

БИНАРНАЯ $\{\alpha t\}$ -КОМПОНЕНТА В $\{(dn)\alpha\}$ - И $\{(\alpha d)n\}$ -МОДЕЛЯХ ЯДРА ${}^7\text{Li}$

Н.В. Афанасьева, Н.А. Буркова, К.А. Жаксыбекова, А.А. Уразалин
 Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, Алматы

В рамках трехтельной αdn -модели ядра ${}^7\text{Li}$ построены волновые функции относительного движения и рассчитаны спектроскопические S_t -факторы отделения тритонов в канале $\alpha + t$ с использованием различных моделей волновой функции ядра ${}^7\text{Li}\{\alpha dn\}$.

Цель настоящей работы – построить волновые функции (ВФ) относительного αt -движения, рассчитать соответствующие спектроскопические S_t -факторы отделения тритонов из ядра ${}^7\text{Li}$ и, как следствие, определить вес бинарной конфигурации в трехчастичной $\{\alpha dn\}$ -функции ядра ${}^7\text{Li}$.

Набор относительных координат Якоби для αdn -системы представлен на рис. 1.

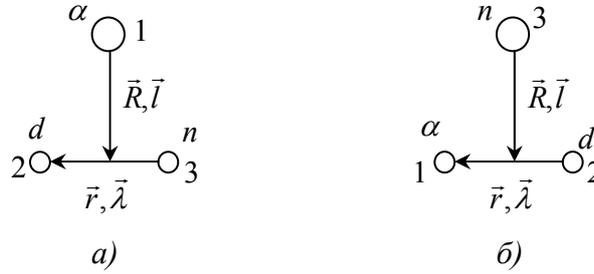


Рис. 1. Относительные координаты Якоби для αdn -системы:
 а – $\{(dn)\alpha\}$ -конфигурация; б – $\{(\alpha d)n\}$ -конфигурация

Трехчастичную радиальную $\{\alpha dn\}$ -функцию ядра ${}^7\text{Li}$ для данного выбора координат (рис. 1(а, б)) формально можно записать в виде:

$$\Phi_{l,\lambda}(\vec{r}, \vec{R}) = r^\lambda R^l \sum_i C_i e^{-\alpha_i \vec{r}^2} e^{-\beta_i \vec{R}^2} Y_{\lambda\mu}(\Omega_r) Y_{lm}(\Omega_R). \quad (1)$$

В данной работе используются три модели трехчастичной $\{\alpha dn\}$ -функции ядра ${}^7\text{Li}$ (1). Далее опишем их более подробно. Первая, $\{(dn)\alpha\}$ -модель, характеризуется тем, что здесь скоррелирован dn -кластер (рис. 1(а)), а в качестве парных межкластерных потенциалов выбирались взаимодействия гауссовой формы с отталкивающим кором, позволяющие правильно передавать соответствующие фазы упругого рассеяния [1]. Соответствующие парные межкластерные потенциалы для данной модели представлены на рис. 2. В дальнейшем будем ссылаться на данную модель как на модель I.

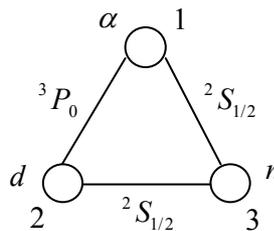


Рис. 2. Парные межкластерные потенциалы для модели I

Для модели I в данной работе будем использовать два варианта набора параметров C_i , α_i , β_i и в дальнейшем будем ссылаться на эти варианты модели $\{(dn)\alpha\}$ как на I(1) и I(2).

Вторая и третья модели трехтельной ВФ ядра ${}^7\text{Li}$ описывают $\{(\alpha d)n\}$ -конфигурацию данного ядра. В этом случае и для второй, и для третьей модели скоррелированным уже является αd -кластер (рис. 1(б)), но отличие данных моделей состоит в том, что для бинарных потенциалов $V_{\alpha d}$ -взаимодействия в плече $\{\alpha d\}$ используется в первом случае отталкивающий потенциал (потенциал с кором), а во втором случае – глубокий притягивающий потенциал с запрещенными состояниями [1]. Соответствующие межкластерные потенциалы для данных моделей представлены на рис. 3. В дальнейшем будем ссылаться на данные модели как на модели II и III соответственно.

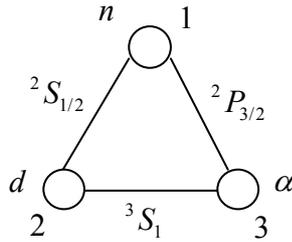


Рис. 3. Парные межкластерные потенциалы для модели II и III

Для модели II в данной работе будем использовать три варианта набора параметров C_i , α_i , β_i , а для модели III – два варианта, и в дальнейших рассуждениях будем ссылаться на них как на II(1)-II(3) и III(1)-III(2).

Следует отметить, что вариация параметров межкластерных потенциалов приводит к вариации как энергии связи, так и среднеквадратичного радиуса.

Для построения радиальных ВФ относительного αt -движения необходимо спроектировать трехтельные $\{\alpha dn\}$ -функции на бинарный αt -канал, т.е., по сути, вычислить интеграл перекрытия $\langle \Psi_{\alpha t} | \Psi_{\alpha dn} \rangle$. Далее приводятся детали процедуры проектирования на αt -канал для модели II (III).

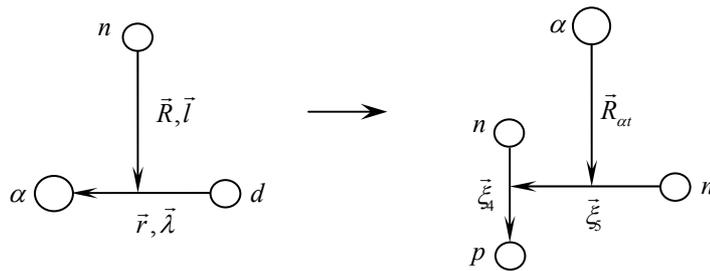


Рис. 4 – Схема координатных преобразований при переходе от системы $\{(\alpha d)n\}$ к $\{\alpha t\}$

Для начала требуется провести координатные преобразования согласно схеме, представленной на рис. 4. Диаграмме 4 соответствует следующее аналитическое преобразование координат:

$$\vec{r} = \vec{R}_{\alpha t} - \frac{1}{3} \vec{\xi}_5, \quad \vec{R} = \frac{2}{3} \vec{R}_{\alpha t} + \frac{7}{9} \vec{\xi}_5, \quad (2)$$

где $\bar{\xi}_4, \bar{\xi}_5$ – относительные координаты трития, $\bar{R}_{\alpha t}$ – координата относительного движения α и t кластеров, \bar{r} – координата относительного движения α и d кластеров, \bar{R} – координата относительного движения частиц α, d и n .

Далее запишем волновые функции ядер. Функция ядра ${}^7\text{Li}$ в $\{(ad)n\}$ -представлении имеет вид:

$$\begin{aligned} \Phi_{{}^7\text{Li}} = & \Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4) \chi_{S_{\alpha}M_{S_{\alpha}}T_{\alpha}M_{T_{\alpha}}}^{00,00} \Phi_{000}^d(5,6) \sum_{\substack{M_i, M_S \\ M_{S_d}, m_n}} \chi_{\frac{1}{2}m_n}^{(\sigma)}(7) \chi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{(\tau)}(7) \times \\ & \times \chi_{1M_{S_d}}^{(\sigma)}(5,6) \chi_{00}^{(\tau)}(5,6) C_{1M_{S_d}1/2m_n}^{SM_S} C_{1M_{S_d}1/2m_n}^{3/2M_i} \Phi_{l,\lambda}(\bar{r}, \bar{R}), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)$, $\Phi_{000}^d(5,6)$ – внутренние функции α -частицы и дейтрона соответственно, $\Phi_{l,\lambda}(\bar{r}, \bar{R})$ – функция относительного движения α -частицы, дейтрона и нейтрона (1), $\chi^{(\sigma)}$, $\chi^{(\tau)}$ – спиновые и изоспиновые функции соответственно.

Внутреннюю функцию дейтрона можно записать в следующем виде:

$$\Phi_{000}^d(5,6) = \sum_k B_k e^{-\gamma_k \bar{\xi}_4^2} \cdot Y_{00}(\Omega_{\xi_4}). \quad (4)$$

В осцилляторном пределе функция (4) будет однокомпонентной, при этом

$$k=1, B_1 = N_{00} = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{\pi} \xi_{04}^3}}; \gamma_k = \gamma_1 = \frac{1}{2\xi_{04}^2}; \xi_{04} = r_0 \sqrt{2}; N_{00} = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2\pi} r_0^3}}, \quad (5)$$

где r_0 – осцилляторный параметр.

Также нам потребуется координатная функция трития:

$$\Phi_t(\bar{\xi}_4, \bar{\xi}_5) = \sum_m A_m e^{-\frac{1}{4}\delta_m \bar{\xi}_4^2} e^{-\frac{1}{3}\delta_m \bar{\xi}_5^2} Y_{00}(\Omega_4) Y_{00}(\Omega_5). \quad (6)$$

Тогда, учитывая преобразования (3)–(6), интеграл перекрывания можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{\alpha t} | \Psi_{adn} \rangle = & \sum_{m,i,k} A_m C_i B_k M^{(\tau)} M^{(\sigma)} Y_{00}(\Omega_{\rho}) Y_{00}(\Omega_4) Y_{00}(\Omega_5) Y_{00}(\Omega_{\xi_4}) \times \\ & \times \sum_{\substack{M_i, M_S \\ M_{S_d}, m_n}} C_{1M_{S_d}1/2m_n}^{SM_S} C_{1M_{S_d}1/2m_n}^{3/2M_i} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{4}\delta_m \bar{\xi}_4^2} e^{-\frac{1}{3}\delta_m \bar{\xi}_5^2} e^{-\alpha_i \bar{r}^2} e^{-\beta_i \bar{R}^2} e^{-\gamma_k \bar{\xi}_4^2} R Y_{1m}(\Omega_R) d\bar{\xi}_4 d\bar{\xi}_5. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее интегрирование по переменной $\bar{\xi}_4$ снимается сразу и сводится к интегралу Пуассона.

Для того чтобы провести интегрирование по переменной $\bar{\xi}_5$, проводим преобразование координат в показателе экспоненты выражения (7) согласно (2).

В итоге получаем квадратичную форму в виде:

$$a_1 \bar{R}_{\alpha t}^2 + a_2 \bar{R}_{\alpha t} \bar{\xi} + a_3 \bar{\xi}_5^2, \quad (8)$$

где $a_1 = \alpha_i + \frac{4}{9}\beta_i$; $a_2 = -\frac{2}{3}\alpha_i + \frac{28}{27}\beta_i$; $a_3 = \frac{1}{3}\delta_m + \frac{1}{9}\alpha_i + \frac{49}{81}\beta_i$.

Далее заменой переменных:

$$\bar{\xi}_5 = \bar{y}; \bar{y} = \bar{y}_1 + \alpha \bar{R}_{\alpha t}; \bar{R}_{\alpha t} = \bar{R}_{\alpha t} \quad (9)$$

приводим квадратичную форму (8) к диагональному виду $b_1 \bar{R}_{\alpha t}^2 + b_2 \bar{y}_1^2$, где коэффициенты перехода b_i определены следующим образом:

$$b_1 = a_1 + a_2 \alpha + a_3 \alpha^2 = a_1 - a_2^2 / (4a_3); b_2 = a_3; \alpha = -a_2^2 / (4a_3) \quad (10)$$

Также согласно (9) преобразуем аргумент векторной сферической функции, входящей в интеграл (7). В итоге получаем:

$$\bar{R} = f_1 \bar{y}_1 + f_2 \bar{R}_{\alpha t}, \quad (11)$$

где $f_1 = \frac{7}{9}$, $f_2 = \frac{2}{3} + \frac{7}{9}\alpha$.

Таким образом, радиальный интеграл в выражении (7) с учетом преобразований (8)–(11) принимает вид:

$$I(\bar{R}_{\alpha t}) = \int_0^{\infty} e^{-b_1 \bar{R}_{\alpha t}^2} e^{-b_2 \bar{y}_1^2} Y_{00}(\Omega_r) Y_{00}(\Omega_5) \{Y_{1m}(f_1 \bar{y}_1) + Y_{1m}(f_2 \bar{R}_{\alpha t})\} d\bar{y}_1 \quad (12)$$

или окончательно

$$I(\bar{R}_{\alpha t}) = \frac{f_2 \sqrt{\pi}}{4b_3^{3/2}} e^{-b_1 \bar{R}_{\alpha t}^2} Y_{1m}(\bar{R}_{\alpha t}). \quad (13)$$

Далее, принимая во внимание (13) и проводя несложные преобразования, получаем следующее итоговое выражение для ВФ относительного αt -движения для модели II (III):

$$\Phi(\bar{R}_{\alpha t}) = \frac{\pi^2}{4} \sum_{m,i,k} A_m C_i B_k \frac{f_2 \cdot b_3^{-3/2}}{(\frac{1}{4}\delta_m + \gamma_k)^{3/2}} R_{\alpha t} e^{-b_1 \bar{R}_{\alpha t}^2} Y_{1m}(\Omega_{R_{\alpha t}}). \quad (14)$$

Для расчета спектроскопического S -фактора для канала $\alpha + t$ необходимо проинтегрировать квадрат волновой функции (14):

$$S = \int |\Phi(\bar{R}_{\alpha t})|^2 d\bar{R}_{\alpha t}. \quad (15)$$

Построение ВФ относительного движения в $\alpha + t$ канале для $\{(dn)\alpha\}$ -конфигурации ядра ${}^7\text{Li}$ проводится аналогично.

Ниже приведены расчеты спектроскопических S_r -факторов в рамках $\{(dn)\alpha\}$ и $\{(\alpha d)n\}$ кластерной конфигурации ядра ${}^7\text{Li}$ в αt -канале. Расчеты проводились в соответствии с данными работы [1]. Результаты расчетов представлены в таблице 1 и на рис. 5, 6.

Таблица 1 – Спектроскопический S-фактор в канале $\alpha + t$ для различных моделей. Энергия связи и среднеквадратичный радиус в αdn -канале

Модель	S_t -фактор	Энергия связи, МэВ [1]	Среднеквадратичный радиус, фм [1]
I (1)	0,9341	-8,7165	2,7715
I (2)	0,9340	-8,7176	2,7921
II (1)	0,8775	-7,2036	2,3124
II (2)	0,8196	-7,2111	2,3359
II (3)	0,8122	-8,1168	2,2491
III (1)	0,8061	-8,1006	2,1845
III (2)	0,8481	-7,4955	2,2333

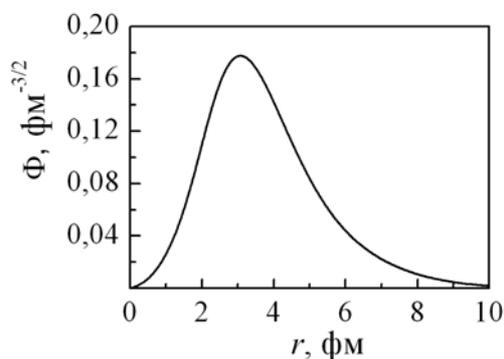


Рис. 5. Волновая функция $\alpha + t$ относительного движения в канале $\{(\alpha n)\alpha\}$

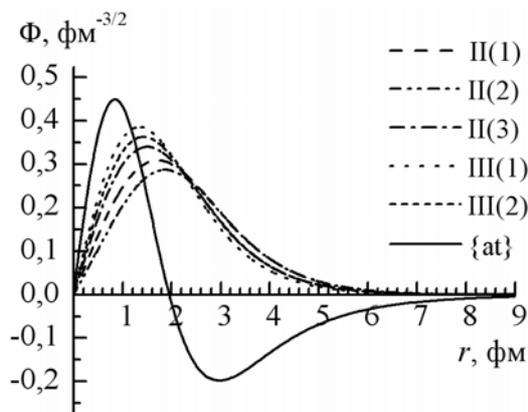


Рис. 6. Волновые функции $\alpha + t$ относительного движения в канале $\{(\alpha d)n\}$ и бинарная αt -функция, построенная в ПЗС [2]

Как видно из рис. 5 и 6, радиальные функции, спроектированные на бинарный $\alpha + t$ канал для моделей I-III, не имеют узла, т.е. соответствуют в некотором смысле результатам, которые обычно получаются при решении уравнения Шредингера на собственные функции с потенциалом, содержащим отталкивающий кор. В целом, полученные радиальные функции относительного αt -движения не сильно отличаются друг от друга по численным значениям. Так, для моделей I(1) и I(2) значения полученных функций совпадают с точностью до четвертого знака, что делает их графики практически неразличимыми (рис. 5).

В итоге, как видно из таблицы 1, для канала $\alpha + t$ значения спектроскопических факторов варьируются в пределах от 0,8061 до 0,9341 или, другими словами, вес бинарной

αt -конфигурации в трехчастичной $\{\alpha dn\}$ -функции ядра ${}^7\text{Li}$ составляет 85–93%. В целом все модели согласуются между собой.

Литература

1. Дубовиченко С.Б. Методы расчета ядерных характеристик. - Алматы: Комплекс. 2006. 311с.; <http://arxiv.org/abs/1006.4947>.
2. Дубовиченко С.Б. Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели. – Алматы: Данекер, 2004. – 247 с.

${}^7\text{Li}$ ЯДРОНЫҢ $\{(dn)\alpha\}$ ЖӘНЕ $\{(ad)n\}$ ҮЛГІЛЕРІНДЕГІ БИНАРЛЫ $\{\alpha t\}$ -КОМПОНЕНТІ

Н.В. Афанасьева, Н.А. Буркова, К.А. Жақсыбекова, А.А. Уразалин

${}^7\text{Li}$ ядросының αdn жобасы негізінде $\alpha + t$ каналында әр түрлі ${}^7\text{Li}\{\alpha dn\}$ ядросының үлгілерімен салыстырмалы αt -қозғалысының радиалды толқындық функциялары құрылды, спектроскопиялық S_t -факторлары есептелінді.

THE BINARI $\{\alpha t\}$ -COMPONENT IN THE $\{(dn)\alpha\}$ AND $\{(ad)n\}$ MODELS OF ${}^7\text{Li}$

N.V. Afanasyeva, N.A. Burkova, K.A. Zhaksybekova, A.A. Urazalin

Within the αdn -model for ${}^7\text{Li}$ nucleus αt relative motion wave functions have been built and spectroscopic S_t -factors of tritons separation have been calculated in the binary $\alpha + t$ channel by using different ${}^7\text{Li}\{\alpha dn\}$ wave function models.