ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ^{7}Li В $\{(dn)\alpha\}$- И $\{(\alpha d)n\}$-МОДЕЛЯХ НА КЛАСТЕРНЫЙ КАНАЛ ^{6}Li$\{\alpha d\}+n$

Н.В. Афанасьева, Н.А. Буркова, К.А. Жаксыбекова, А.А. Уразалин
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, Алматы

В рамках трехтельной αdn-модели ядра ^{7}Li построены волновые функции относительного движения и рассчитаны спектроскопические S_n-факторы отделения нейтронов в канале $^{6}\mathrm{Li}+n$.

В настоящей работе, главным образом, представляет интерес выявить $^{6}\mathrm{Li}+n$-компоненту в трехчастичных $\{(dn)\alpha\}$- и $\{(\alpha d)n\}$- конфигурациях ядра ^{7}Li. Более подробное описание данных конфигураций ядра ^{7}Li было представлено в работах [1;2]. Здесь же поясним, что для построения радиальных волновых функций (ВФ) относительного движения и расчета соответствующих спектроскопических S_n–факторов отделения нейтронов в канале $^{6}\mathrm{Li}+n$ используются три модели (I-III) трехчастичной ВФ ^{7}Li с различными вариантами набора параметров. В связи с этим в дальнейшем будем ссылаться на данные модели как на I(1)-I(2) (конфигурация $\{(dn)\alpha\}$) и II(1)-II(3), III(1)-III(2) (конфигурация $\{(\alpha d)n\}$).

Далее приводятся основные этапы построения ВФ относительного движения в канале $^{6}\mathrm{Li}+n$ с учетом $\{(dn)\alpha\}$-конфигурации ядра ^{7}Li.

Относительные координаты Якоби для канала $^{7}\mathrm{Li}\{(dn)\alpha\}\rightarrow{}^{6}\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$ представлены на рис. 1.

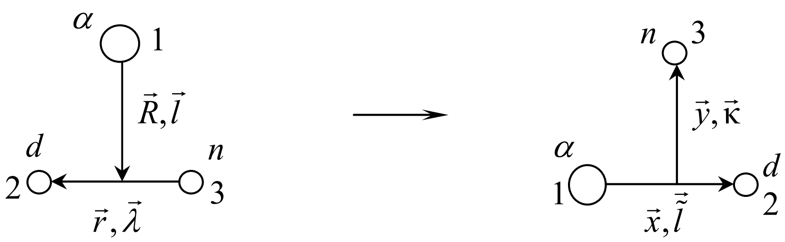

Рис.1. Относительные координаты Якоби для канала $^{7}\mathrm{Li}\{(dn)\alpha\}\rightarrow{}^{6}\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$

Прямые преобразования относительных координат Якоби при переходе от системы $^{7}\mathrm{Li}\{(dn)\alpha\}$ к системе $^{6}\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$ имеют вид:

$$\begin{cases} \vec{R}_\alpha = \vec{R}_{cm} - \frac{3}{7}\vec{R} \\ \vec{r}_n = \vec{R}_{cm} + \frac{4}{7}\vec{R} - \frac{2}{3}\vec{r} \\ \vec{R}_d = \vec{R}_{cm} + \frac{4}{7}\vec{R} + \frac{1}{3}\vec{r} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} \vec{x} = \quad \vec{R} + \frac{1}{3}\vec{r} \\ \vec{y} = \frac{2}{3}\vec{R} - \frac{7}{9}\vec{r} \\ \vec{R}_{cm} = \vec{R}_{cm}. \end{cases}, \tag{1}$$

обратные преобразования координат $\{\vec{x},\vec{y}\}\Rightarrow\{\vec{r},\vec{R}\}$:

$$\vec{r} = -\vec{y} + \frac{2}{3}\vec{x};\;\; \vec{R} = \frac{1}{3}\vec{y} + \frac{7}{9}\vec{x}. \tag{2}$$

Далее прокомментируем используемые в расчетах модельные функции. ВФ ядра $^{7}\mathrm{Li}\{(dn)\alpha\}$ имеет вид:

$$\Phi_{^7Li} = \Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)\,\chi_{S_\alpha M_{S_\alpha} T_\alpha M_{T\alpha}}^{00,00}\,\Phi_{000}^{d}(5,6) \sum_{\substack{M,m_t,m\\ M_{S_d},m_n,\mu}} \chi_{\frac{1}{2}m_n}^{(\sigma)}(7)\,\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}^{(\tau)}(7)\times$$
$$\times\chi_{1M_{S_d}}^{(\sigma)}(5,6)\,\chi_{00}^{(\tau)}(5,6)\,C_{1M_{S_d}1/2\,m_n}^{1/2m_t} C_{1M\,1/2\,m_t}^{3/2M_i} C_{\lambda\mu lm}^{1M}\,\Phi_{l,\lambda}\left(\vec{r},\vec{R}\right), \tag{3}$$

где $\Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)$, $\Phi_{000}^{\mathrm{d}}(5,6)$ – внутренние ВФ α-частицы и дейтрона соответственно, $\Phi_{l,\lambda}\left(\vec{r},\vec{R}\right)$ – ВФ относительного движения α-частицы, дейтрона и нейтрона:

$$\Phi_{l,\lambda}\left(\vec{r},\vec{R}\right) = r^{\lambda}R^{l}\sum_{n} C_n e^{-\alpha_n \vec{r}^2} e^{-\beta_n \vec{R}^2} Y_{\lambda\mu}(\Omega_r)\,Y_{lm}(\Omega_R), \tag{4}$$

коэффициенты C_n, α_n, β_n которой были взяты из работы [1].

ВФ ядра $^6\mathrm{Li}\{\alpha d\}$ с полным моментом J и его проекцией M_J:

$$\Psi_{^6\mathrm{Li}} = \Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)\,\chi^{S}(\alpha)\,\chi^{T}(\alpha)\,\Phi_{000}^{d}(5,6) \sum_{M_L,\tilde{m}_n} \left(\tilde{\lambda}\tilde{\mu}\tilde{S}_d\tilde{M}_{S_d} \mid JM_J\right)\times$$
$$\times\chi_{\tilde{S}_d\tilde{M}_{S_d}}^{(\sigma)}(5,6)\,\chi_{00}^{(\tau)}(5,6)\sum_{i} D_i e^{-\gamma_i \vec{x}^2}\,\mathrm{Y}_{00}(\Omega_x), \tag{5}$$

где коэффициенты D_i, γ_i определены согласно работе [3].

Для проектирования ВФ $^7\mathrm{Li}\{(dn)\alpha\}$ на канал $^6\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$ необходимо вычислить интеграл перекрывания $\left\langle \Psi_{^6\mathrm{Li}},\mathrm{n} \mid \Phi_{^7\mathrm{Li}}\right\rangle$. Интегрирование по переменной $\vec{x}$ (рис. 1) приводит к следующему промежуточному результату:

$$\Phi(\vec{y}) = \left\langle \Psi_{^6\mathrm{Li}},\mathrm{n} \mid \Phi_{^7\mathrm{Li}}\right\rangle = \sum_{i,n} D_i C_n M^{(\sigma)} M^{(\tau)} Y_{00}(\Omega_r)\,Y_{00}(\Omega_x)\times$$
$$\times\sum_{\substack{M_{S_d},M,m_n\\ m_t,\tilde{M}_{S_d}}} C_{1M_{Sd}1/2m_n}^{1/2m_t} C_{1M\,1/2m_t}^{3/2M_i} \int \exp\left(-\alpha_n\vec{r}^2-\beta_n\vec{R}^2-\gamma_i\vec{x}^2\right)\cdot Y_{1M}(\vec{R})\,d\vec{x}, \tag{6}$$

Используя преобразования координат (2), квадратичную форму в показателе экспоненты в выражении (6) приводим к следующему виду:

$$\alpha_n\vec{r}^2+\beta_n\vec{R}^2+\gamma_i\vec{x}^2 = a_1\vec{y}^2 + a_2\vec{y}\vec{x} + a_3\vec{x}^2, \tag{7}$$

где, $a_1 = \alpha_n + \frac{1}{9}\beta_n$; $a_2 = -\frac{4}{3}\alpha_n + \frac{14}{27}\beta_n$; $a_3 = \frac{4}{9}\alpha_n + \frac{49}{81}\beta_n + \gamma_i$.

Далее заменой переменных $\vec{x} = \vec{x}_1 + \alpha\vec{y}$, $\vec{y} = \vec{y}$, квадратичная форма (7) приводится к диагональному виду $d_1\vec{y}^2 + d_2\vec{x}_1^2$, где коэффициенты d_i имеют вид:

$$d_1 = a_1 + a_2\alpha + a_3\alpha^2,\; d_2 = a_3,\; \alpha = -a_2/(2a_3). \tag{8}$$

Аналогично преобразуем аргумент векторной сферической функции, входящей в интеграл выражения (6). Следовательно, получаем:

$$\begin{cases} \vec{x} = \vec{x}_1 + \alpha \vec{y}, \\ \vec{R} = f_1 \vec{x}_1 + f_2 \vec{y}, \end{cases} \quad f_1 = \frac{7}{9}; \quad f_2 = \frac{1}{3} + \frac{7}{9}\alpha. \tag{9}$$

В результате проведенных выше преобразований интеграл в выражении (6) приводится к виду:

$$I(\vec{y}) = \frac{f_2 \pi^{3/2}}{d_2^{3/2}} e^{-d_1 \vec{y}^2} y \mathrm{Y}_{1M}(\Omega_y). \tag{10}$$

Спиновый и изоспиновый матричные элементы тривиально сводятся к виду:

$$M^{(\sigma)} = \delta_{m_n \tilde{m}_n} \delta_{M_{S_d} \tilde{M}_{S_d}}, \; M^{(\tau)} = 1. \tag{11}$$

Таким образом, в результате преобразований (7)–(11) получаем итоговое выражение для функции относительного движения в канале ${}^6\mathrm{Li} + n$:

$$\Phi_1(\vec{y}) = \sum_{i,n} D_i C_n \frac{f_2 \sqrt{\pi}}{4 d_2^{3/2}} e^{-d_1 \vec{y}^2} y \mathrm{Y}_{1M}(\Omega_y) \sum_{M,m_t} C^{1/2\, m_t}_{1 M_{Sd}\, 1/2\, m_n} C^{1/2\, M_i}_{1M\, 1/2\, m_t}. \tag{12}$$

Выражение для вычисления спектроскопического S_n-фактора отделения нейтронов имеет вид:

$$S_n = \int \left| \Phi_1(\vec{y}) \right|^2 d\vec{y} = 4 \cdot \int \left| \sum_{i,n} D_i C_n \frac{f_2 \sqrt{\pi}}{4 d_2^{3/2}} e^{-d_1 \vec{y}^2} y \right|^2 y^2 dy. \tag{13}$$

Для $\{(\alpha d)n\}$-конфигурации ядра ^{7}Li функции относительного движения в канале ${}^6\mathrm{Li} + n$ строятся аналогично. Как видно из рис. 2, процедура проектирования явно адаптирована к этому каналу и выбору координат Якоби. Технически расчет интеграла перекрывания становится тривиальным и сводится к элементарному интегрированию по переменной $\vec{x}$.

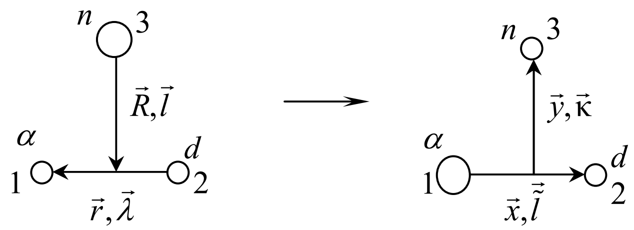

Рис.2. Относительные координаты Якоби для канала ${}^7\mathrm{Li}\{(\alpha d)n\} \rightarrow {}^6\mathrm{Li}\{\alpha d\} + n$

Таким образом, получаем функцию относительного движения для $\{(\alpha d)n\}$-конфигурации ядра ${}^7\mathrm{Li}$:

$$\Phi_2(\vec{y}) = \sum_{n,i} C_n D_i \frac{\sqrt{\pi}}{4(\alpha_n + \gamma_i)^{3/2}} e^{-\beta_n \vec{y}^2} Y_{1m}(\vec{y}). \tag{14}$$

В таблице 1 приводятся результаты расчетов спектроскопических нейтронных S_n-факторов в канале ${}^6\mathrm{Li} + n$ и соответствующих среднеквадратичных радиусов.

Таблица 1 – Спектроскопический нейтронный S_n -фактор в каналах $\{(dn)\alpha\}$ и $\{(\alpha d)n\}$

Модель	S_n-фактор	Среднеквадратичный радиус, фм [1]
I (1)	0,68231	2,7715
I (2)	0,68230	2,7921
II (1)	0,3997	2,3124
II (2)	0,4515	2,3359
II (3)	0,2723	2,2491
III (1)	0,1936	2,1845
III (2)	0,2611	2,2333

Результаты расчетов радиальных функций относительного движения $^6\mathrm{Li}+n$ для моделей I(1) и I(2) представлены на рис. 3.

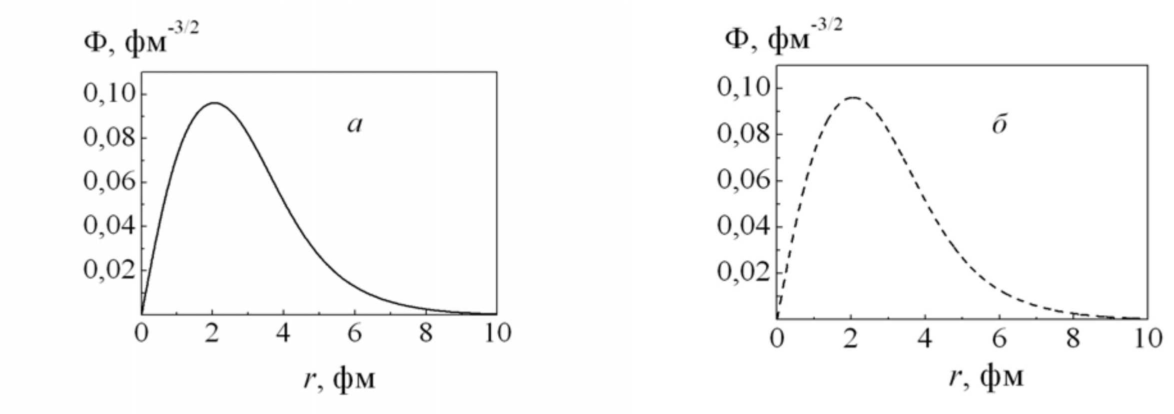

Рис.3. Волновые функции относительного движения $^6\mathrm{Li}+n$:
а – модель I(1); *б* – модель I(2)

Как видно из рис. 3, функции относительного $^6\mathrm{Li}+n$ движения для моделей I(1) и I(2) очень близки по численным значениям и практически совпадают. Это, очевидным образом, объясняет тот факт, что соответствующие спектроскопические факторы совпадают с точностью до 10^{-5} (таблица 1).

На рис. 4 приведены графики волновых функций относительного $^6\mathrm{Li}+n$ движения для моделей II и III.

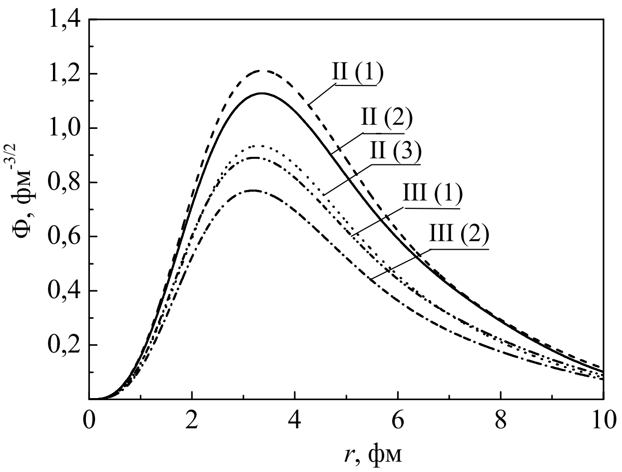

Рис.4. Волновая функция относительного движения $^6\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$ для моделей II и III

Как следует из таблицы 1, наблюдается прямая корреляция между среднеквадратичным радиусом системы $\{\alpha dn\}$ и величиной спектроскопического S_n-фактора. Нам представляется, что более реалистические результаты дает модель I, которая соответствует диффузной конфигурации трех кластеров, составляющих $^7\mathrm{Li}$. В этой связи можно рекомендовать для моделей II и III подобрать парные потенциалы таким образом, чтобы учесть особую валентную роль нейтрона в конфигурации $^6\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$.

Литература

1. Дубовиченко С.Б. Методы расчета ядерных характеристик. Алматы: Комплекс. 2006. 311с.; http://arxiv.org/abs /1006.4947.

2. Афанасьева Н.В., Буркова Н.А., Жаксыбекова К.А., Уразалин А.А. Бинарная $\{\alpha t\}$-компонента в $\{(dn)\alpha\}$- и $\{(\alpha d)n\}$-моделях ядра $^7\mathrm{Li}$. // Настоящий сборник.

3. Дубовиченко С.Б. Астрофизические S-факторы радиационного ^{3}He^{4}He, ^{3}H^{4}He и ^{2}H^{4}He-захвата. // Ядерная физика, 2010, Т. 73, №9, с.1573-1584.

$^6\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$ КЛАСТЕРЛІ КАНАЛЫНА $\{(dn)\alpha\}$- ЖӘНЕ $\{(\alpha d)n\}$- ҮЛГІЛЕРІНДЕГІ $^7\mathrm{Li}\{\alpha t\}$ ТОЛҚЫНДЫҚ ФУНКЦИЯСЫН ЖОБАЛАУ

Н.В. Афанасьева, Н.А. Буркова, К.А. Жақсыбекова, А.А.Уразалин

$^7\mathrm{Li}$ ядросының αdn жобасы негізінде $^6\mathrm{Li}+n$ салыстырмалы қозғалысының радиалды толқындық функциялары құрылды және спектроскпиялық S_n-факторлары есептелінді.

PROJECTION OF THE ^{7}Li WAVE FUNCTION IN THE $\{(dn)\alpha\}$- AND $\{(\alpha d)n\}$-MODELS ON THE $^6\mathrm{Li}\{\alpha d\}+n$ CLUSTER CHANNEL

N.V. Afanasyeva, N.A. Burkova, K.A. Zhaksybekova, A.A.Urazalin

Within the three-body αdn-model for $^7\mathrm{Li}$ nucleus the $^6\mathrm{Li}+n$ relative-motion wave functions have been obtained and spectroscopic S_n-factors of neutron separation has been calculated.