

Амиров С.М., Рамазанов Т.С.,
Молдабеков Ж.М.

**Эффективные потенциалы
взаимодействия частиц
в водородно-гелиевой плазме**

В данной статье рассматриваются экранированные эффективные потенциалы взаимодействия для пар электрон (протон) He и электрон (протон) He⁺, которые возникают в результате частичного экранирования поля ядра гелия связанными электронами с учётом экранирования заряженных частиц свободными электронами и квантового эффекта дифракции в плотной плазме. Эффект экранирования учитывается в приближении случайных фаз. Для учета квантового эффекта дифракции мы использовали квантовый потенциал Дойча. Также обсуждается метод построения полного электрон (протон) – He и электрон (протон) – He⁺ экранированного потенциала парного взаимодействия как сумма полученных потенциалов, поляризованного и обменного потенциала. Приведены сравнения эффективных потенциалов взаимодействия для электрон (протон) – He и электрон (протон) – He⁺ пар при различных параметрах плазмы.

Ключевые слова: экранирование, эффективные потенциалы парного взаимодействия, плотная плазма.

Amirov S.M., Ramazanov T.S.,
Moldabekov Zh.A.

**Effective interaction Potentials in
H-He Plasmas**

This paper presents an effective interaction potentials for pairs of e–He, e–He⁺, p–He, p–He⁺, taking into account influence of quantum effects of diffraction, and screening. Screening effect is taken into account within random phase approximation. To account for the quantum diffraction effect, we take the quantum Deutsch potential. The equations of effective interaction potentials for the electron (proton) – He and an electron (proton) – He⁺ pairs for various plasma parameters. In order to construct the total pair interaction potential, it is necessary to add the pair potentials obtained in this paper to the polarization potential and the potential caused by the quantum exchange effect.

Key words: screening, effective pair interaction potentials, dense plasma.

Әміров С.М., Рамазанов Т.С.,
Молдабеков Ж.М.

**Гелий-сутек плазмасындағы
бөлшектердің өзара
әсерлесуінің эффективті
потенциалы**

Бұл жұмыста электрон (протон) – He және электрон (протон) – He⁺ жұптарының арасындағы өзара әсерлесулерінің гелий ядросының байланысқан электрондармен экрандалуы кезінде пайда болатын және зарядталған бөлшектердің бос электрондармен экрандалуы мен кванттық дифракция эффектілерін ескере отырып эффективті потенциалдар зерттелінді. Плазмадағы экрандалу эффектісі кездейсоқ фазалар әдісімен табылады. Ал кванттық эффектерді ескеру үшін бөлшектердің өзара әсерлесу потенциалы ретінде Дойч потенциалы қолданылды. Сонымен қатар электрон (протон) – He мен электрон (протон) – He⁺ жұп әсерлесуінің потенциалдарының экрандалуын алынған поляризациялық және алмасу потенциалдарының қосындысы ретінде қарастыруға болатындығының әдісі қарастырылған. Плазманың әр түрлі параметрлері үшін электрон (протон) – He және электрон (протон) – He⁺ жұптарының арасындағы әсерлесулерінің эффективті потенциалдарының арасында өзара салыстырулар жүргізілді.

Түйін сөздер: экрандау, қос әсерлесудің эффективті потенциалдары, тығыз плазма.

**ЭФФЕКТИВНЫЕ
ПОТЕНЦИАЛЫ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЧАСТИЦ
В ВОДОРОДНО-
ГЕЛИЕВОЙ ПЛАЗМЕ****Введение**

Изучение плотной плазмы с ионами (атомами) гелия важно для термоядерного синтеза (ТЯС) и астрофизики [1-3]. Экспериментальные исследования гелия в экстремальных условиях включают ударно волновое сжатие [4-7] и лазерный нагрев [8]. Эггерт и др. [6] получили данные Гюгоньо для жидкого гелия в диапазоне давления 100 ГПа, при ударном сжатии образцов. Термодинамические параметры квази-изэнтропически сжатого гелия в диапазонах давления 100-500 ГПа были измерены М.В. Жерноклетовом и др. [7]. В последнее время Уильямс и др. [8] определили коэффициент прозрачности и проводимость в инертных газах в том числе и гелия в условиях планетарных и звездных недр. Уравнения состояния в плотной плазме гелия были изучены в работах [9-14]. Уравнения состояния были использованы для расчетов смеси водорода-гелия по функционалу плотности в молекулярной динамике [15-19]. Особый интерес представляет расслоения в водородно-гелиевых смесях при высоких давлениях в несколько мегабар в недрах планет-гигантов, таких как Юпитер и Сатурн [17,18]. Этот эффект является важным для понимания эволюций планет гигантов и их внутренних структур.

Проблема фазового перехода первого рода в смеси водорода-гелия были изучены с помощью химических моделей [20-25], и моделирования методом молекулярной динамики с использованием функционалов плотности [19, 26]. Моделирование указывает на фазовый переход первого рода в жидкости с критической температурой ниже, чем 2000 К. Однако, никакие экспериментальные подтверждения для фазового перехода жидкость-жидкость не были получены.

Транспортные свойства могут быть исследованы на основе экранированного парного потенциала взаимодействия [27-31]. Парный потенциал взаимодействия между атомом и протоном при упругом столкновении можно рассматривать как сумму притяжения на больших расстояниях, и отталкивания на малых расстояниях. Во-первых, притяжение между нейтральным атомом и заряженной частицей возникает в результате поляризации атома в поле заряженной частицы [32]. Во-вторых,

рядом с атомом, поле ядра связанных электронов не полностью экранировано. Это приводит к дополнительному отталкиванию между атомом и протоном (или привлечение в случае взаимодействия атома и свободного электрона) [33]. А обменное взаимодействие вызвано неразличимостью электронов.

Приближение суммы Слейтера в виде производных парных вкладов, Нагель и др. [34] показали, что полуклассический подход плотной плазмы, квантовый потенциал взаимодействия между электроном и атомом можно рассматривать как сумму экранированных связанных электронов без каких-либо обменных вкладов и обменных членов. Квантовый межчастичный потенциал взаимодействия могут быть хорошо использован для электронно-атомного, так и для ионно-атомного взаимодействия.

В дальнейшем, мы будем рассматривать прямое слагаемое экранирование связанными электронами, без обменных эффектов. В плазме, это поле экранируется свободными электронами.

Чтобы охарактеризовать плазму, мы используем параметр плотности $r_s = a / a_B$ и безразмерный параметр связи $\Gamma = e^2 / (k_B T a)$, где e – заряд электрона, k_B – постоянная Больцмана, T – температура плазмы, $a = \left(\frac{4}{3\pi n}\right)^{1/3}$ – среднее межчастич-

ное расстояние, n – концентрация электронов (ионов), a_B – первый радиус Бора. Чтобы исследовать влияние эффекта экранирования на потенциал взаимодействия между частицами в плазме можно брать температуру и концентрацию параметрами независимо друг от друга.

В данной работе приводится экранированный эффективный потенциал взаимодействия для электрона (протона) – He, далее рассматриваются потенциалы взаимодействия для электрона (протона) – He⁺. Также обсуждается метод построения полного электрон (протон) – He и электрон (протон) – He⁺ экранирование потенциала парного взаимодействия как сумма полученных потенциалов, поляризационного и обменного потенциала.

Эффективный потенциал взаимодействия $e - He$

Во-первых, мы выводим аналитическую формулу для взаимодействия электрона с атомом, не пренебрегая эффектом экранирования. В случае взаимодействия атома с протоном надо умножить полученную формулу на минус. Атом гелия имеет два электрона, распределение электронов возле ядра гелия имеет следующий вид:

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = N^4 \pi^2 a_B^6 \left(e^{-Z_1 r_1 / a_B} + c e^{-2Z_1 r_1 / a_B} \right)^2 \left(e^{-Z_1 r_2 / a_B} + c e^{-2Z_1 r_2 / a_B} \right)^2 \quad (1)$$

здесь $Z_1 = 1.45558$, $c = 0.6$ – подгоночные параметры и $N = 1.48423$ выбирается из условия нормировки $\int \rho(r_1, r_2) dr_1 dr_2 = 1$. Уравнение (1) было получено в качестве решения уравнения Хартри-Фока. Было обнаружено, что диамагнитная восприимчивость получается из (1) и находится в хорошем согласии с экспериментальными данными [35].

Потенциал взаимодействия электрона с полем атома может быть получено с использова-

нием следующей формулы:

$$\varphi(r) = e^2 \int \left(\frac{Z}{r} - \sum_{n=1}^Z \frac{1}{|r - r_n|} \right) \rho_e dr_1 \dots dr_2 \quad (2)$$

где Z – номер связанных электронов.

Первая часть в (2) дает поле ядра гелия, а вторая часть – поле связанных электронов. Подставляя (1) в (2), получаем потенциал взаимодействия электронов с гелием:

$$\varphi(r) = -e^2 \left[a_1 \cdot \left(\alpha_1 + \frac{1}{r} \right) e^{-2\alpha_1 r} + a_2 \cdot \left(\alpha_2 + \frac{1}{r} \right) e^{-2\alpha_2 r} + a_3 \cdot \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \frac{1}{r} \right) e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)r} \right], \quad (3)$$

здесь $\alpha_1 = \frac{Z_1}{a_B}$, $\alpha_2 = \frac{2Z_1}{a_B}$, a_B – первый радиус Бора и $a_1(Z_1, c) = 1.42799$, $a_2(Z_1, c) = 0.0642595$, $a_3(Z_1, c) = 0.507729$.

Уравнение (3) не учитывает эффект экранирования. Далее (3) использовался как микропотенциал для взаимодействия электрон-гелий (электрон-He). Следует отметить, что (1) не учитывает пространственного деформирования

электронного облака атома в поле заряженной частицы. Этот эффект очень важен для медленной реакции, но не для быстрой.

Следующим шагом является включение экранирования в потенциал взаимодействия. Это может быть сделано с помощью хорошо известной формулы:

$$\tilde{\Phi}(k) = \frac{\tilde{\varphi}(k)}{\varepsilon(k)}, \quad (4)$$

где $\tilde{\Phi}$ представляет собой экранированный потенциал парного взаимодействия в пространстве Фурье, $\tilde{\varphi}(k)$ является преобразованием Фурье микропотенциала

$$\tilde{\varphi}(k) = 4\pi / k \int_0^{\infty} r \varphi(r) \sin(kr) dr, \varepsilon(k) -$$

$$\Phi_{e-He}^{classical} = -e^2 \left[a_1 \xi(\alpha_1, r) + a_2 \xi(\alpha_2, r) + a_3 \xi\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, r\right) \right], \quad (6)$$

где

$$\xi(\alpha, r) = \frac{1}{r \left(1 - \left(\frac{k_D}{2\alpha} \right)^2 \right)} \left[\left(1 + r\alpha - \frac{k_D}{4\alpha} \right) \exp(-2\alpha r) - \left(\frac{k_D^2}{2\alpha^2} - \frac{k_D^2}{16\alpha^4} \right) \exp(-rk_D) \right]. \quad (7)$$

В (6) мы используем обозначение «classical» для того, чтобы подчеркнуть, что диэлектрическая проницаемость рассматривается для классической плазмы. Чтобы включить так называемый квантовый дифракционный эффект (или волновую природу электронов, или принцип неопределенности Гейзенберга) в классическую диэлектрическую функцию перепишем (5) в следующем виде:

$$\varepsilon(k) = 1 + \frac{n_e}{k_B T} \tilde{\varphi}_{ee}(k) + \frac{n_i}{k_B T} \tilde{\varphi}_{ii}(k). \quad (8)$$

Для учета квантового эффекта дифракции в (8) мы использовали квантовый потенциал (Дойча) [36-40] для электронно-электронного взаимодействия вместо Кулоновского взаимодействия. Если пренебречь вкладом ионов в (8), то обратная величина диэлектрической проницаемости может быть записана в следующем виде:

диэлектрическая функция плазмы. Диэлектрическая проницаемость классической плазмы в длинноволновом пределе:

$$\varepsilon = 1 + \frac{k_D^2}{k^2}, \quad (5)$$

где $k_D = r_D^{-1}$ равна обратной величине радиуса Дебая, которая учитывает экранирование электронов и ионов. Из (3-5) используя формулу для обратного преобразования Фурье

$$\Phi(r) = 1 / (2\pi^2 r) \int_0^{\infty} k \tilde{\Phi}(k) \sin(kr) dk$$

мы находим эффективный потенциал взаимодействия для $e-He$:

$$\varepsilon(k)^{-1} = \frac{k^2 (1 + \lambda_{ee}^2 k^2)}{k^2 + k_{De}^2 + \lambda_{ee}^2 k^4} \quad (9)$$

где $k_{De}^2 = 4\pi n_e e^2 / k_B T_e$ – параметр экранирования за счет электронов. Если мы примем во внимание вклад ионов в (8), то можем получить следующее уравнение для обратного значения диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(k)^{-1} = \frac{k^2 (1 + \lambda_{ee}^2 k^2)}{k^2 (1 + \lambda_{ee}^2 k_i^2) + k_D^2 + \lambda_{ee}^2 k^4} \quad (10)$$

где $k_D^2 = k_{De}^2 + k_{Di}^2$, $k_{Di}^2 = 4\pi n_i e^2 / k_B T_i$.

Если $k_{Di} = 0$, (10) превращается в (9). Мы взяли диэлектрическую функцию электронов отдельно, поскольку это позволило обобщить эффективные потенциалы взаимодействия, полученные в этой работе в случае плазмы с вырощенными электронами, как это обсуждается в заключении.

Используя формулы (3-4) и (10) был получен эффективный потенциал $e - He$:

$$\Phi_{e-He}^{quantum} = -\frac{e^2}{r} \left[a_1 \xi(\alpha_1, r) + a_2 \xi(\alpha_2, r) + a_3 \xi\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, r\right) \right], \quad (11)$$

здесь

$$\xi(\alpha, r) = \exp(-\alpha r)[c_1(\alpha) + c_2(\alpha)r - c_3(\alpha)r] + \exp(-Ar)c_4(\alpha) + \exp(-Br)c_5(\alpha), \quad (12)$$

и константы $A, B, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$ приведены в приложении. Мы используем обозначение «quantum» для того, чтобы подчеркнуть что был учтен квантовый эффект дифракции.

Рисунки 1-3 показывают полученные эффек-

тивные потенциалы взаимодействия. Как видно из рисунка 1а классический (6) и квантовый (11) эффективные потенциалы взаимодействия подвергаются экранированию по сравнению с микропотенциалом (3).

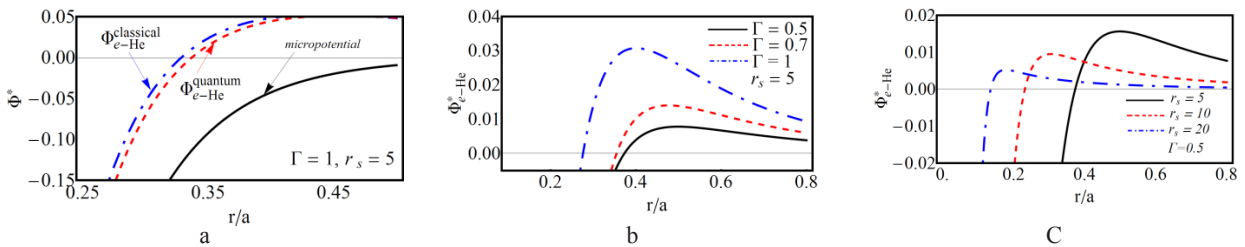


Рисунок 1 – Эффективный потенциал взаимодействия $e - He$:

а) (6) и (11) – сравнение с микропотенциалом, $\Gamma = 1$ и $r_s = 5$; б) (11) – потенциал при разных Γ и при постоянном $r_s = 5$; в) (11) потенциал – при разных $r_s = 5$ и $\Gamma = 0,5$.
Здесь Φ_{e-He}^* – значение потенциала в единицу тепловой энергии $k_B T$ (в ед. Хартри $k_B T = (\Gamma r_s)^{-1}$).

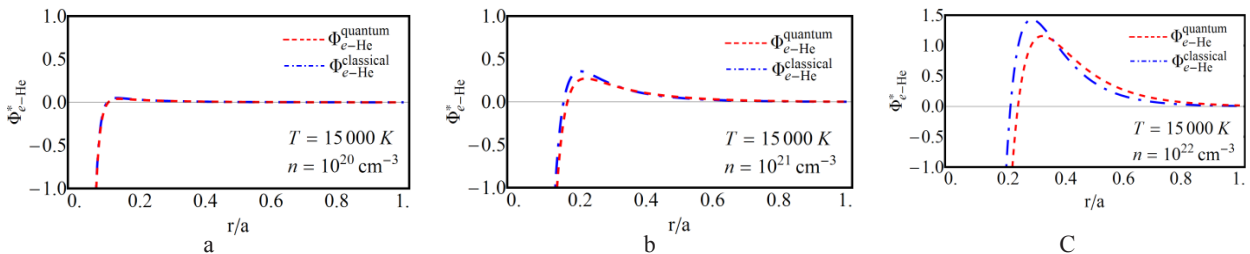


Рисунок 2 – Эффективные потенциалы взаимодействия (6) и (11) при разных концентрациях и $T = 10^5 K$. Здесь Φ_{e-He}^* – значение потенциала в единицу тепловой энергии $k_B T$

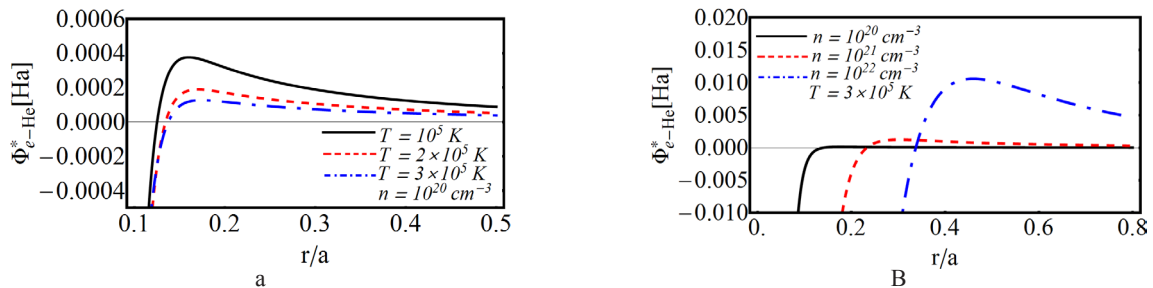


Рисунок 3 – Эффективные потенциалы взаимодействия $e - He$ (11):

а) при разных температурах и при постоянной концентрации; б) при разных концентрациях и при постоянной температуре. Потенциалы взаимодействия приведены в атомных единицах Хартри

Было обнаружено, что эффект поляризации плазмы вокруг атома приводит к появлению дополнительного отталкивания между атомом и электроном на определенном расстоянии (см. рисунок 1b, 1c). При увеличении параметра связи отталкивание между атомом гелия и электроном становится сильнее, как это видно из рисунка 1b. Отметим, что этот эффект имеет место как в классическом (6), так и в квантовом (11) случае. Учет квантового эффекта дифракции приводит к смещению области отталкивания на большем расстоянии от атома (см. рисунок 1c). Квантовый дифракционный эффект также приводит к слабому экранированию поля атома, как это показано на рисунке 2. В области низкой плотности классический (6) и квантовый (11) эффективные потенциалы взаимодействия совпадают (см. рисунок 2a). Квантовый дифракционный эффект становится важным, когда среднее расстояние между частицами сравнимо с тепловыми длинами волн электрона. С увеличением плотности, разница между классическим (6) и квантовым (11) эффективными потенциалами

взаимодействия становится большой, как это можно видеть из сравнения рисунков 2a-2c. На рисунке 3a и рисунке 3b приведены кривые эффективного потенциала взаимодействия (11) для различных значений температуры и плотности. На рисунке 3 значения потенциалов взаимодействия приведены в атомных единицах Хартри.

Эффективный потенциал взаимодействия для $e - He^+$

Взаимодействие между одним раз ионизованным атомом гелия и электроном ($e - He^+$) имеет дополнительное взаимодействие заряд-заряд. В этом случае атом гелия имеет один электрон, плотность распределения которого выражена:

$$\rho(r) = N^2 \pi a_B^3 \left(e^{-Z_1 r / a_B} + c e^{-2Z_1 r / a_B} \right)^2. \quad (13)$$

Используя микропотенциал для $e - He^+$ взаимодействия, который можно найти с помощью (2):

$$\begin{aligned} \varphi_{e-He^+}(r) = & -\frac{e^2}{r} - e^2 \left[b_1 \cdot \left(\alpha_1 + \frac{1}{r} \right) \exp(-2\alpha_1 r) + b_2 \cdot \left(\alpha_2 + \frac{1}{r} \right) \exp(-2\alpha_2 r) + \right. \\ & \left. b_3 \cdot \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \frac{1}{r} \right) \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2)r) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

был получен экранированный потенциал взаимодействия для $e - He^+$, используя (4,5) и (14):

$$\Phi_{e-He^+}^{classical} = -e^2 \left[b_1 \xi(\alpha_1, r) + b_2 \xi(\alpha_2, r) + b_3 \xi\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, r\right) \right] - \frac{e^2}{r} e^{-rk_D}, \quad (15)$$

здесь $b_1 = 0.713998, b_2 = 0.0321299, b_3 = 0.253866$ и

$$\xi(\alpha, r) = \frac{1}{r \left(1 - \left(\frac{k_D}{2\alpha} \right) \right)^2} \left[\left(1 + r\alpha - \frac{k_D}{4\alpha} \right) \exp(-2\alpha r) - \left(\frac{k_D^2}{2\alpha^2} - \frac{k_D^2}{16\alpha^4} \right) \exp(-rk_D) \right]. \quad (16)$$

Последний член в правой части уравнения (15) – потенциал Дебая, который соответствует взаимодействию заряд-заряд.

Квантовый экранированный потенциал взаимодействия $e - He^+$ был получен из (4, 10) и (14):

$$\Phi_{e-He^+}^{quantum} = -\frac{e^2}{r} \left[b_1 \xi(\alpha_1, r) + b_2 \xi(\alpha_2, r) + b_3 \xi\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, r\right) \right] + \Phi_{e-ch}(r) \quad (17)$$

где

$$\xi(\alpha, r) = \exp(-\alpha r)[c_1(\alpha) + c_2(\alpha)r - c_3(\alpha)r] + \exp(-Ar)c_4(\alpha) + \exp(-Br)c_5(\alpha), \quad (18)$$

и Φ_{e-ch} – потенциал взаимодействия между электроном и положительным зарядом:

$$\Phi_{e-ch} = -\frac{e^2}{r\lambda_{ee}^2\gamma^2\sqrt{1-(2k_D/\lambda_{ee}\gamma^2)^2}} \left[\left(\frac{1-\lambda_{ee}^2 B^2}{1-\lambda_{ei}^2 B^2} \right) \exp(-rB) - \left(\frac{1-\lambda_{ee}^2 A^2}{1-\lambda_{ei}^2 A^2} \right) \exp(-rA) \right] + \frac{e^2 \exp(-r/\lambda_{ei})}{r(1+C_{ei})}, \quad (19)$$

где $\lambda_{ei} = \hbar/\sqrt{2\pi m_e k_B T}$, $C_{ei} = (k_D^2 \lambda_{ei}^2 - k_i^2 \lambda_{ee}^2)/(\lambda_{ei}^2/\lambda_{ee}^2 - 1)$ и $\gamma^2 = k_i^2 + 1/\lambda_{ee}^2$.

На рисунках 4-6 показаны эффективные потенциалы взаимодействия (15) и (17). Из рисунка 4а видно, что эффективный потенциал взаимодействия (17) имеет более сильное притяжение, чем чистое электрон-заряд взаимодействие (19). С возрастанием параметра связи, притяжение между однократно ионизованным атомом гелия и электроном становится сильнее (рис.2.б).

При уменьшении параметра плотности квантовый дифракционный эффект приводит к ослаблению экранировки поля атома, как это показано на рисунке 4с. С увеличением плотности разница между классическим (15) и квантовым (17) эффективными потенциалами

взаимодействия становится все более очевидной (рисунки 5а-5с). Кривые эффективного потенциала взаимодействия (17) при различных значениях температуры и плотности приведены на рисунках 6а и 6б. Парный эффективный потенциал взаимодействия для пар $e-He$ и для $e-He^+$ обобщены для протон-гелия ($p-He$) и для протон – однократно ионизованного гелия ($p-He^+$) потенциалы парного взаимодействия находятся изменением знака в (6,11) и (15,17) соответственно. Для пар $p-He^+$ взаимодействию, можно рассматривать как взаимодействие протон – с положительным зарядом, в этом случае вместо Φ_{e-ch} используется Φ_{p-ch} [41]:

$$\Phi_{p-ch} = \frac{e^2}{r\gamma^2\sqrt{1-(2k_D/\lambda_{ee}\gamma^2)^2}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_{ee}^2} - B^2 \right) \exp(-rB) - \left(\frac{1}{\lambda_{ee}^2} - A^2 \right) \exp(-rA) \right]. \quad (20)$$

Таким образом, мы представили экранированные потенциалы парного взаимодействия для пар $e-He, e-He^+, p-He, p-He^+$.

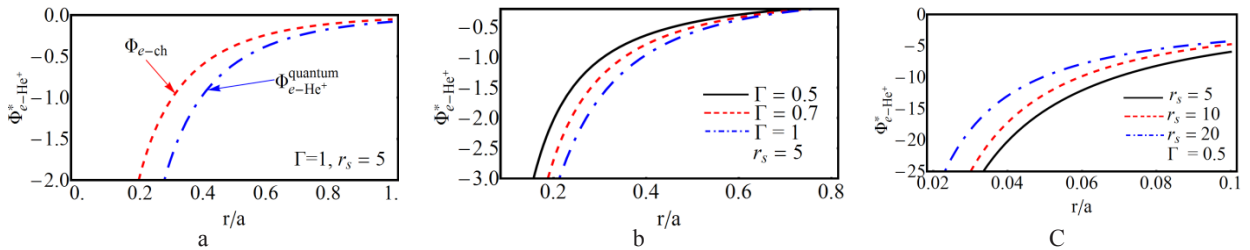


Рисунок 4 – Эффективные потенциалы взаимодействия $e-He^+$:

а) (15) и (17) при $\Gamma = 1$ и $r_s = 5$; б) (17) при разных Γ и при постоянном $r_s = 5$; в) (11) при разных r_s и $\Gamma = 0,5$. Здесь $\Phi_{e-He^+}^*$ – значение потенциала в единицу тепловой энергии $k_B T$ (в ед. Хартри $k_B T = (\Gamma r_s)^{-1}$).

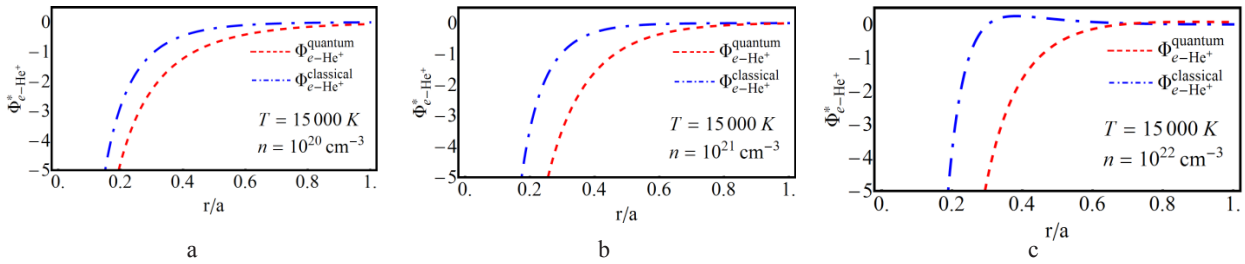


Рисунок 5 – Эффективные потенциалы взаимодействия (15) и (17) при разных концентрациях и при постоянной температуре $T = 15^5 K$.

Здесь $\Phi_{e-He^+}^*$ – значение потенциала в единицу тепловой энергии $k_B T$

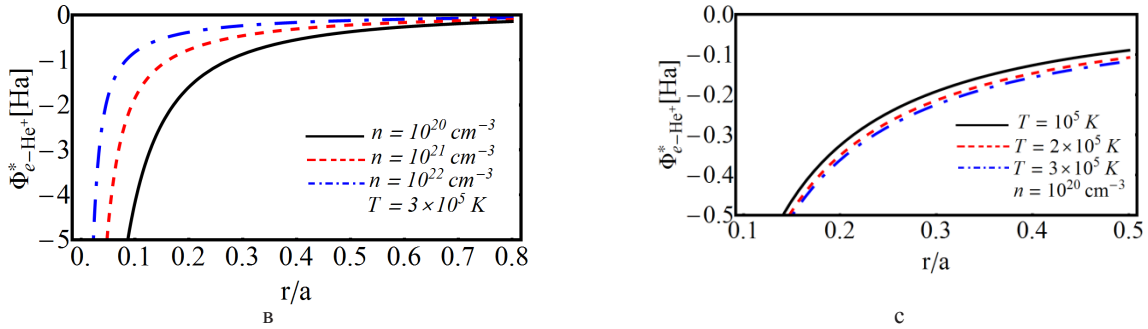


Рисунок 6 – Эффективные потенциалы взаимодействия $e - He^+$ (17):

- a) при разных температурах и при постоянной концентрации;
- b) при разных концентрациях и при постоянной температуре.

Потенциалы взаимодействия приведены в атомных единицах Хартри.

Обсуждение и вывод

Электростатическое поле вокругатома гелия образуется в результате частичного экранирования поля ядра гелия связанными электронами и было рассмотрено в парных потенциалах $p - He$, $p - He^+$, $e - He$, $e - He^+$. Для того, чтобы построить полный потенциал парного взаимодействия, необходимо добавить парные потенциалы, полученные в данной работе – поляризационный потенциал и потенциал квантового обмена эффектами. Обменный потенциал позволит устранить сингулярность в $p - He$ парном потенциале взаимодействия. Часто, для простоты, обменный потенциал выбирается в виде непроницаемой твердой сердцевины с радиусом, полученным из теории эффективного радиуса [46] или [47], чтобы удовлетворить экспериментальные данные. За последнее время Н. Рахаль, К. Дойч, и М.М. Гумберт (РДГ) [42] получили дифракционный исправленный неэкранированный потенциал парного взаимодействия для ионов пары электрон-гелий. Потенциал RDG позволяет правильно учитывать влияние ионно-электронной рекомбинации. Полный $p - He^+$ парный потенциал взаимодействия может быть построен

через сплайн-интерполяцию суммы уравнения (17) и поляризационного потенциалана потенциал RDG вблизи нуля, как это было сделано Ф.Б. Баимбетовым, М.А. Бекеновым и Т.С. Рамазановым для эффективного потенциала для квазиклассической водородной плазмы [43]. В работе [44] было получено разложение обратной величины диэлектрической проницаемости Линдхарда для электронов в длинноволновом пределе [44]. Результат второго порядка этого разложения ((22) в [44]) имеет тот же вид, что и уравнение (9). Разница только в постоянных коэффициентах. Это позволяет обобщить эффективные потенциалы парного взаимодействия (11), (17), (19), (20) на случай плазмы с вырожденными электронами заменой λ_{ee}^2 и k_{De} от $-b_1 / 4k_F^2$ и k_Y соответственно (здесь $b_1 = \theta^{-1} I_{-3/2}(\eta) / (3I_{-1/2}^2(\eta))$, $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$, I_ν является неотъемлемой Ферми порядка ν , $\eta = \mu / k_B T$ химический потенциал электронов, и $k_Y^2 = k_{TF}^2 \theta^{1/2} I_{-1/2}(\eta) / 2$ является длиной экранирования, которая интерполирует между пределом Дебая и Томаса-Ферми). Отметим, что в этом случае экранированный потенциал взаимодействия протона-положительный заряд (20) такой же, как потенциал эффективного взаимо-

действия ион-ион, выведенный Стэнтоном и Мурильо [45] с использованием теории Томаса-Ферми и коррекции градиента первого порядка.

Дополнительное отталкивание в $e - He$ взаимодействии, обусловленное поляризацией плазмы вокруг атома может привести к уменьшению поперечного сечения прилипания электрона. Принятие во внимание плазменного микрополя приводит к уменьшению потенциала ионизации атома (увеличение в поперечном

сечении ионизации), полученный потенциал может уменьшить это сечение. Результаты исследования этих эффектов в плазме $H - He$ с использованием эффективных потенциалов взаимодействия, полученных в данной работе будут представлены в другой работе.

Благодарности

Эта работа была поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан 3086/ГФ4.

Приложение

Константы, которые использовались в уравнениях (11), (17), (19), (20) имеют следующий вид:

$$A^2 = \frac{\gamma^2}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2k_D}{\lambda_{ee}\gamma^2} \right)^2} \right], \quad B^2 = \frac{\gamma^2}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2k_D}{\lambda_{ee}\gamma^2} \right)^2} \right], \quad (21)$$

$$c_1(\alpha) = -\frac{\alpha^4}{(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^4}{(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2}{\lambda_{ee}^2(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2}{\lambda_{ee}^2(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} + \frac{3\alpha^6 C}{(B^2 - A^2)} - \frac{2\alpha^4 D}{(B^2 - A^2)} - \frac{3\alpha^6 C_1}{(B^2 - A^2)} + \frac{2\alpha^4 D_1}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)} - \frac{2\alpha^4 C}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2 D}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)} + \frac{2\alpha^4 C_1}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2 D_1}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)}, \quad (22)$$

$$c_2(\alpha) = \frac{\alpha^5 D}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^7 C_1}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^5 C}{2\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^3 D_1}{2\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)}, \quad (23)$$

$$c_3(\alpha) = \frac{\alpha^7 C}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^3 D_1}{2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^3 D}{2\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^5 C_1}{2\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)}, \quad (24)$$

$$c_4(\alpha) = \frac{A^4}{(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} - \frac{A^2}{\lambda_{ee}^2(\alpha^2 - A^2)(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2 A^4 E}{(B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2 A E}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)}, \quad (25)$$

$$c_5(\alpha) = -\frac{B^4}{(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} + \frac{B^2}{\lambda_{ee}^2(\alpha^2 - B^2)(B^2 - A^2)} - \frac{\alpha^2 B^4 E_1}{(B^2 - A^2)} + \frac{\alpha^2 B^2 E_1}{\lambda_{ee}^2(B^2 - A^2)}, \quad (26)$$

здесь

$$C = -\frac{1}{(\alpha^2 - A^2)^2}, \quad C_1 = -\frac{1}{(\alpha^2 - B^2)^2}, \quad D = \frac{A^2 - 2\alpha^2}{(\alpha^2 - B^2)^2}, \quad E = \frac{1}{(\alpha^2 - A^2)^2}, \quad E_1 = \frac{1}{(\alpha^2 - B^2)^2}.$$

Литература

- 1 Atzeni S. and Meyer-ter-Vehn J. The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter, International Series of Monographs on Physics// Clarendon Press. – Oxford, 2004.
- 2 Lindl J.D. Inertial Confinement Fusion: The Quest for Ignition and Energy Gain Using Indirect Drive // Springer-Verlag. – New York, 1998.
- 3 Fortney J.J. Characterizing the Structure of Giant Planets // Contrib. Plasma Phys.–2013.–Vol. 53–P. 385.
- 4 Nellis W.J., Holmes N.C., Mitchell A.C., et al. Shock compression of liquid helium to 56 GPa (560 kbar)// Phys. Rev. Lett. –1984. – Vol. 53 – P. 1248-1251.
- 5 Ternovoi V.Ya., Filimonov A.S., Pyalling A.A., et al. In Shock Compression of Condensed Matter. – 2001., Ed. by M. D.Furnish, N.N. Thadhani, and Y. Horie – 2002. – P. 107.
- 6 Eggert J., Brygoo S., Loubeyre P., McWilliams R.S., Celliers P.M., Hicks D.G., Boehly T.R., Jeanloz R., and Collins G.W. Hugoniot Data for Helium in the Ionization Regime // Phys. Rev. Letters – 2008. – Vol. 100. – P. 124503.
- 7 Zhernokletov M.V., Gryaznov V.K., Arinin V.A., Buzin V.N., Davydov N.B., Ilkaev R.I., Iosilevskiy I.L., Mikhailov A.L., Novikov M.G., Khrustalev V.V., and Fortov V.E. Quasi Isentropic Compression of Dense Gaseous Helium at Pressures up to 500 GPa // JETP Letters-2012. – Vol.96 – No. 7. – P. 432436.
- 8 McWilliams R.S., Daltona D.A., Konopkova Z. Mohammad F. Mahmooda, and A. F. Goncharova . Opacity and conductivity measurements in noble gases at conditions of planetary and stellar interiors// Proc. Natl. Acad. Sci. – 2015. –Vol. 112. – P.7925.
- 9 Kowalski P.M., Mazevet S., Saumon D., and Challacombe . Equation of state and optical properties of warm dense helium // Phys. Rev. B – 2007. – Vol. 76. – P. 075112.
- 10 Nettelmann N., Holst B., Kietzmann A., French M., and Redmer R. Ab initio equation of state data for hydrogen, helium, and water and the internal structure of Jupiter// The Astrophysical Journal. – 2008. – Vol. 683. – P. 1217.
- 11 Kietzmann A., Holst B., and Redmer R. Quantum Molecular Dynamics Simulations for the Nonmetal-to-Metal Transition in Fluid Helium// Phys. Rev. Letters –2007. – Vol. 98.– P. 190602.
- 12 Militzer B. Path integral Monte Carlo and density functional molecular dynamics simulations of hot, dense helium // Phys. Rev. B – 2009. – Vol. 79. – P. 155105.
- 13 Holst B., Redmer R., Gryaznov V.K., Fortov V.E. and Iosilevskiy I.L. Hydrogen and deuterium in shock wave experiments, ab initio simulations and chemical picture modeling// Eur. Phys. J. D– 2012. – Vol. 66. – P. 104.
- 14 Monserrat B., Drummond N.D., Pickard Chris J., and Needs R.J. Electron-Phonon Coupling and the Metallization of Solid Helium at Terapascal Pressures// Phys. Rev. Letters-2014. – Vol. 112. – P. 055504.
- 15 Militzer B. Equation of state calculations of hydrogen-helium mixtures in solar and extrasolar giant planets // Phys.Rev. B – 2013. – Vol. 87. – P. 014202.
- 16 Vorberger J., Tamblyn I., Militzer B., and Bonev S.A. Hydrogen-helium mixtures in the interiors of giant planets//Phys. Rev. B – 2007. – Vol.75. – P. 024206.
- 17 Lorenzen W., Holst B., and Redmer R. Metallization in hydrogen-helium mixtures// Phys. Rev. B. – 2011. – Vol. 84.– P. 235109.
- 18 Lorenzen W., Holst B., and Redmer R. Demixing of Hydrogen and Helium at Megabar Pressure// Phys. Rev.Letters – 2009.– Vol. 102. – P. 115701.
- 19 Morales M.A., Schwegler E., Ceperley D., Pierleoni C., Hamel S., and Caspersen K. Phase separation in hydrogen helium mixtures at Mbar pressures// Proc. Natl. Acad. Sci. – 2009. – Vol. 106. – P. 1324.
- 20 Schlanges M., Bonitz M., Tchttschjan A. Plasma Phase Transition in Fluid Hydrogen-Helium Mixtures// Contrib. Plasma Phys.– 1995.– Vol. 35.– P. 109.
- 21 Ebeling W. and Richert W. Plasma Phase Transition in Hydrogen// Phys. Lett. A – 1985. –Vol. 108. – P. 80.
- 22 Saumon D. and Chabrier G. Fluid hydrogen at high density: The plasma phase transition// Phys. Rev. Lett. – 1989. – Vol. 62. – P. 2397.
- 23 Reinholz H., Redmer R., and Nagel S. Thermodynamic and transport properties of dense hydrogen plasmas// Phys.Rev. E– 1995. – Vol. 52. – P. 5368.
- 24 Beule D., Ebeling W., Forster A., Juranek H., Nagel S., Redmer R., and Roepke G. Equation of state for hydrogen below 10000 K: From the fluid to the plasma// Phys. Rev. B -1999. – Vol. 59. – P. 14177.
- 25 Holst B., Nettelmann N., and Redmer R. Equation of State for Dense Hydrogen and Plasma Phase Transition // Contrib. Plasma Phys. – 2007. – Vol. 47. – P. 368.
- 26 Lorenzen W., Holst B., and Redmer R. First-order liquid-liquid phase transition in dense hydrogen// Phys. Rev. B – 2010. – Vol. 82. – P. 195107.
- 27 Kodanova S.K., Ramazanov T.S., Issanova M.K., Nigmatova G.N., and Moldabekov Zh.A. Investigation of Coulomb Logarithm and Relaxation Processes in Dense Plasma on the Basis of Effective Potentials// Contrib. Plasma Phys.–2015.–Vol. 55.–P 271.
- 28 Ramazanov T.S., Kodanova S.K., Moldabekov Zh.A., and Issanova M.K. Dynamical properties of non-ideal plasma on the basis of effective potentials// Phys. Plasmas – 2013. – Vol. 20. – P. 112702.
- 29 Kodanova S.K., Ramazanov T.S., Bastykova N.Kh., and Moldabekov Zh.A. Effect of dust particle polarization on scattering processes in complex plasmas// Phys. Plasmas – 2015. – Vol. 22. – P. 063703.
- 30 Baimbetov F.B., Nurekenov K.T., Ramazanov T.S. Electrical conductivity and scattering sections of strongly coupled hydrogen plasmas// Physica A–1996. – Vol. 226. – P. 181.

- 31 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbar A.Zh. and Redmer R. A scattering cross-section and ionization equilibrium in dense metal plasmas// *J. Phys. A: Math. Theor.* –2009.–Vol.42.–P. 214049.
- 32 Ramazanov T.S., Moldabekov Zh.A., Dzhumagulova K.N., and Muratov M.M. Pseudopotentials of the particles interactions in complex plasmas// *Phys. Plasmas* –2011.–Vol.18.–P. 103705.
- 33 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., and Gabdullin M.T. Effective potentials for ion-ion and charge-atom interactions of dense semiclassical plasma// *Phys. Plasmas*–2010.–Vol. 17.–P. 042703 .
- 34 Nagel S., Stein H., Leike I., R. Redmer and G. Roepke . Effective potentials for the interaction between electrons and hydrogen or helium atoms// *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*–1992.–Vol. 25.–P. 613420.
- 35 Mott N., Messis G. The theory of atomic collisions. – Moscow. –1969.
- 36 Deutsch C., Nodal expansion in a real matter plasma // *Phys. Lett. A*–1977.–Vol. 60–P.317.
- 37 Deutsch C., Furutani Y., and Gombert M.M. Nodal expansions for strongly coupled classical plasmas // *Phys. Rep.*–1981.–Vol. 69–P. 85.
- 38 Kelbg G. Theorie des Quantenplasmas, // *Ann. Phys.*–1963.–Vol. 467, 219. – P.467- 354.
- 39 Dunn T. and Broyles A.A. Method for Determining the Thermodynamic Properties of the Quantum Electron Gas//*Phys. Rev.*–1967.–Vol. 157.–P. 156.
- 40 Glouberman A.E. and I. R. Yuhnovskiy // *Sov. Phys. JETP*–1952.–Vol. 22.–P. 562 in Russian.
- 41 Ramazanov T.S., Moldabekov Zh.A., and Gabdullin M.T. Effective potentials of interactions and thermodynamic properties of a nonideal two-temperature dense plasma// *Phys. Rev. E* -2015.–Vol.92.–P. 023104.
- 42 Rahal H., Deutsch C., and Gombert M.M. Temperature-Dependent Quantum Pair Potentials and Ionization in Helium-Like Plasmas// *Contrib. Plasma Phys*–2013.–Vol. 53.–P. 285.
- 43 Baimbetov F.B., Bekenov M.A., Ramazanov T.S. Effective potential of a semiclassical hydrogen plasma// *Physics Letters A*–1995.–Vol. 197.–P. 157.
- 44 Moldabekov Zh., Schoof T., Ludwig P., Bonitz M., and Ramazanov T. Statically screened ion potential and Bohm potential in a quantum plasma// *Phys. Plasmas*–2015.–Vol. 22.–P. 102104.
- 45 Stanton L.G. and Murillo M.S. Unified description of linear screening in dense plasmas // *Phys. Rev. E*–2015.–Vol. 91.–P033104; *Publishers Note* 2015, 91, 049901.
- 46 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Omarbakiyeva Yu.A. and Roepke G. Effective polarization interaction potentials of the partially ionized dense plasma// *J. Phys. A: Math. Gen.*–2006.– Vol. 39.– P. 4369.
- 47 Omarbakiyeva Yu.A., Ramazanov T.S. and Roepke G. The electron-atom interaction in partially ionized dense plasmas// *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2009. – Vol. 42.–P.214045.

References

- 1 S. Atzeni and J. Meyer-ter-Vehn. *The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter*, International Series of Monographs on Physics // Clarendon Press. – Oxford, 2004.
- 2 J.D. Lindl, *Inertial Confinement Fusion: The Quest for Ignition and Energy Gain Using Indirect Drive.* – Springer-Verlag.– New York, 1998.
- 3 J.J. Fortney, *Contrib. Plasma Phys*, 53, 385, (2013).
- 4 W.J. Nellis, N.C. Holmes, A.C. Mitchell, et al., *Phys. Rev. Lett.*, 53, 1248, (1984).
- 5 V.Ya. Ternovoi, A.S. Filimonov, A.A. Pyalling, et al., In *Shock Compression of Condensed Matter– 2001.*, Ed. by M. D.Furnish, N. N. Thadhani, and Y. Horie – 2002.– p. 107.
- 6 J. Eggert, S. Brygoo, P. Loubeyre, R. S. McWilliams, P. M. Celliers, D. G. Hicks, T. R. Boehly, R. Jeanloz, and G. W. Collins, *Phys. Rev. Letters*, 100, 124503, (2008).
- 7 M.V. Zhernokletov, V.K. Gryaznov, V.A. Arinin, V.N. Buzin, N.B. Davydov, R.I. Ilkaev, I.L. Iosilevskiy, A.L. Mikhailov, M.G. Novikov, V.V. Khrustalev, and V.E. Fortov, *JETP Letters*, 96 (7), 432436, (2012).
- 8 R.S. McWilliams, D.A. Daltona, Z. Konopkova, Mohammad F. Mahmooda, and A. F. Goncharova, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 112, 7925, (2015).
- 9 P.M. Kowalski, S. Mazevet, D. Saumon, and M. Challacombe, *Phys. Rev. B*, 76, 075112, (2007).
- 10 N. Nettelmann, B. Holst, A. Kietzmann, M. French, and R. Redmer, *The Astrophysical Journal*, 683, 1217, (2008).
- 11 A. Kietzmann, B. Holst, and R. Redmer, *Phys. Rev. Letters*, 98, 190602, (2007).
- 12 B. Militzer, *Phys. Rev. B*, 79, 155105, (2009).
- 13 B. Holst, R. Redmer, V.K. Gryaznov, V.E. Fortov and I.L. Iosilevskiy, *Eur. Phys. J. D*, 66, 104, (2012).
- 14 B. Monserrat, N.D. Drummond, Chris J. Pickard, and R.J. Needs, *Phys. Rev. Letters*, 112, 055504, (2014).
- 15 B. Militzer, *Phys. Rev. B*, 87, 014202, (2013).
- 16 J. Vorberger, I. Tamblyn, B. Militzer, and S. A. Bonev, *Phys. Rev. B*, 75, 024206, (2007).
- 17 W. Lorenzen, B. Holst, and R. Redmer, *Phys. Rev. B*, 84, 235109, (2011).
- 18 W. Lorenzen, B. Holst, and R. Redmer, *Phys. Rev. Letters*, 102, 115701, (2009).
- 19 M.A. Morales, E. Schwegler, D. Ceperley, C. Pierleoni, S. Hamel, and K. Caspersen, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 106, P.1324, (2009).
- 20 M. Schlanges, M. Bonitz, A. Tchttschjan, *Contrib. Plasma Phys.*, 35, 109, (1995).
- 21 W. Ebeling and W. Richert, *Phys. Lett. A*, 108, 80, (1985).
- 22 D. Saumon and G. Chabrier, *Phys. Rev. Lett.*, 62, 2397, (1989).

- 23 H. Reinholz, R. Redmer, and S. Nagel, *Phys.Rev. E*, 52, 5368, (1995).
- 24 D. Beule, W. Ebeling, A. F^orster, H. Juranek, S. Nagel, R. Redmer, and G. Roepke, *Phys. Rev. B*, 59, 14177, (1999).
- 25 B. Holst, N. Nettelmann, and R. Redmer, *Contrib. Plasma Phys.* 47, 368, (2007).
- 26 W. Lorenzen, B. Holst, and R. Redmer, *Phys. Rev. B*, 82, 195107, (2010).
- 27 S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, M.K. Issanova, G.N. Nigmatova, and Zh.A. Moldabekov, *Contrib. Plasma Phys.*, 55, 271, (2015).
- 28 T.S. Ramazanov, S.K. Kodanova, Zh.A. Moldabekov, and M.K. Issanova, *Phys. Plasmas*, 20, 112702, (2013).
- 29 S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, N.Kh. Bastykova, and Zh.A. Moldabekov, *Phys. Plasmas*, 22, 063703, (2015).
- 30 F.B. Baimbetov, K.T. Nurekenov, T.S. Ramazanov, *Physica A*, 226, 181, (1996).
- 31 T.S. Ramazanov, K.N. Dzhumagulova, M.T. Gabdullin, A.Zh. Akbar and R. Redmer, *J. Phys. A: Math. Theor.*, 42, 214049, (2009).
- 32 T.S. Ramazanov, Zh.A. Moldabekov, K.N. Dzhumagulova, and M.M. Muratov, *Phys. Plasmas*, 18, 103705, (2011).
- 33 T.S. Ramazanov, K.N. Dzhumagulova, and M.T. Gabdullin, *Phys. Plasmas*, 17, 042703, (2010).
- 34 S. Nagel, H. Stein, I. Leike, R. Redmer and G. Roepke, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 25, 613420, (1992).
- 35 N.Mott, G.Messi. *The theory of atomic collisions.* – Moscow, 1969.
- 36 C. Deutsch, *Phys. Lett. A*, 60, 317, (1977)..
- 37 C. Deutsch, Y. Furutani, and M.M. Gombert, *Phys. Rep.*, 69, 85, (1981).
- 38 G. Kelbg, *Ann. Phys.* 467, 219, 467- 354, (1963).
- 39 T. Dunn and A.A. Broyles, *Phys. Rev.*, 157, 156, (1967).
- 40 E. Glouberman and I. R. Yuhnovskiy, *Sov. Phys. JETP*, 22, 562, (1952).
- 41 T.S. Ramazanov, Zh.A. Moldabekov, and M.T. Gabdullin, *Phys. Rev. E*, 92, 023104, (2015).
- 42 H. Rahal, C. Deutsch, and M.M. Gombert, *Contrib. Plasma Phys.*, 53, 285, (2013).
- 43 F.B. Baimbetov, M.A. Bekenov, T.S. Ramazanov, *Physics Letters A*, 197, 157, (1995).
- 44 Zh. Moldabekov, T. Schoof, P. Ludwig, M. Bonitz, and T. Ramazanov, *Phys. Plasmas*, 22, 102104, (2015).
- 45 L.G. Stanton and M.S. Murillo, *Phys. Rev. E*, 91, 033104, (2015).
- 46 T.S. Ramazanov, K.N. Dzhumagulova, Yu.A. Omarbakiyeva and G.R^oopke, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 39, 4369, (2006).
- 47 Yu.A. Omarbakiyeva, T.S. Ramazanov and G. Roepke, *J. Phys. A: Math. Theor.*, 42, 214045, (2009).