

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

РАССЕЯНИЕ $\alpha + {}^6\text{Li}$ В РАМКАХ ТРЕХЧАСТИЧНОЙ МОДЕЛИ

Р.С. Кабатаева, В.И. Кукулин*, О.А. Рубцова*, М.А. Жусупов

Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики

Казахского национального университета им. аль-Фараби, г. Алматы

**Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына*

Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Россия

В настоящей работе рассматривается рассеяние α -частиц на слабосвязанном кластерном ядре ${}^6\text{Li}$ в рамках трехкластерной $\alpha+(\alpha+d)$ модели. α - d состояния континуума проецируются на конечный базис стационарных волновых пакетов, что позволяет свести полную задачу трех тел к задаче на связанные каналы. Приводятся результаты расчетов дифференциальных сечений упругого α - ${}^6\text{Li}$ -рассеяния в рамках трехчастичной модели и сравнение с результатами других авторов.

1. Введение

Задача о низкоэнергетическом рассеянии α -частиц на слабосвязанных изотопах лития, ${}^6\text{Li}$ и ${}^7\text{Li}$, имеет большое как фундаментальное, так и прикладное значение.

С фундаментальной стороны, рассеяние в системе $\alpha+{}^6\text{Li}$ интересно, прежде всего, благодаря аномально малой энергии связи ${}^6\text{Li}$ по каналу $\alpha+d$ ($\epsilon_0 = 1.47$ МэВ), то есть близостью к порогу развала. Это означает относительную легкость возбуждения ${}^6\text{Li}$ в состояния α - d континуума в процессе взаимодействия с налетающей α -частицей. В свою очередь, такое возбуждение α - d континуума ведет к большому вкладу промежуточных трехкластерных $\alpha+\alpha+d$ состояний в процессе рассеяния при небольших энергиях. А трехкластерные конфигурации фактически являются ни чем иным, как возбужденными состояниями ядра ${}^{10}\text{B}$. Поэтому можно предсказать сильные переходы (например, радиационные) состояний α - ${}^6\text{Li}$ континуума в основное состояние ${}^{10}\text{B}$.

С другой стороны такой процесс взаимодействия частицы со слабосвязанным ядром является типичным для взаимодействия нестабильных (радиоактивных) ядер, типа ${}^9,{}^{11}\text{Li}$, ${}^{10,12}\text{Be}$ и т.д. со стабильной мишенью. Поэтому можно думать, что характерные черты таких взаимодействий стабильной частицы с нестабильным (слабосвязанным) ядром можно лучше понять, изучая взаимодействие с хорошо исследованным кластерным ядром, таким как ${}^6\text{Li}$, имеющим аномально малую энергию связи.

С прикладной стороны, ядерные реакции нуклонов и α -частиц с ядром ${}^6\text{Li}$ важны для лучшего понимания эволюции элементов в Большом Взрыве и при вспышках сверхновых. Это тесно связано со старой проблемой большого избытка изотопов ${}^6\text{Li}$ во Вселенной, наблюдаемого в «железных» звездах, по сравнению с тем, что предсказывают стандартные астрофизические модели. Ясно, что для надежных оценок распространенности изотопа ${}^6\text{Li}$ необходимо знать как можно точнее вероятность как его синтеза, так и его дезинтеграции в различных ядерных реакциях. И канал $\alpha+{}^6\text{Li}$ тут является одним из самых главных.

В данной работе мы исследовали роль промежуточных состояний α - d -континуума ядра мишени ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha+d$ в процессе взаимодействия α -частиц с ядром ${}^6\text{Li}$. Простые общезначимые соображения показывают, что эти α - d состояния должны давать наибольший вклад в сечения упругого и неупругого рассеяния $\alpha+{}^6\text{Li}$, а также в сечение радиационного захвата $\alpha+{}^6\text{Li} \rightarrow {}^{10}\text{B}+\gamma$.

Поскольку полное решение задачи рассеяния в системе $\alpha+\alpha+d$ является чересчур громоздким и трудоемким из-за больших кулоновских эффектов, мы выполнили пакетную редукцию [1] этой задачи. Пакетная редукция означает в нашем случае, что мы спроектировали

состояния трехчастичного континуума на дискретный базис волновых пакетов и вместо решения полного трехчастичного уравнения Шредингера перешли к задаче на связанные каналы.

Итак, рассматривается трехчастичная задача рассеяния ${}^6\text{Li}+\alpha$ в рамках метода пакетной дискретизации континуума (МПДК), развитого авторами в [1], где детально излагается постановка трехчастичной задачи рассеяния на основе техники волновых пакетов, а также приводятся конкретные примеры расчетов парциальных фазовых сдвигов и дифференциальных сечений трехчастичного упругого рассеяния, а также дается сравнение с результатами других методов в квантовой теории рассеяния (например, метод связанных каналов дискретизованного континуума (CDCC-метод), вариационный метод, метод конечных элементов и др.). Было найдено [1], что согласие расчетов на основе пакетного подхода с другими методами весьма хорошее, что обосновывает наш выбор этого метода для рассмотрения задачи $\alpha+{}^6\text{Li}$ -рассеяния. МПДК в отличие, например, от модели свертки, позволяет учесть возбуждения в континуум составного ядра-снаряда. В отличие от известного CDCC-метода дискретизации континуума в МПДК выполняется дискретизация непрерывных спектров не только по координате относительного движения частиц, составляющих снаряд, но и по координате относительного движения свободной частицы-мишени и центра масс составной частицы-снаряда. Таким образом, возбуждения частиц учитываются с помощью дискретизации спектров гамильтонианов всего рассматриваемого трехчастичного континуума. Отметим, что трехчастичные волновые пакеты, в отличие от точных волновых функций для непрерывного спектра, являются квадратично-интегрируемыми функциями, то есть принадлежат гильбертову пространству для системы трех тел. Дискретизация трехчастичного континуума с помощью волновых пакетов и особые свойства трехчастичных волновых пакетов [1, 2] позволяют свести сложные интегральные уравнения, описывающие рассеяние в системе трех частиц, к чисто алгебраическим, из-за того, что трехчастичные резольвенты каналов в пакетном подходе получаются в явном конечномерном диагональном представлении.

2. Формулировка модели

Рассмотрим $\alpha+{}^6\text{Li}$ - рассеяние в рамках МПДК как рассеяние составной частицы ${}^6\text{Li}\{\alpha d\}$ (снаряд) на бесструктурной α -частице (мишень). Выбор снаряда как подсистемы $\{\alpha d\}$ обосновывается доминирующей кластерной αd -структурой ядра ${}^6\text{Li}$. В подсистеме $\{\alpha d\}$ есть одно s -волновое состояние с энергией $\varepsilon_0 = -1.47$ МэВ. В расчетах используется значение кинематического параметра $\hbar^2/m = 41.47$ МэВ \cdot Фм $^{-2}$, где m – масса нуклона.

2.1. Координаты Якоби

Введем координаты Якоби для трехкластерной $\alpha+\alpha+d$ -системы в рассматриваемом $\alpha+{}^6\text{Li}$ канале. Определим T -набор координат Якоби $\{\vec{\xi}, \vec{\eta}\}$: $\vec{\xi} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3$ – координата относительного движения кластеров α и d в ядре ${}^6\text{Li}$; $\vec{\eta} = \vec{r}_1 - \frac{1}{6}(4\vec{r}_2 + 2\vec{r}_3)$ – координата относительного движения центра масс пары $\alpha+d$ и свободной α -частицы, где \vec{r}_i – радиус-векторы частиц.

Определим также V -набор $\{\vec{x}, \vec{y}\}$: \vec{x} – координата относительного движения двух α -частиц, \vec{y} – координата относительного движения мишенной α -частицы и дейтрона. Связь между T - и V -наборами координат осуществляется соотношениями: $\vec{x} = \vec{\eta} + \frac{1}{3}\vec{\xi}$, $\vec{y} = \frac{3}{2}\vec{\eta} + \frac{3}{2}\vec{\xi}$.

При необходимости можно привести и обратный переход для координат Якоби.

Ядерное взаимодействие кластеров α и d в ядре ${}^6\text{Li}$ хорошо описывается гауссовым потенциалом [3,4]:

$$V_{\alpha d}(\xi) = -V_0 \exp(-\gamma \xi^2),$$

где $V_0 = 75.8469155$ МэВ, $\gamma = 0.2$ Фм⁻². В точности тот же потенциал выбирается для взаимодействия между налетающей α -частицей и дейтронным кластером из ⁶Li. Ядерное взаимодействие между двумя α -частицами также берется в гауссовом виде (потенциал Бака):

$$V_{\alpha\alpha}(x) = -U_0 \exp(-\beta x^2),$$

где $U_0 = 129$ МэВ, $\beta = 0.225$ Фм⁻² [5].

Напомним, что орбитальный момент α - d связанного состояния в ⁶Li $l=0$, следовательно, полный орбитальный момент трехчастичной системы определяется орбитальным моментом относительного движения свободной α -частицы и относительным орбитальным моментом пары α - d . Хотя высшие орбитальные моменты в подсистеме α - d должны играть определенную роль, основной вклад по-видимому будет определяться $l=0$ состоянием α - d континуума (это отвечает «колебательным» состояниям в α - d системе). Поэтому мы в данной работе будем учитывать эти доминирующие $l=0$ состояния α - d континуума. Вклад состояний с $l > 0$ должен быть исследован отдельно.

2.2. Построение базиса волновых пакетов

Как показано в работе [1], вместо точных волновых пакетов $|Z_i^l\rangle$ для дискретизации α - d континуума можно использовать волновые функции псевдосостояний $|\tilde{Z}_i^l\rangle$, которые можно получить в результате диагонализации матрицы двухчастичного гамильтониана $h_1^{\alpha d}(\xi)$ с использованием L_2 -базиса гауссова типа:

$$\Psi_k(\xi) = e^{-\alpha_k \xi^2}, \text{ где } k = 1, \dots, K,$$

здесь α_k – масштабный параметр, определяемый на основе обобщенного распределения Чебышева

$$\alpha_k = \alpha_0 \left[\operatorname{tg} \left(\frac{2k-1}{4K} \pi \right) \right]^t,$$

где α_0 – общий масштабный параметр базиса, K – размерность базиса, t – параметр «разреженности» нелинейных параметров базиса α_k . Можно показать, что при $K \rightarrow \infty$ такой базис является полным.

При этом нужно учесть, что все три частицы в нашем случае заряжены, и поэтому учет дальнедействующего кулоновского потенциала при построении трехчастичных волновых пакетов очень важен.

В результате диагонализации двухчастичного гамильтониана связанного состояния $h_1^{\alpha d}(\xi)$ в указанном выше гауссовом базисе получаем дискретный набор волновых функций псевдосостояний:

$$|\tilde{Z}_i^l\rangle = \sum_{k=1}^K D_k^i |\Psi_{kl}\rangle.$$

Следующим шагом является построение потенциалов связи каналов:

$$V_{i i'}(\eta) = \langle \tilde{Z}_i^l | V_{\alpha\alpha}(x) + V_{\alpha d}(y) | \tilde{Z}_{i'}^l \rangle, \quad i, i' = \overline{1, K}.$$

Случай $i = i' = 0$ отвечает взаимодействию α -частицы с ${}^6\text{Li}$ в основном состоянии, что отвечает модели свертки, остальные каналы отвечают возбуждению составной мишени в континуум. Потенциалы связи каналов имеют в аналитическом представлении следующий вид:

$$V_{i i'}(\eta) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sum_{i i'} D^i D^{i'} \left\{ \frac{V_0}{a_1^{3/2}} e^{-q_1 \eta^2} + \frac{U_0}{b_1^{3/2}} e^{-p_1 \eta^2} \right\},$$

где $a_1 \equiv f + \frac{9}{4}\gamma$, $f \equiv (\alpha_k^i + \alpha_k^{i'})$, $q_1 \equiv a_3 - \frac{a_2^2}{4a_1}$, $a_2 \equiv \frac{9}{2}\gamma$, $a_3 \equiv \frac{9}{4}\gamma$, $b_1 \equiv f + \frac{1}{9}\beta$, $p_1 \equiv \beta - \frac{b_2^2}{4b_1}$, $b_2 \equiv \frac{2}{3}\beta$.

Для свободных волновых пакетов использовались их приближенные выражения через точные функции свободного движения на соответствующем j -м энергетическом интервале:

$$X_j^L(\eta) \approx \sqrt{\frac{\Delta m}{\hbar^2}} \frac{J_{L+1/2}(K_j \eta)}{\sqrt{\eta}}, \quad K_j = \sqrt{\frac{2m\varepsilon_j^*}{\hbar^2}}, \quad j = 1, \dots, N,$$

где $J_{L+1/2}(\zeta)$ – сферическая функция Бесселя, $\Delta = E_{\max} / N$ – ширина энергетических полос эквидистантного разбиения спектра, ε_j^* – средние точки интервалов разбиения.

Таким образом, заполняется матрица потенциала внешнего взаимодействия в трехчастичном базисе свободных волновых пакетов. После этого вычисляются элементы матрицы канальной трехчастичной резольвенты. И наконец, решаются интегральные уравнения Липпмана–Швингера уже в виде линейных чисто матричных уравнений.

Для дальнейшего упрощения можно использовать проекционный формализм Фешбаха [1]. При этом полученные потенциалы связи каналов и свободные волновые пакеты $|X_j^L(\eta)\rangle$ используются для построения эффективного потенциала взаимодействия, зависящего от энергии, для α -частиц с ${}^6\text{Li}$ как целым:

$$V_{i j, i' j'}(E) = \langle X_j^L(\eta) | V_{i i'}(\eta) | X_{j'}^L(\eta) \rangle.$$

Таким путем задача трехчастичного рассеяния сводится к эффективной двухчастичной задаче с эффективным потенциалом взаимодействия, включающим в себя все внутренние возбуждения падающей частицы.

3. Результаты численных расчетов

В численных расчетах принимались следующие значения параметров: размерность базиса $K = 15$, $t = 2$. Параметр α_0 выбирался так, чтобы наилучшим образом описать энергию $\alpha-d$ связанного состояния с $l = 0$ ($J = 1$). Размерность внешнего базиса свободных волновых пакетов выбиралась равной $N = 70$. Максимальный угловой момент по координате $\alpha-{}^6\text{Li}$ относительного движения выбирался $L = 20$. Максимальное значение энергии $E_{\max} = 200$ МэВ.

На рисунке представлены рассчитанные нами дифференциальные сечения рассеяния для трех различных энергий (а)-(в).

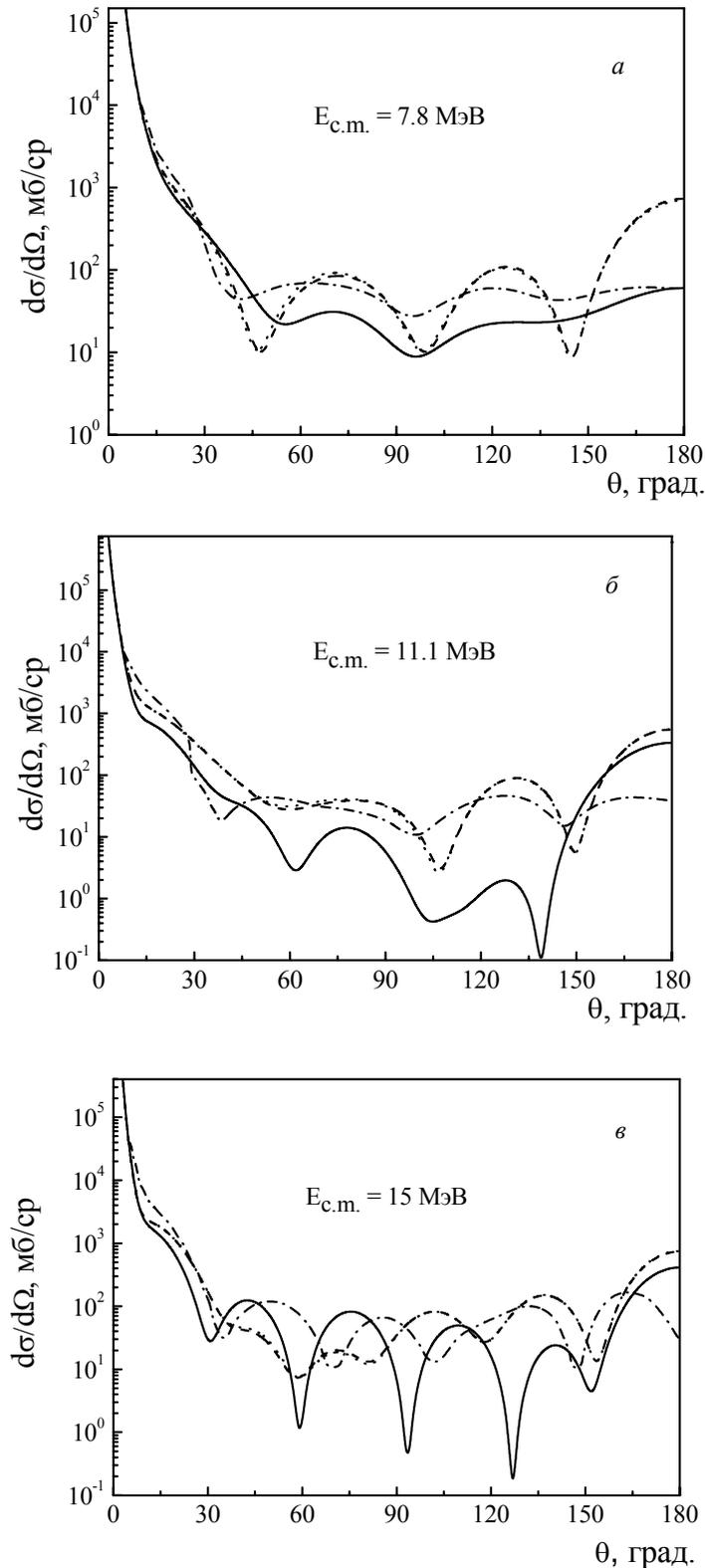


Рис. Дифференциальные сечения упругого α ${}^6\text{Li}$ -рассеяния для трех различных энергий: пунктирная кривая – с потенциалом связи, учитывающим только связанное состояние ${}^6\text{Li}$, точечная – с потенциалом свертки, сплошная – с потенциалом, учитывающим все каналы возбуждения ${}^6\text{Li}$ в α - d континуум, штрих-пунктирная – с потенциалом инверсии [6]

В работе [6] дифференциальные сечения рассеяния $\alpha + {}^6\text{Li}$ находились для модели потенциала, полученного из решения обратной задачи рассеяния на основе эмпирических данных рассеяния. В работе [3] волновые функции ядра ${}^6\text{Li}$ в $\alpha - d$ модели находились с помощью вариационного метода, затем эти функции были использованы для построения потенциала свертки, отвечающего рассеянию α -частиц на ядре ${}^6\text{Li}$, рассматриваемом как целое, то есть без учета его внутреннего возбуждения в состоянии $\alpha - d$ континуума.

4. Заключение

Мы рассмотрели роль состояний промежуточного $\alpha - d$ континуума с $l = 0$ в упругом рассеянии α -частиц на слабосвязанных ядрах ${}^6\text{Li}$. Для расчетов в рамках $\alpha + \alpha + d$ модели был использован метод стационарных волновых пакетов и пакетная редукция трехчастичных уравнений рассеяния в трехкластерной системе $\alpha + (\alpha + d)$. Мы нашли, что учет состояний промежуточного континуума заметно сглаживает резкие осцилляции дифференциального сечения рассеяния, характерные для потенциала модели свертки и делает полученное сечение ближе к эмпирическим сечениям рассеяния, найденным на основе потенциалов из решения обратной задачи, то есть можно сказать, что учет промежуточного континуума существенно приближает решение трехкластерной модельной задачи к точному решению задачи рассеяния (извлеченному непосредственно из экспериментальных данных).

Литература

1. В. И. Кукулин, В. Н. Померанцев, О. А. Рубцова // ТМФ 150, 473. 2007.
2. О. А. Рубцова, В. И. Кукулин // ЯФ 70, 2077. 2007.
3. С. Б. Дубовиченко // ЯФ 73, 1573. 2010.
4. В. Buck, R. A. Baldock and J. A. Rubio // J. Phys. G: Nucl. Phys. 11. 1985. - P. 11-16.
5. В. Buck, H. Friedrich and C. Wheatley // Nucl. Phys. A 275. 246. - 1975.
6. R. S. Mackintosh, S. G. Cooper, V. I. Kukulin // Nucl. Phys. A 645. 399. 1999.

ҮШ БӨЛШЕКТІК МОДЕЛІ ШЕҢБЕРІНДЕГІ $\alpha + {}^6\text{Li}$ ШАШЫРАУЫ

Р.С. Қабатаева, В.И. Кукулин, О.А. Рубцова, М.А. Жусупов

Бұл жұмыста үш кластерлік $\alpha + (\alpha + d)$ моделі шеңберінде ${}^6\text{Li}$ әлсіз байланысқан кластерлік ядросында α -бөлшектердің шашырауы қарастырылды. Континуумның $\alpha - d$ күйлері стационарлық толқындық пакеттердің шекті базисіне беріледі, бұл жағдай толық үш дене мәселесін байланысқан каналдар мәселесіне алып келеді. Үш бөлшектік моделі шеңберінде $\alpha + {}^6\text{Li}$ серпінді шашырауының дифференциалдық қималарының есептеу нәтижелері және басқа авторлардың нәтижелерімен салыстырулары келтірілген.

$\alpha + {}^6\text{Li}$ SCATTERING IN THE FRAMEWORK OF THREE PARTICLE MODEL

R.S. Kabatayeva, V.I. Kukulin, O.A. Rubtsova, M.A. Zhusupov

There is a consideration of α -particles scattering from weakly bound cluster nucleus ${}^6\text{Li}$ in the framework of three cluster $\alpha + (\alpha + d)$ model in the present work. Continuum $\alpha - d$ states are projected on the finite basis of stationary wave packets what allows to lead the total problem of three bodies to a problem of bound channels. There are represented the results of $\alpha + {}^6\text{Li}$ -scattering differential cross sections calculations in the framework of three particle model and comparison with other authors.