

**Бошкаев К.А.^{1,2,a}, Жами Б.А.^{1,b}, Калымова Ж.А.¹,
Бришева Ж.Н.¹, Таукенова А.С.¹ Аймуратов Е.К.^{1,2}**

¹НИИЭТФ, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

²Международный центр релятивистской астрофизической сети, г. Пескара, I-65122, Италия
e-mail: ^akuantay@mail.ru, ^bzhami.bakytzhan@gmail.com

БЕЛЫЕ КАРЛИКИ С УЧЕТОМ ЯДЕРНОГО СОСТАВА В ОТО

В этой работе статические холодные белые карлики исследуются с помощью уравнения состояния Салпитера в рамках общей теории относительности. Вычислены основные параметры белых карликов, такие как масса, радиус, центральная плотность и давление, решая уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкова с использованием уравнения состояния Салпитера. Кроме того, анализируются характеристики белых карликов из Sloan Digital Sky Survey Data Releases 4, 10 и 12. Гистограмма и Гауссовское распределение массы и радиуса построены для этих каталогов. Рассчитаны максимальные, минимальные и средние значения логарифма поверхностной гравитации, эффективной температуры, массы и радиуса. Теоретические соотношения масс-радиусов сравниваются с данными наблюдений. В итоге, было показано, что учет ядерного состава, порога нейтронизации, поправок Томаса-Ферми и кулоновских взаимодействий очень важен для описания некоторых белых карликов в каталогах Sloan Digital Sky Survey Data Releases 10 и 12.

Ключевые слова: белые карлики, уравнение состояния Салпитера, общая теория относительности, каталоги SDSS DR 4, 10 и 12.

Boshkayev K.A.^{1,2,a}, Zhami B.A.^{1,b}, Kalymova Zh.A.¹,
Brisheva Zh.N.¹, Taukenova A.S.¹, Aimuratov Y.K.¹

¹IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

²ICRANet, Piazza della Repubblica 10, Pescara, I-65122, Italy
e-mail: ^akuantay@mail.ru, ^bzhami.bakytzhan@gmail.com

White dwarf stars taking into account nuclear composition in general relativity

In this work static cold white dwarfs are investigated by means of the Salpeter equation of state within general theory of relativity. The main parameters of white dwarfs such as mass, radius, central density and pressure are calculated solving the Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation, employing the Salpeter equation of state. In addition, the white dwarf characteristics from the Sloan Digital Sky Survey Data Releases 4, 10 and 12 are analyzed. The histogram and the Gaussian distribution of mass and radius are constructed for the catalogues. The maximum, minimum and average values of the logarithm of the surface gravity, effective temperature, mass and radius are calculated. The theoretical mass-radius relations are compared with the observational data. Finally, it has been shown that taking into account nuclear composition, neutronization threshold, the Thomas-Fermi corrections and Coulomb interactions is very important to describe some white dwarfs in the catalogues of the Sloan Digital Sky Survey Data Releases 10 and 12.

Key words: white dwarfs, the Salpeter equation of state, general relativity, catalogs SDSS DR 4, 10 and 12.

Бошқаев К.А.^{1,2,a}, Жәми Б.А.^{1,b}, Қалымова Ж.А.¹,
Бришева Ж.Н.¹, Таукенова Ә.С.¹, Аймұратов Е.К.¹

¹ЭТФҒЗИ, Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы қ., Қазақстан

²Релятивистік астрофизикалық желінің халықаралық орталығы, Пескара қ., I-65122, Италия
e-mail: ^akuantay@mail.ru, ^bzhami.bakytzhan@gmail.com

Ядролық құрамын ескергендегі жалпы салыстырмалық теориясындағы ақ ергежейлі жұлдыздар

Бұл жұмыста статикалық суық ақ ергежейлі жұлдыздар Салпитер күй теңдеуінің көмегімен жалпы салыстырмалық теориясының шеңберінде зерттеледі. Масса, радиус, орталық тығыздық және қысым сияқты ақ ергежейлі жұлдыздардың негізі параметрлері Толмана-Оппенгеймер-Волков теңдеуін Салпитер күй теңдеуін қолданып шешу арқылы есептеледі. Сонымен қатар, Sloan Digital Sky Survey Data Releases 4, 10 және 12-дегі ақ ергежейлі жұлдыздардың сипаттамалары талданады. Әртүрлі каталогтар үшін массаның және радиустың гистограммасы және Гаусс таралуы тұрғызылды. Беттік гравитацияның логарифмі, эффективтік температура, масса және радиустың максимум, минимум және орташа мәндері есептелінді. Теориялық масса-радиус қатынастары бақылау деректерімен салыстырылды. Нәтижесінде, ядролық құрам, нейтрондалу табалдырығы, Томас-Ферми түзетулері және Кулон әсерлесуі Sloan Digital Sky Survey Data Releases 10 and 12-ші каталогтарындағы кейбір ақ ергежейлі жұлдыздарды сипаттау үшін өте маңызды екені көрсетіледі.

Түйін сөздер: ақ ергежейлі жұлдыздар, Салпитер күй теңдеуі, жалпы салыстырмалық теориясы, SDSS DR 4, 10 және 12 каталогтары.

Введение

Известно, что одной из актуальных задач современной астрофизики является построение реалистичной физической модели компактных объектов, таких как белые карлики и нейтронные звёзды и т.д., которые могут объяснить наблюдательные данные. Для этого все физические величины и явления должны быть учтены должным образом в уравнениях состояния и звёздной структуры в реалистичных моделях. Только в таких случаях можно получить согласование теоретических результатов с наблюдательными данными из слоановского цифрового небесного обзора.

В этой работе рассматриваются белые карлики с использованием уравнения состояния (УС) Салпитера [1-5] при нулевой температуре и с учётом ядерного состава вещества белого карлика. УС Салпитера учитывает поправки, такие как электростатические взаимодействия между электронами и ионами, обратный бета-распад, поправка Томаса-Ферми. То есть это более уточнённое уравнение состояния, чем УС Чандрасекара [1, 6, 7]. А также, в литературе есть и третье УС, называемое релятивистским УС Фейнмана-Метрополиса-Теллера (ФМТ), которое обобщает УС Чандрасекара и УС Салпитера (см. [1]). В данной работе, для наглядности, используются только УС Салпитера и УС Чандрасекара при конечных температурах. Рассмотрение белых карликов в общей теории

относительности с помощью УС Салпитера даёт возможность исследовать белые карлики из 10-го и 12-го выпусков каталога слоановского цифрового небесного обзора [8-11] (на англ. Sloan Digital Sky Survey Data Release 10, Data Release 12).

Структура статьи организована следующим образом: сначала анализируются наблюдательные данные белых карликов из выпусков 4, 10 и 12 слоановского цифрового небесного обзора (SDSS DR 4, DR 10, DR 12). Затем рассматривается уравнение состояния Салпитера при нулевой температуре, и теоретически вычисляются основные параметры белых карликов в общей теории относительности. Далее строятся соотношения масса-радиус, масса-центральная плотность, центральная плотность-радиус и приводится сравнение наблюдательных данных из слоановского цифрового небесного обзора с теоретическими расчетами.

Каталог белых карликов из слоановского цифрового небесного обзора

Первый полный каталог белых карликов из SDSS был основан на первом выпуске данных Data Release 1 (DR 1). С помощью анализа данных из четвёртого выпуска каталога Data Release 4 [12] примерно в два раза увеличилось число спектрально подтвержденных белых карликов. В каталоге белых карликов седьмой версии Data Release 7 (DR 7) общее количество

белых карликов выросло более чем в два раза по сравнению с каталогом на основе данных DR 4. Были также проанализированы все звёзды из предыдущих выпусков. Более 8000 новых спектрально подтверждённых белых карликов были указаны Кеплером [8] и др. при анализе десятого выпуска каталога SDSS Data Release 10.

Был также усовершенствован критерий выбора кандидатов по сравнению с предыдущими каталогами, внедрен автоматизированный алгоритм поиска для нахождения объектов, которые были пропущены по другим критериям отбора. Это также был первый каталог белых карликов на основе фитинга данных SDSS, звезд с водородной (DA) и гелиевой (DB) атмосферами, вкратце, белые карлики класса DA и DB. В этом разделе был проведён подробный анализ с SDSS Data Release 10 (DR 10).

Хотя SDSS увеличил количество спектроскопически подтверждённых белых карликов более чем на порядок до начала SDSS, каталоги SDSS далеки от полноты. Процедура выбора цели исходного SDSS (до DR8) подразумевала, что выбор белого карлика для спектроскопии был неполным. В этом разделе были проанализированы данные новых белых карликов из SDSS DR 4, SDSS DR 10 и SDSS DR 12, которые в общей сложности были получены фотометрическим путём, наблюдая одну треть небесной сферы. Данный каталог не содержит звезд, представленных в предыдущих каталогах, за исключением исправлений в классификации.

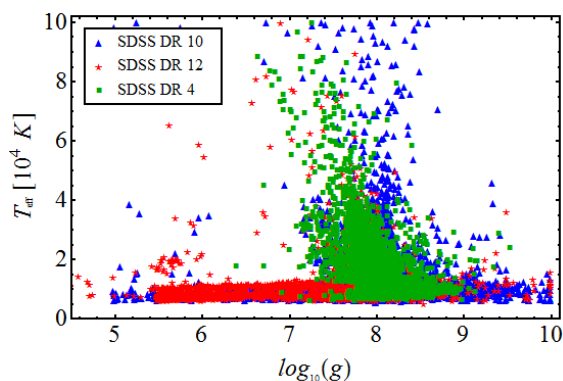


Рисунок 1 – Ускорение свободного падения на поверхности $lg(g)$ как функция эффективной температуры

На рисунке 1 приведены наблюдательные данные из SDSS DR 4, SDSS DR 10 и SDSS DR 12 белых карликов как соотношение ускорения свободного падения на поверхности звезды и её эффективной температуры. Здесь T_{eff} – эффек-

тивная поверхностная температура, полученная для всех белых карликов из SDSS DR 4 (зелёные кубики), SDSS DR 10 (синие треугольники), SDSS DR 12 (красные звёздочки). Отсюда видно, что преобладающая часть белых карликов имеет поверхностную температуру в пределах от 5000 K до 40000 K. В свою очередь десятичный логарифм поверхностного ускорения свободного падения находится в пределах от 5 до 10 cm/c^2 . Как показывают наблюдения, существуют и горячие белые карлики эффективная температура которых может превышать 100 000 K [13]. Как правило это молодые белые карлики.

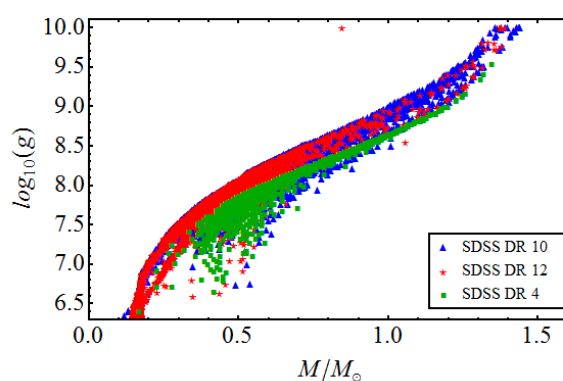


Рисунок 2 – Зависимость ускорения свободного падения от полной массы

На рисунке 2 показаны ускорение свободного падения и масса белых карликов в единицах массы Солнца. Из этого рисунка следует, что чем больше масса, тем больше ускорение свободного падения, и наоборот. Средняя масса белых карликов находится в пределах от 0.3 до 1.0 масс Солнца. Напомним, что масса на этом графике был вычислен на основе различных моделей уравнений состояний. Например таких как уравнение состояния Салпитера с учётом температуры и ядерного (химического) состава вещества.

На рисунке 3 показаны значения массы и радиуса белых карликов. Из наблюдений были вычислены эффективная температура и ускорение свободного падения. Для вычисления радиуса, также как и для массы, в основном используются различные модели с учётом эффектов конечной температуры и ядерного состава вещества белого карлика.

Максимальные, минимальные и средние наблюдаемые значения ускорения свободного падения и поверхностной температуры белых карликов приведены в таб. 1.

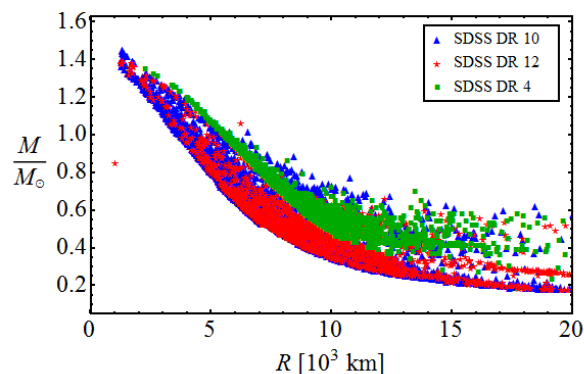


Рисунок 3 – Соотношение масса-радиус

Таблица 1 – Максимальные, минимальные и средние наблюдаемые значения ускорения свободного падения и поверхностной температуры белых карликов в выпусках данных SDSS.

| Каталог | $Log_{10}(g)$ | | | $T_{эфф}, K$ | | |
|---------|---------------|-------|------|--------------|----------|---------|
| | мин. | сред. | мак. | мин. | сред. | мак. |
| DR 4 | 6.4 | 8.03 | 9.53 | 5 910 | 18 683.8 | 125 360 |
| DR 10 | 4 | 8.05 | 10 | 5 327 | 13 312.1 | 100 000 |
| DR 12 | 4.44 | 6.82 | 9.99 | 4 870 | 10 220.8 | 99 999 |

Следует подчеркнуть, что в каталоге DR 4 приведены данные для 3071 белых карликов, в DR 10 – 6351 белых карликов и в DR 12 – 4935 белых карликов. В работе Кеплера [14] в каталоге DR 13 приблизительно 32000 белых карликов.

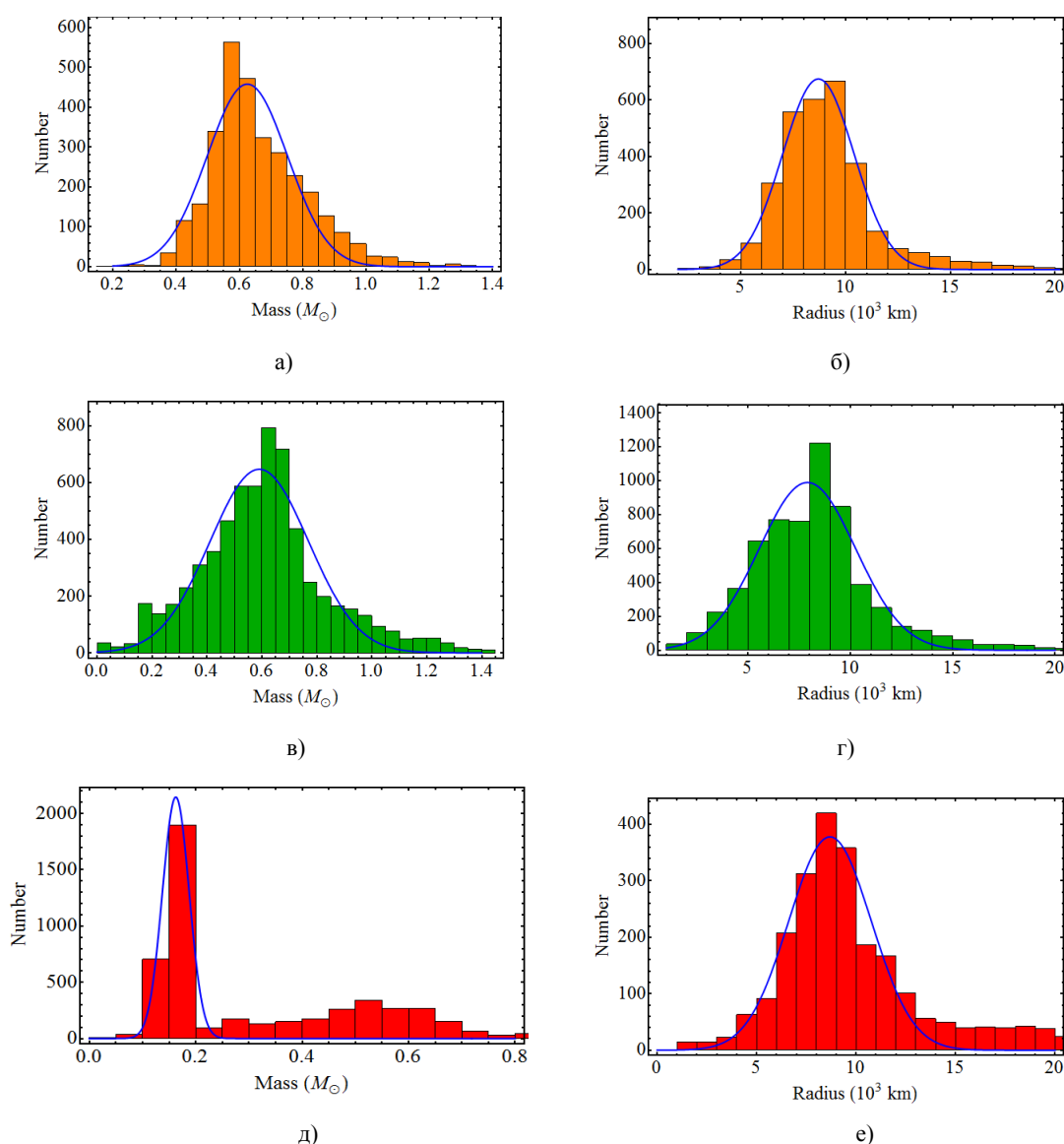
На рисунке 4 построены гистограммы распределения масс и радиусов в SDSS DR 4, SDSS DR 10 и SDSS DR 12. В SDSS DR 4 среднее

значение масс белых карликов около 0,6 масс Солнца; В SDSS DR 10 около 0,6 масс Солнца и в SDSS DR 12 около 0,2 масс Солнца. Наибольшее количество белых карликов имеет радиус в районе 5000-10000 км.

Максимальные, минимальные и средние значения вычисленных данных для массы и радиуса в работах Кеплера и др. [8-11] показаны в таблице 2.

Таблица 2 – Максимальные, минимальные и средние значения массы и радиуса БК в выпусках данных SDSS.

| Каталог | Масса (M_{\odot}) | | | Радиус (км) | | |
|---------|-----------------------|-------|------|-------------|----------|----------|
| | мин. | сред. | мак. | мин. | сред. | мак. |
| DR 4 | 0.170 | 0.657 | 1.35 | 2 294.28 | 9 219.84 | 35 653.7 |
| DR 10 | 0.041 | 0.605 | 1.44 | 1 340.94 | 9 384.91 | 262 361 |
| DR 12 | 0.042 | 0.329 | 1.39 | 1 061.56 | 34 259.2 | 286 249 |



а) масса SDSS DR 4, б) радиус SDSS DR 4, в) масса SDSS DR 10, г) радиус SDSS DR 10, д) масса SDSS DR 12, е) радиус SDSS DR 12

Рисунок 4 – Гистограмма для распределения масса и радиус белых карликов.

Уравнение статической равновесной звездной структуры в ОТО

Из сферически-симметричной метрики

$$ds^2 = e^{2\nu(r)} c^2 dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (1)$$

уравнения звездной структуры могут быть записаны в форме Толмана-Оппенгеймера-Волкова [15-21],

$$\frac{dv(r)}{dr} = \frac{GM(r)}{c^2 r^2} \times \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{M(r)c^2} \right) \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \right)^{-1}, \quad (2)$$

$$\frac{dP(r)}{dr} = -[\varepsilon(r) + P(r)] \frac{dv(r)}{dr}, \quad (3)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \frac{\varepsilon(r)}{c^2}, \quad (4)$$

где $e^{-2\lambda(r)} = 1 - 2GM(r)/(c^2 r)$, $M(r)$ – масса вещества внутри белого карлика радиусом r , $\nu(r)$ – безразмерный гравитационный потенциал внутри белого карлика, который связан с физическим потенциалом как $\Phi(r) = c^2 \nu(r)$, $\varepsilon(r) = c^2 p(r)$ – полная плотность энергии и $P(r)$ – полное давление, определяемые через уравнения (5) и (6).

Уравнение состояния Салпитера при нулевой температуре

В этом разделе рассматривается уравнение состояния Салпитера [3-5] для вещества белого карлика

$$\varepsilon_{Sal} = \varepsilon_{Ch}, \quad (5)$$

$$P_{Sal} = P_{Ch} + P_C + P_{TF}, \quad (6)$$

где $P_C + P_{TF}$ – вклад в давление за счёт кулоновского взаимодействия и поправки Томаса-Ферми, которые определяются как

$$P_C + P_{TF} = -m_e c^2 \left(\frac{m_e c}{\hbar} \right)^3 \times \left[\frac{\alpha Z^{2/3}}{10\pi^2} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{1/3} x_e^4 + \frac{162}{175} \frac{(\alpha Z^{2/3})^2}{9\pi^2} \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{2/3} \frac{x_e^5}{\sqrt{1+x_e^2}} \right], \quad (7)$$

где $\alpha \approx 1/137$ – постоянная тонкой структуры, m_e – масса электрона, c – скорость света, \hbar – постоянная Планка, Z – число протонов, x_e – безразмерный импульс Ферми электрона.

Уравнение состояния Салпитера позволяет учитывать кулоновское взаимодействие, поправку Томаса-Ферми и ядерный состав белого карлика. На рисунках 5-7 были построены соотношения масса-радиус, масса-центральная и центральная плотность-радиус для холодных белых карликов в общей теории относительности (уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкова). Графики были построены для разных ядерных составов ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, ${}^{56}\text{Fe}$ (для УС Салпитера) и $\mu = A/Z = 2$ (для УС Чандрасекара). Из рисунков видно, что чем тяжелее элемент, тем меньше верхний предел массы белых карликов.

Кроме этого, следует заметить, что в УС Салпитера был учтён эффект нейтронизации

(обратного бета-распада) для белого карлика с однородным ядерным составом. Данный эффект ставит ограничение на верхний предел центральной плотности и, следовательно, на массу белых карликов (см. таблицу 3).

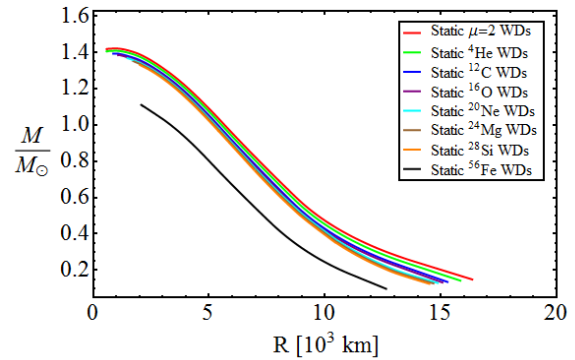


Рисунок 5 – Соотношение масса-радиус для холодных белых карликов (УС Салпитера)

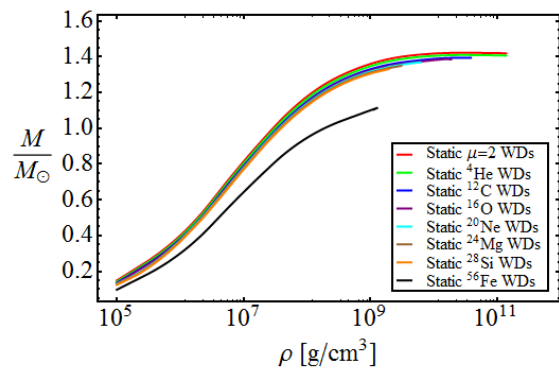


Рисунок 6 – Соотношение масса-центральная плотность для холодных белых карликов (для разных ядерных составов)

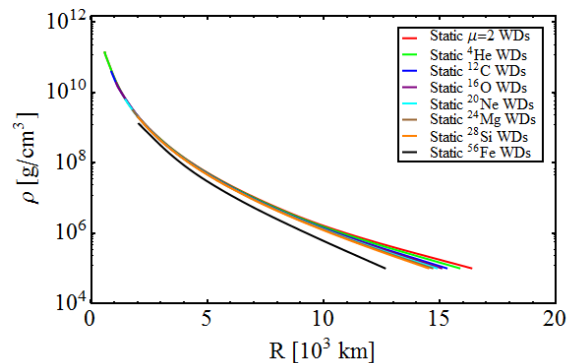


Рисунок 7 – Центральная плотность-радиус для холодных белых карликов (при разных ядерных составах)

Таблица 3 – Пороги нейтронизации

| Элемент | ${}^4_2\text{He}$ | ${}^{12}_6\text{C}$ | ${}^{16}_8\text{O}$ | ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ | ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ | ${}^{28}_{14}\text{Si}$ | ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ |
|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\rho_c, \text{г/см}^3$ | $1,37 \times 10^{11}$ | $3,90 \times 10^{10}$ | $1,90 \times 10^{10}$ | $6,21 \times 10^9$ | $3,16 \times 10^9$ | $1,97 \times 10^9$ | $1,14 \times 10^9$ |

В таблице 3 приведены пороги нейтронизации для различных ядер. Порог обратного бета распада для разных составов разный [7, 22].

На рисунке 8 построены соотношения массы и радиуса для статических белых карликов с помощью уравнения состояния Чандрасекара при разных температурах в общей теории относительности (уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкова); они были сопоставлены с данными (масса и радиус) из SDSS DR 4. Следует заметить, что значения температур, которые мы использовали, являются температурами изотермического ядра белого карлика [23-25]. Следовательно, учёт эффектов конечных температур почти полностью описывает данные из SDSS DR 4. Можно построить соотношения для массы и радиуса при конечных температурах для других УС, например для УС Фейнмана-Метрополиса-Теллера [1,25].

Но, в случае SDSS DR 10 и SDSS DR 12, как видно из рисунка 9, даже учёт конечных температур в УС Чандрасекара не может интерпретировать некоторые белые карлики. Из-за этого необходимо использовать уравнение состояния Салпитера, которое учитывает важные свойства вещества БК.

Из рисунков 10 и 11 видно, что рассмотрение белых карликов с помощью УС Салпитера может объяснить распределение некоторых БК. Отсюда следует, что учёт ядерного состава вещества белых карликов критически важен.

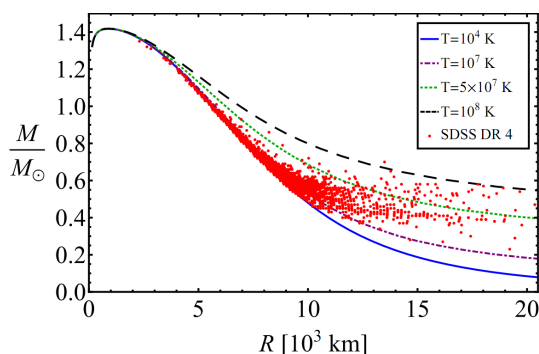


Рисунок 8 – Соотношение масса-радиус белых карликов при конечных температурах (УС Чандрасекара) и наблюдательные данные из SDSS DR 4 (красные точки)

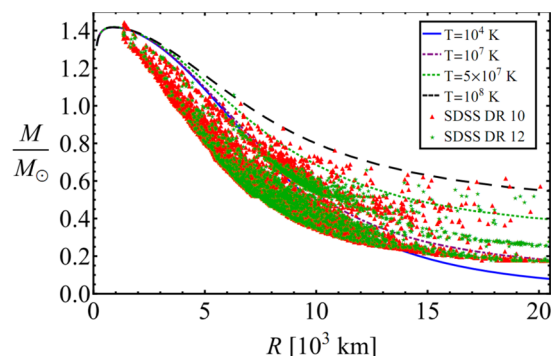


Рисунок 9 – Соотношение масса-радиус белых карликов при конечных температурах (УС Чандрасекара) и наблюдательные данные из SDSS DR 10 (красные треугольники) и SDSS DR 12 (зеленые звездочки)

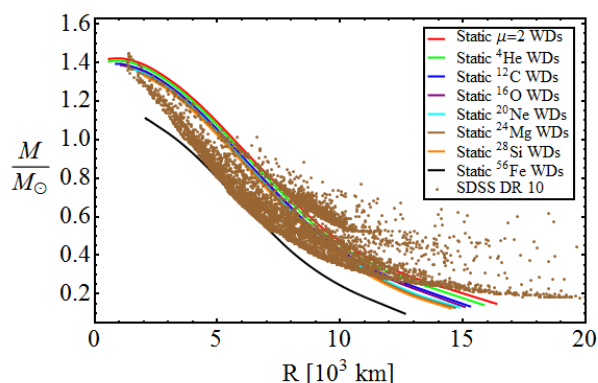


Рисунок 10 – Соотношение масса-радиус холодных белых карликов (УС Салпитера) и наблюдательные данные из SDSS DR 10 (коричневые точки)

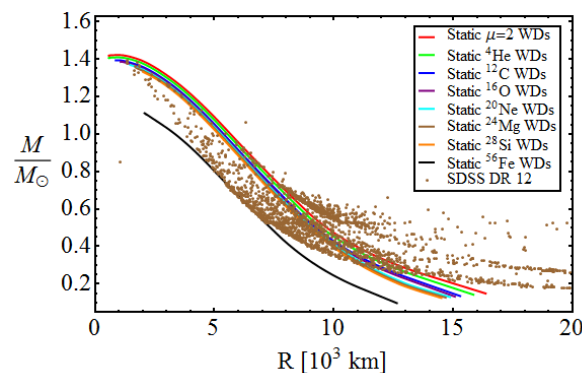


Рисунок 11 – Соотношение масса-радиус холодных белых карликов (УС Салпитера) и наблюдательные данные из SDSS DR 12 (коричневые точки)

Заклучение

Были проанализированы наблюдательные данные из каталогов SDSS DR 4, SDSS DR 10 и SDSS DR 12. Было показано, что для SDSS DR 10 и SDSS DR 12 недостаточно учитывать только эффекты конечных температур. Поэтому теоретически были вычислены основные параметры статических холодных белых карликов, используя уравнение состояния Салпитера в общей теории относительности.

Были построены соотношения масса-радиус, масса-центральная плотность, центральная плотность-радиус при разных ядерных составах в общей теории относительности. Показано, что рассмотрение белых карликов с помощью уравнение состояния Салпитера может объяснить распределение некоторых белых карликов из SDSS DR 10 и SDSS DR 12 на построенных графиках, которые невозможно интерпретировать с учётом только температуры как для случая SDSS DR 4. Было показано, что

наибольшее количество белых карликов имеет массу 0,6 солнечных масс в SDSS DR 4, SDSS DR 10, а также 0,2 солнечных масс в SDSS DR 12. Радиусы большинства белых карликов находятся в пределах от 5000 до 10 000 км. Максимальное значение поверхностной температуры 125360 К в SDSS DR 4, 100 000 К в SDSS DR 10 и 99999 К в SDSS DR 12. Минимальное значение эффективной температуры 5 910 К в SDSS DR 4, 5 327 К в SDSS DR 10, и 4 870 К в SDSS DR 12.

В результате всех расчётов и анализов было показано, что учёт ядерного состава, кулоновское взаимодействие, поправка Томаса-Ферми и пороги нейтронизации (рассмотрение с помощью уравнение состояния Салпитера) в общей теории относительности очень важны для объяснения наблюдаемых данных из каталогов SDSS DR 4, SDSS DR 10, SDSS DR 12.

Благодарность. Работа была выполнена при поддержке МОН РК.

Литература

- 1 Rotondo M., Rueda J. A., Ruffini R. and Xue S.-S. Relativistic Feynman-Metropolis-Teller theory for white dwarfs in general relativity // *Phys. Rev. D.* – 2011. – Vol. 84, Iss. 8. – P. 084007-(16p).
- 2 Boshkayev K., Rueda J. A., Ruffini R., Siutsou I. On General Relativistic Uniformly Rotating White Dwarfs // *The Astrophysical J.* – 2013. – Vol. 762. – Iss. 2., – P. 1-14.
- 3 Salpeter E.E., Energy and pressure of a zero-temperature plasma // *Astrophys. J.* –1961. – Vol. 134. – Num. 3. – P. 669-682.
- 4 Hamada T., Salpeter E. E. Models for zero-temperature stars // *Astrophys. J.* –1961. – Vol. 134., – P. 683-698.
- 5 Koester D. and Ghanmugam G. Physics of white dwarfs // *Reports on Progress in Physics.* – 1990. – Vol. 53 (7). – P. 837-915.
- 6 Chandrasekhar S., The maximum mass of ideal white dwarfs // *Astrophys. J.* –1931. – Vol. 74. – P. 81-82.
- 7 Shapiro S.L., Teukolsky S.A. Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects. – New York: John Wiley & Sons, 1983. – 645 p.
- 8 Kepler S.O., Pelisoli I., Koester D., Ourique G., Romero A.D., Reindl N., Kleinman S. J., Romero A.D., Nitta A., Eisenstein D.J., Costa J.E.S., Kulebi B., Jordan S., Dufour P., Giommi P. New white dwarf stars in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 10 // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 2015. – Vol. 446. – Iss. 4. – P.4078-4087.
- 9 <http://astro.if.ufrgs.br/keplerDR10.html>.
- 10 Kepler S.O., Pelisoli I., Koester D., Ourique G., Romero A.D., Reindl N., Kleinman S. J., Eisenstein D.J., Valois A.D.M., Amaral L. A. New white dwarf and subdwarf stars in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 12 // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 2016. – Vol. 455, Iss. 4. – P. 3413-3423.
- 11 <http://astro.if.ufrgs.br/keplerDR12.html>.
- 12 Tremblay P.-E., Bergeron P. and Gianninas A. An improved spectroscopic analysis of DA white dwarfs from the Sloan Digital Sky Survey Data Release 4 // *The Astrophysical Journal.* – 2011. – Vol. 730. – No. 2. – P. 1-28.
- 13 Kepler S.O., Romero A.D., Pelisoli I., Ourique G. White Dwarf Stars // *International Journal of Modern Physics: Conference Series.* – 2017. – Vol. 45. – P. 1760023 (23p.).
- 14 Kepler S.O., Koester D., Ourique G. A white dwarf with an oxygen atmosphere // *Science.* – 2016. – Vol. 352, – Iss. 6281. – P. 67-69.
- 15 Schutz B.F. A first course in general relativity. – Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 376 p.
- 16 Misner C. W., Thorne K.S. and Wheeler J.A. Gravitation. – San Francisco: W.H. Freeman and Co., 1973. –1215 p.
- 17 Tolman R.C. Static solutions of Einstein's field equations for spheres of fluid // *Phys. Rev.* – 1939. – Vol. 55 (4). – P. 364-373.
- 18 Oppenheimer J.R. and Volkoff G. M. On massive neutron cores // *Phys. Rev.* – 1939. – Vol. 55 (4). – P. 374-381.
- 19 Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Теория тяготения и эволюция звезд. – М.: Наука, 1971. – 484 с.
- 20 Зельдович Я.Б., Блинников С.И., Шакура Н.И. Физические основы строения и эволюции звезд. – М.: Издательство МГУ, 1981. – 160 с.

- 21 Бошкаев К.А., Жами Б.А., Калымова Ж.А., Балгимбеков Г.Ш., Таукенова А.С., Бришева Ж.Н., Койшыбаев Н. Теоретическое определение основных параметров белых карликов // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. – 2016. – Т. 3 (307). – С. 49-60.
- 22 Boshkayev K., Quevedo H. and Zhami B. I-Love-Q relations for white dwarf stars // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2017. – Vol. 464, Iss. 4. – P. 4349-4359.
- 23 Boshkayev K., Rueda J.A., Zhami B., Kalymova Zh., Balgymbekov G., International Journal of Modern Physics: Conference Series. – 2016. – Vol. 42. – P. 1660129 (7).
- 24 Бошкаев К.А., Жами Б.А., Калымова Ж.А., Бришева Ж.Н. Статические белые карлики с учетом эффектов конечных температур и общей теории относительности // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. – 2017. – Т.6 (316). – С. 27-38.
- 25 De Carvalho S.M., Rotondo M., Rueda J.A., and Ruffini R. Relativistic Feynman-Metropolis-Teller treatment at finite temperatures // Phys. Rev. C. – 2014. – Vol.89. – P.015801 (10).

References

- 1 M. Rotondo, J.A. Rueda, R. Ruffini, and S.-S. Xue, Phys. Rev. D 84 (8), 084007 (2011).
- 2 K. Boshkayev, J.A. Rueda, R. Ruffini, and I. Siutsou, The Astrophysical Journal, 762 (2), 117 (2013).
- 3 E.E. Salpeter, Astrophys. J. 134 (3), 669 (1961).
- 4 T. Hamada and E. E. Salpeter, Astrophys. J. 134, 683 (1961).
- 5 D. Koester and G. Ghanmugam, Reports on Progress in Physics 53 (7), 837 (1990).
- 6 S. Chandrasekhar, Astrophys. J. 74, 81 (1931).
- 7 S.L. Shapiro and S.A. Teukolsky, Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects (John Wiley & Sons, New York, 1983).
- 8 S.O. Kepler, I. Pelisoli, D. Koester, G. Ourique, A.D. Romero, N. Reindl, S.J. Kleinman, A.D. Romero, A. Nitta, D.J. Eisenstein, J.E.S. Costa, B. Kulebi, S. Jordan, P. Dufour and P. Giommi, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 446 (4), 4078 (2015).
- 9 <http://astro.if.ufrgs.br/keplerDR10.html>.
- 10 S.O. Kepler, I. Pelisoli, D. Koester, G. Ourique, A.D. Romero, N. Reindl, S.J. Kleinman, D.J. Eisenstein, A.D.M. Valois and L. A. Amaral, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 455 (4), 3413 (2016).
- 11 <http://astro.if.ufrgs.br/keplerDR12.html>.
- 12 P.-E. Tremblay, P. Bergeron, and A. Gianninas, The Astrophysical Journal, 730 (2), 128 (2011).
- 13 S.O. Kepler, A.D. Romero, I. Pelisoli, and G. Ourique, Inter. J of Modern Physics: Conf. Series, 45, 1760023 (2017).
- 14 S.O. Kepler, D. Koester, G. Ourique, Science, 352(6281), 67 (2016).
- 15 B.F. Schutz, A first course in general relativity (Cambridge University Press, Cambridge, 1985).
- 16 C. W. Misner, K.S. Thorne and J.A Wheeler, Gravitation, (W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1973).
- 17 R. C. Tolman, Phys. Rev. 55(4), 364 (1939).
- 18 J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff, Phys. Rev. 55(4), 374 (1939).
- 19 Ya. B. Zel'dovich, I.D. Novikov, Teoriya tyagoteniya i evoliutsii zvezd (Nauka, Moskva, 1971). (in Russ).
- 20 Ya. B. Zel'dovich, S.I. Blinnikov, N.I. Shakura, Fizicheskie osnovy stroeniya I evoliutsii zvezd, (Izdatel'stvo MGU, Moskva, 1981). (in Russ).
- 21 K.A. Boshkayev, B.A. Zhami, Zh.A. Kalymova, G.Sh. Balgimbekov, A.S. Taukenova, Zh. N. Brisheva and N. Koyshybaev, News of NAS RK, phys.-math. series, 3 (307), 49 (2016). (in Russ).
- 22 K. Boshkayev, H. Quevedo and B. Zhami, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 464 (4), 4349 (2017).
- 23 K. Boshkayev, J.A. Rueda, B. Zhami, Zh. Kalymova, and G. Balgymbekov, Intern. J of Modern Physics: Conf. Series 42, 1660129 (2016).
- 24 K.A. Boshkayev, B.A. Zhami, Zh.A. Kalymova, and Zh. N. Brisheva, News of NAS RK, phys.-math. series, 6 (316), 27 (2017). (in Russ).
- 25 S. M. de Carvalho, M. Rotondo, J.A. Rueda, and R. Ruffini, Phys. Rev. C., 89, 015801 (2014).