, тікбұрышты соплоның шығыс кескінінің шетжақты қабырғасының жалғасы ретінде. Жұмыста жазық еркін ағыншаның даму заңдылығына шеттік беттік пластинаның үйкеліс кедергісінің әсерін есептеу нәтижелері көрсетілген. Шеттік беттердің арасындағы ағынша ағысының сызбасы тұрғызылды. Турбуленттік шекаралық қабат кезіндегі кедергіні есептеу жүргізілді. Бірінші жуықтауда ағыншаның максималді жылдамдығының өзгерісін сипаттайтын есептік формула алынды. Есептеу нәтижелерінің эксперименттік берілгендермен салыстырылуы жүргізілді.

Түйін сөздер: жазық ағын, ағынша ағысының сызбасы, турбуленттілік, шекаралық қабат, ағыншаның жылдамдығы.

РАСЧЕТ ВЛИЯНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ ТОРЦОВЫХ ПЛАСТИН НА ЗАТУХАНИЕ ПЛОСКОЙ СТРУИ

Введение

В последние несколько десятилетий подробному исследованию подвергались динамические и пульсационные характеристики свободной трехмерной струи, истекающей из сопла с прямоугольным выходным сечением, на основном и частично на начальном участке течения [1, 2]. В последнее время, также, внимание уделяется развитию вихревой структуры и ее влиянию на развитие турбулентных и осредненных характеристик течения на начальном, переходном и основном участках свободного струйного течения.

В экспериментальных установках при изучении плоской струи, как правило, для исключения влияния конечности высоты прямоугольного сопла поле течения ограничивается торцовыми пластинами, установленными параллельно направлению потока, как продолжение торцовых стенок выходного сечения прямоугольного сопла. Здесь, как мы видим, в силу влияния торцовых стенок, вместо трехмерной струи получаем плоскую струю, ограниченную этими боковыми стенками.

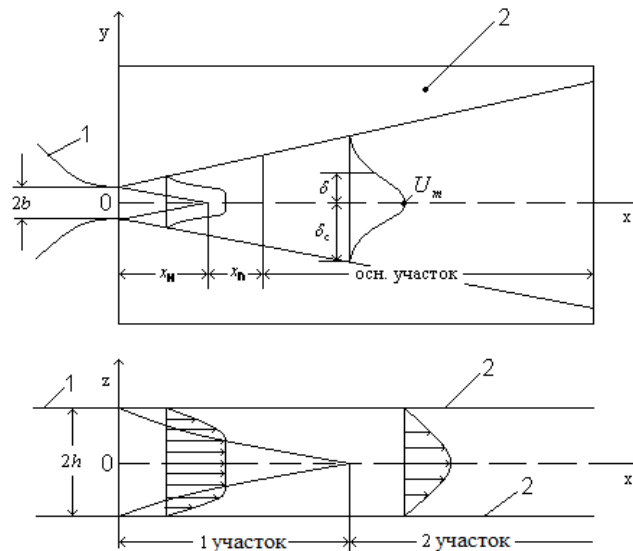
Можно сказать, что полученные новые экспериментальные и теоретические данные дают широкую информацию о влиянии торцовых стенок и крупномасштабных когерентных вихрей на развитие турбулентных струй, истекающих из прямоугольного сопла. Например, в работе [3] экспериментально исследовано влияние сопротивления трения торцовых пластин на закономерности плоской свободной струи. В последнее время для исследования когерентных структур течения пристенных струй также уделяется большое внимание [4]. Это направление является важным объектом для исследования. Также важно продолжение исследований динамических характеристик течения. В данной работе, как продолжение экспериментальных исследований, показанных в работе [3] проведен теоретический расчет влияния сопротивления трения торцовых пластин на закономерности развития плоской свободной струи.

Расчет влияния сопротивления на торцовых стенках

Для построения расчета влияния сопротивления торцовых стенок на затухание плоской струи, рассмотрим следующую схему течения струи между торцовыми поверхностями. На рисунке 1 показаны схемы струйного течения, ограниченного торцовыми плоскими стенками, в плоскости xoy и xoz .

В плоскости xoy струя, как и в обычной свободной струе, имеет начальный (индекс «н»), переходной (индекс «п») и основной участки и боковые свободные границы смещения, ширина сопла в направлении оси oy равна $2b$. В плоскости xoz струя, истекающая из сопла высотой $2h$ с боков в направлении оси oz ограничена торцовыми пластинами. В первой части

струи после выхода из сопла вдоль торцовых стенок развиваются ламинарный, либо турбулентный пограничный слой с равномерным профилем по оси z между границами пограничных слоев. Развитие этих пограничных слоев аналогично пограничному слою при обтекании пластины однородным потоком.



1 – сопло; 2 – торцовые пластины. x, y, z – прямоугольные декартовы координаты; δ – текущее значение толщины пограничного слоя; δ_c – толщина пограничного слоя свободной струи в направлении оси y . U_m – скорость на оси струи

Рисунок 1 – Схема плоской струи, ограниченной торцовыми стенками

В конце 1-участка пограничные слои смыкаются на оси струи и начинается 2-участок струи, в котором в плоскости xoz течение аналогично течению потока в плоском канале. Соответственно развитие пограничного слоя и течение на 1-участке аналогично обтеканию пластины однородным потоком, во 2-участке – аналогично течению в плоском канале.

Геометрический параметр $\lambda=2h/2b$ характеризует относительное удлинение выходного сечения сопла.

В силу сказанного на 1-участке струи примем изменение толщины пограничного слоя по z на торцовых пластинах в виде зависимостей:

$$\delta_z = \frac{5,0 \cdot x}{\sqrt{\frac{U_m x}{\nu}}} \quad (1)$$

– для ламинарного и

$$\delta_z = \frac{0,37x}{\left(\frac{U_m x}{\nu}\right)^{1/2}} \quad (2)$$

– для турбулентного пограничного слоя. Здесь x – продольная координата, U_m – скорость на оси струи, ν – кинематическая вязкость, $\frac{U_m x}{\nu}$ – принимаем как число Рейнольдса

$Re_{mx} = \frac{U_m x}{\nu}$. Протяженность первого участка определяется из условия $x = x_1$ при $\delta_z = h$. Соответственно для определения сопротивления стенок можно использовать формулы (1) или (2). Из работы [3]:

$$C_f = \frac{0,664}{\sqrt{\text{Re}_{mx}}} \text{ или } C_f = \frac{0,0576}{\left(\frac{U_m x}{\nu}\right)^{0,2}}.$$

После смыкания пограничных слоев для второго участка течения применим закон сопротивления в плоском канале с коэффициентом гидравлического сопротивления ξ для ламинарного течения:

$$\xi = \frac{16}{\text{Re}}, \text{ где } \text{Re} = \frac{U_m 2h}{\nu}, \quad (3)$$

для турбулентного течения:

$$\xi = \frac{0,3164}{\text{Re}^{\frac{1}{4}}}, \text{ Re} = \frac{U_m d_r}{\nu}, \quad (4)$$

где $d_r = \frac{4F}{g}$ – гидравлический диаметр, определяемый как отношение учетверенной площади сечения канала F к его периметру g .

Ниже приводим приближенный расчет изменения полного импульса струи под действием сопротивления торцовых стенок для обоих рассматриваемых участков при турбулентном режиме течения струи.

Расчет сопротивления при турбулентном пограничном слое

При наличии сопротивления торцовых стенок полный импульс струи не сохраняется и уменьшается по длине струи:

$$\frac{dK}{dx} = -2 \int_{-\delta_c}^{\delta_c} \tau_w dy, \quad (5)$$

где K – полный импульс потока в произвольном сечении струи, τ_w – напряжение трения на стенке на расстоянии y от плоскости симметрии, δ_c – полная полуширина струи, равная расстоянию от оси до внешней границы при $U=0$.

$$K = \int \rho U^2 dydz = 4 \int_0^{\delta_c} \int_0^{\delta_c} \rho U^2 dydz + 2(h - \delta_c) \int_0^{\delta_c} \rho U^2 dy, \quad (9)$$

где ρ – плотность жидкости (газа).

Как показано на рисунке 1, на первом участке струйного течения между торцовыми пластинами имеются пограничные слои на торцовых стенках толщиной δ_z и центральный участок с постоянной скоростью U_m в сечении $y = 0$. Предположим, что ширина струи в направлении оси y не изменяется по оси z и равно δ_c . Распределение скорости по сечению будем принимать в виде полинома (предложенным Г. Шлихтингом), в котором U_m в центральной части по оси z не изменяется. В пристенной области изменение скорости примем в виде степенной зависимости

$$\frac{U}{U_1} = \left(1 - \frac{z}{\delta_z}\right)^{\frac{1}{n}}, \quad (6)$$

где

$$\frac{U_1}{U_m} = 1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4. \quad (7)$$

Здесь U – продольное составляющее скорости, U_1 – скорость на границе пристенного пограничного слоя на расстоянии δ_z от стенки при соответствующих расстояниях $\eta = \frac{y}{\delta_c}$ от

плоскости zox в данном сечении (δ_c – полная полуширина струи, равная расстоянию от оси до внешней границы при $U=0$ и связанная с условной шириной $\delta_c = 2,59\delta$), для чисел $\text{Re} = \frac{U_m 2h}{\nu} < 10^5$, $n=7$ и $\langle U \rangle = 0,817U_m$.

Подставляя (7) в (6) получим распределение скорости в пристенном пограничном слое

$$\frac{U}{U_m} = \left(1 - \frac{z}{\delta_z}\right)^{\frac{1}{7}} (1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4). \quad (8)$$

Тогда полный импульс струи в сечении, отстоящем от сопла на расстоянии x , будет равен:

С учетом (7) и (8):

$$K = 4\rho U_m^2 \delta_z \delta_c \int_0^1 \left(1 - \frac{z}{\delta_z}\right)^{\frac{2}{7}} d\left(\frac{z}{\delta_z}\right) \int_0^1 (1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4)^2 d\eta + 2(h - \delta_z)\rho U_m^2 \int_0^1 (1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4) d\eta. \quad (10)$$

Вычислив интегралы, после преобразования получим:

$$K = \rho U_m^2 \delta_c \left(\frac{20}{63} \delta_z + \frac{4}{7} h \right). \quad (11)$$

Как показано измерениями [3], распределения напряжения трения на торцовых стенках в координатах $\frac{\tau}{\tau_w} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$ подобно

профилю скорости в основном участке и суммарное напряжение трения, действующее на участке размерами $4\delta_c dx$ на обоих торцовых стенках будет равно:

$$2 \int_{-\delta_c}^{\delta_c} \tau_w dy dx = 4\tau_{wm} \delta_c dx \int_0^1 (1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4) d\eta = 4,15\delta\tau_{wm} dx, \quad (12)$$

где τ_w – напряжение трения на стенке на расстоянии y от плоскости симметрии, τ_{wm} – максимальное напряжение трения на стенке при $y = 0$.

Подставляя значения $\delta_c, \delta, \delta_z, K, \tau_{wm}$ в (5), получим:

$$\frac{d}{d\left(\frac{x}{b}\right)} \left\{ 0,0280 \rho U_0^2 b \frac{\left(\frac{U_m x}{U_0 b}\right)^{1,8}}{\text{Re}_0^{0,2}} + 0,136 \rho U_0^2 b \frac{h x}{b b} \left(\frac{U_m}{U_0}\right)^2 \right\} = -0,0110 \frac{b \rho U_0^2}{\text{Re}_0^{0,2}} \left(\frac{U_m}{U_0}\right)^{1,8} \left(\frac{x}{b}\right)^{0,8}, \quad (13)$$

где $\text{Re}_0 = \frac{U_0 2b}{\nu}$. Здесь U_0 – начальная скорость истечения.

Взяв производную по x слева и преобразовав, получим:

$$\frac{d\left(\frac{U_m}{U_0}\right)}{\frac{U_m}{U_0}} = - \frac{\frac{1}{2} \left[\frac{d\left(\frac{x}{b}\right)}{\frac{x}{b}} + \frac{0,4517}{\lambda \text{Re}_0^{0,2}} \frac{d\left(\frac{x}{b}\right)}{\left(\frac{U_m x}{U_0 b}\right)^{0,2}} \right]}{1 + \frac{0,1854}{\lambda \text{Re}_0^{0,2}} \left(\frac{x}{b}\right)^{0,8} \left(\frac{U_m}{U_0}\right)^{0,2}}. \quad (14)$$

Учитывая, что в знаменателе (14) второй член на порядок меньше единицы переведем их в числитель по методу разложения в ряд величины $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$ с сохранением первых четырех членов ряда. В нулевом приближении подставим в правую сторону

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{N}{\sqrt{\frac{x}{b} + \frac{x_0}{b}}} \exp \left\{ -\frac{0,1481}{A} \left(\frac{x}{b}\right)^{0,9} + \frac{0,01372}{A^2} \left(\frac{x}{b}\right)^{1,8} - \frac{0,00288}{A^3} \left(\frac{x}{b}\right)^{0,27} \right\}, \quad (15)$$

где $A = \lambda \text{Re}_0^{0,2} N^{0,2}$, $\lambda = \frac{2h}{2b}$, $\text{Re}_0 = \frac{U_0 2b}{\nu}$
 x_0 – полюсное расстояние. Расчеты по этой формуле показывает, что к концу 1-участка поправка на уменьшение скорости составляет до 35 %.

Однако длина 1-участка с ростом λ резко возрастает (рисунок 2) и при $\lambda > 10$ на расстояниях до $\frac{x}{b} < 200$ влияние сопротивления не превышает 10%.

Сравнение результатов расчета по формуле (15) с экспериментальными данными [3] приведено на рисунке 3 при $\lambda = 3$ и $U_0 = 4,3$ и 63,8 м/с.

При этом следует учесть, что на рисунке 3 значение измеренной максимальной скорости соответствует осевой линии струи. В теоретических расчетах вычислены значения максимальной скорости, осредненные по оси z по всей высоте струи. Поэтому экспериментальные

уравнения (14) значение $\frac{U_m}{U_0} = \frac{N}{\sqrt{\frac{x}{b}}}$, и проинтегрируем уравнение в пределах по x от конца начального участка x_n до произвольного расстояния x . В результате получим решение для изменения максимальной скорости в первом приближении:

значения максимальной скорости должны быть несколько выше теоретически вычисленных значений.

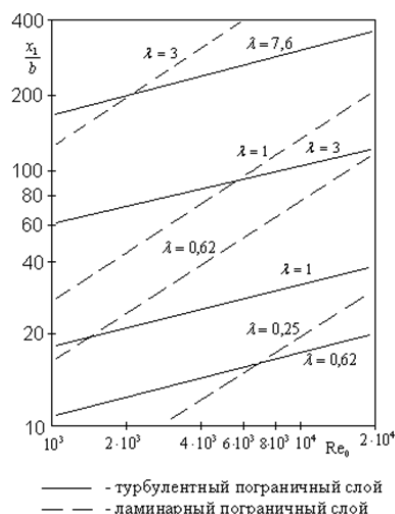


Рисунок 2 – Зависимость длины 1-го участка струи с торцовыми пластинами от λ и Re_0

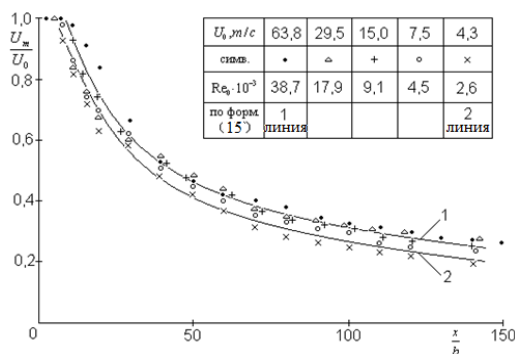


Рисунок 3 – Изменение максимальной скорости струи при $\lambda = 3$ и $\text{Re}_0 = \frac{U_0 2b}{\nu}$

На рисунке 4 приведены значения уровня турбулентности вдоль оси струи, отнесенные к максимальной скорости для $\lambda = 3$. Видно, что для всех значений скорости U_0 от 4,3 м/с до 30 м/с уровни турбулентности изменяются так же, как и для струи при $\lambda > 3$.

Во 2-участке струи пограничные слои у стенки доходит до середины потока и течение жидкости будет подобно течению в плоском канале шириной $2h$. В этом случае профили скорости описываются формулой (8) и импульс струи будет равен

$$K = 4 \int_0^h \int_0^{\delta_c} \rho U^2 dy dz = 4 \rho U_m^2 \delta_c h \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{U}{U_m} \right)^2 d\left(\frac{y}{\delta_c} \right) d\left(\frac{z}{h} \right) =$$

$$= 4 \rho U_m^2 \delta_c h \int_0^1 \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{7}} d\left(\frac{z}{h} \right) \int_0^1 (1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4)^2 d\eta = \frac{8}{9} \rho U_m^2 \delta_c h . \quad (16)$$

Сила сопротивления торцовых стенок на участке размером $4\delta_c dx$ определяется так же формулой (12). Подставляя их в (5) имеем:

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{8}{9} \rho U_m^2 \delta_c h \right\} = -4,15 \tau_w \delta . \quad (17)$$

Подставляя значения:

$$\delta = 0,092x, \delta_c = 0,238x, \tau_w = \frac{0,3164}{\left(\frac{\langle U \rangle}{\nu} \right)^{\frac{1}{4}}} \frac{\rho \langle U^2 \rangle}{8} = \frac{0,01963}{\left(\frac{U_m b}{\nu} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{1}{4}}} \cdot \rho U_m^2$$

в (17), после преобразования получим:

$$\int_{\frac{U_m}{U_0}}^{\frac{U_m}{U_0}} d\left(\frac{U_m}{U_0} \right) = - \int_{\frac{x_1}{b}}^{\frac{x}{b}} \left[\frac{1}{2} + \frac{0,01771 \frac{x}{b}}{\left(\frac{h}{b} \right)^{1,25} \text{Re}_0^{0,25} \left(\frac{U_m}{U_0} \right)^{0,25}} \right] d\left(\frac{x}{b} \right) . \quad (18)$$

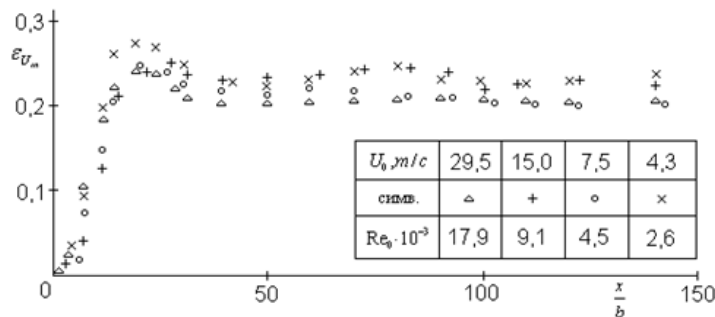


Рисунок 4 – Уровень турбулентности вдоль оси струи, отнесенные к максимальной скорости для $\lambda = 3$ и $\text{Re}_0 = \frac{U_0 2b}{\nu}$

В нулевом приближении принимая

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{N}{\sqrt{\frac{x}{b}}} \quad (19)$$

и подставив его в правую часть (18) получим решение в первом приближении.

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{U_{m1}}{U_0} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{b} + \frac{x_0}{b}}{\frac{x}{b} + \frac{x_0}{b}}} \exp\left[-\frac{0,01575\left[\left(\frac{x}{b}\right)^{1,125} - \left(\frac{x_1}{b}\right)^{1,125}\right]}{\left(\frac{h}{b}\right)^{1,25} (\text{Re}_0 N)^{0,25}}\right]. \quad (20)$$

Эту формулу необходимо использовать при значениях параметра $\lambda \leq 3$, т.к. для значений $\lambda > 3$ значение $\frac{x_1}{b} \geq 100$ и доходит при $\lambda=25$ и

Интегрирование по x должны проводить от конца первого участка и далее. При этом значение скорости $\frac{U_{m1}}{U_0}$ должно определяться по формуле (15) при значении $x = x_1$. Тогда после интегрирования получим:

$U_0 = 30 \text{ м/с}$ до $\frac{x_1}{b} = 850$, что находится за пределами области измерений и применения струйных течений.

Литература

- 1 Abramovich G.N., Girshovich T.A., Krasheninnikov S.I., Sekundov A.N., Smirnova I.P. *The Theory of Turbulent Jets.*—The MIT Press: Cambridge, Massachusetts, 1984. 684 p.
- 2 Faghani E., Maddahian R., Faghani P., and Farhanien B. Numerical investigation of turbulent free jet flows issuing from rectangular nozzles: the influence of small aspect ratio // *Achiv. Appl. Mech.* — 2010. — Vol. 80, No. 7. —P.727-745.
- 3 Isataev S., Toleuov G., Isataev M., Ospanova Sh. And Bolysbekova Sh. Impact of frictional resistance of end plates on feat jet attenuation // *Journal of engineering and applied Sciences.* — 2015. — Vol.10. — P.76-79.
- 4 Lhendup Namgyal and Joseph W. Hall. Coherent streamwise vortex structures in the near-field of the three-dimensional wall jet // *J. Fluid. Eng.* — 2013.— Vol. 135, No. 6. — P.120–126.

References

- 1 G.N. Abramovich, T.A. Girshovich, S.I. Krasheninnikov, A.N. Sekundov, Smirnova I.P. *The Theory of Turbulent Jets*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp 684, (1984).
- 2 E. Faghani, R. Maddahian, P. Faghani, and B. Farhanien, *Achiv. Appl. Mech.*, 8(7), 727-745, (2010).
- 3 S. Isataev, G. Toleuov, M. Isataev, Sh. Ospanova and Sh. Bolysbekova, *Journal of engineering and applied Sciences*, 10, 76-79, (2015).
- 4 Lhendup Namgyal and Joseph W. Hall, *J. Fluid. Eng.*, 135(6), 120-126, (2013).