

ЖЕР СЕРІГІНІҢ ЖЕРДІ АЙНАЛУ ЖОЛЫ ТУРАЛЫ

Е. Катеков

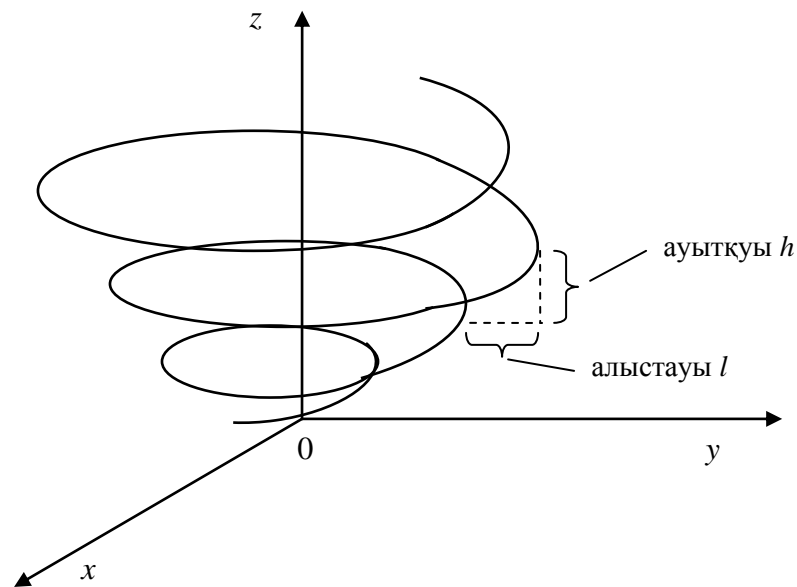
әл-Фараби ат. Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.

Мақалада кеңістіктегі үш өлшемді қисықтар туралы айтылады. Солардың ішінде жер серігінің жерді, ал жермен бірге күнді айналуынан шығатын қисықтың теңдеуі жазылып, жүрген жолының ұзындығын есептейтін формула көрсетіледі.

Кеңістіктегі қисықтар математикада өте аз зерттелген екен. Олар туралы жөнді мәліметтерді интернетте де, кітаптардан да аз. Сондықтан, осы мақалада бұл қисықтарды зерттеу жүргізілді.

Математикада жазықтықтағы (екі өлшемді) қисықтардың өзі толық зерттелмеген. Ал кеңістіктегі (үш өлшемді) қисықтар одан да күрделі. Физикада жиі кездесетін жер серігінің қозғалысын сипаттайтын қисықтар зерттелді.

Кеңістіктегі қисықтар зерттелмегендіктен олардың атаулары да жоқ. Сондықтан, алғашқы мақалада [1] жер серігінің траекториясын сипаттайтын қисықтар топқа бөлінді, керекті деген атаулары енгізілді. Сол мақалада түзу сызықты айналып отыратын қисықты «бұралқы» деп, ал қисық сызықты (мысалы, шеңберді) айналып отыратын қисықты «тор бұралқы» деп аталды. Сонда бұралқының «ауытқуы», «алыстауы» деген ұғымдар енгізілген еді. Түсінікті болу үшін сол ұғымдар 1-суретте келтірілген.



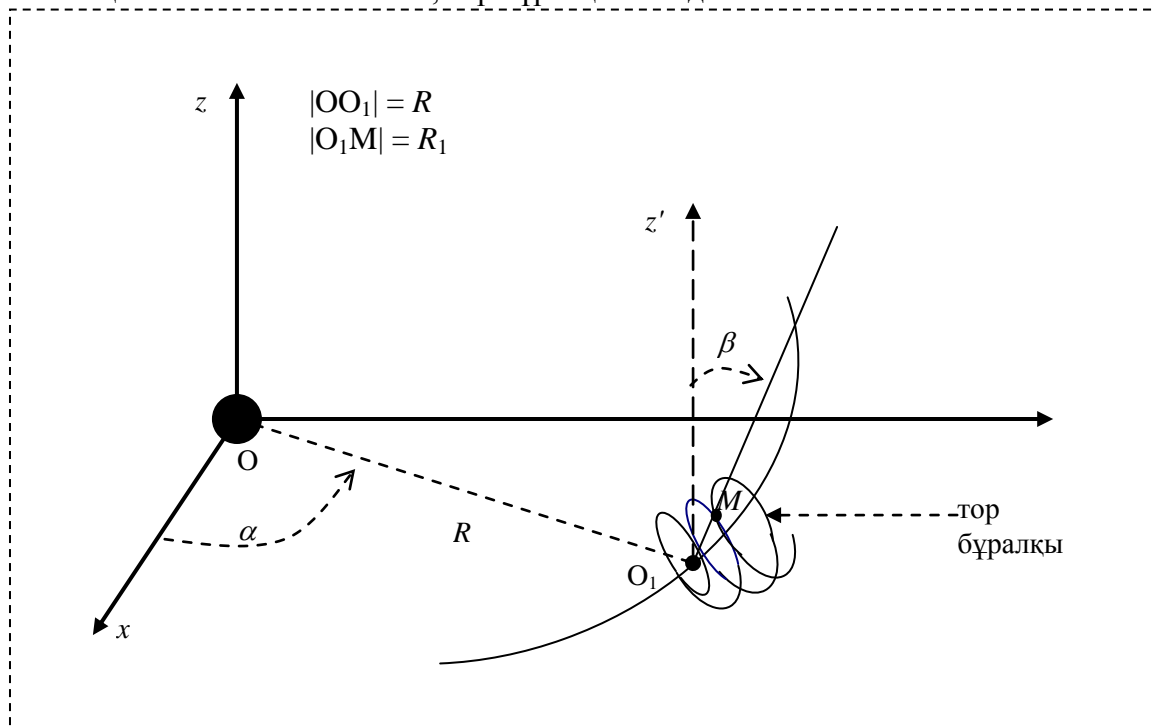
1-сур. OZ – бұралқының айналу осі; l - алыстауы (әрбір айналым сайын осьтен осы аралыққа алыстайды); h - ауытқуы (әрбір айналған сайын), OZ осі бойынша осындай аралыққа ауытқиды

[1] мақалада Жер серігінің қарапайым екі траекториясы (цилиндрлік бұралқы, конустық бұралқы) қарастырылған болатын. Енді одан гөрі күрделірек жағдайды қарастырайық.

Бір орында тұрған күн (O), оны радиусы R шеңбер бойымен тұрақты жылдамдықпен айналып жүрген жер (O_1), ал жерді айналып жүрген жер серігі (M) бар екен делік (2-сурет).

Бұл жағдайда Жер серігінің қозғалысы әр түрлі бұралқы тор болады. Олардың да түрлері көп, бірақ олардың ішіндегі екі тұрақты (устойчивый) жағдайы бар. Күннің тартуы әсерінен бара-бара кез келген жағдай осы екеуінің біреуіне келеді. Біз соның біріншісін қарастыра бастайық. Бұл жағдайда күннің тартуының әсерінен бара-бара күн, жер, жер серігі әрқашанда бір жазықтықта жататын жағдайға келеді.

Бұл, айналу осі шеңбер, алыстауы 0-ге тең, ауытқуы жермен жер серігінің жылдамдығы арқылы анықталатын шама болатын, тор бұралқы болады.



2-сур. О-күн, O_1 -жер, М-жер серігі, оның жерді айналу радиусы R_1 . М-нүктесінің oxy жазықтығындағы проекциясын M_1 деп белгілейік. O_1M радиусының OZ осімен жасайтын бұрышын β деп, ал OO_1 -дің ox осімен жасайтын бұрышын α деп белгілейік. Сонда O_1 нүктесінің (жердің) координаттары мынандай болады

Енді осы қисықты зерттейік:

$$\begin{cases} X_{O_1} = R \cos \alpha, \\ Y_{O_1} = R \sin \alpha, \\ Z_{O_1} = 0. \end{cases}$$

Енді М нүктесінің координаттарын іздестірейік. O_1M - радиусы OZ' (OZ' пен OZ параллель) осімен β бұрышын жасайды делік. Онда OM кесіндісінің oxy жазықтығындағы проекциясы OM_1 -дің ұзындығы $R + R_1 \sin \beta$ болады. Енді М нүктесінің координаттарын жаза аламыз.

$$\begin{cases} X_M = |OM_1| \cos \alpha = (R + R_1 \sin \beta) \cos \alpha, \\ Y_M = |OM_1| \sin \alpha = (R + R_1 \sin \beta) \sin \alpha, \\ Z_M = |O_1M| \cos \beta = R_1 \cos \beta. \end{cases}$$

Мұндағы α және β уақытқа байланысты өзгеріп отырады. Егер жердің күнді айналу бұрыштық жылдамдығы ω , ал жер серігінің жерді айналу жылдамдығы ω_1 десек, онда $\alpha = \omega t$, $\beta = \omega_1 t$ болады.

Жер серігінің t_1 ден t_2 -ге дейінгі жүрген жолының ұзындығын қарастырайық.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}.$$

Күрделі есептеулерді келтірмей ақ қорытындысын бірақ жазайық:

$$S = R \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R} \sin \omega_1 t\right)^2 \omega^2 + \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 \omega_1^2} dt.$$

Әдебиет

1. Катеков Е. Бұралқылар және олардың математикасы // Зерттеу университеттері: аудиторияда оқытудың инновациясы. - Алматы. Қазақ университеті, 2011.

О ДВИЖЕНИИ СПУТНИКА ЗЕМЛИ ВОКРУГ ЗЕМЛИ

Е. Катеков

В статье излагаются трехмерные пространственные кривые. Среди них часто встречающаяся - траектория спутника земли. Спутник вращается вокруг земли и вместе с землей вращается вокруг солнца. В статье приведено уравнение движения спутника и формула, по которой вычисляется длина его пути.

ABOUT MOVEMENT OF THE SATELLITE OF THE GROUND AROUND OF THE GROUND

Ye. Katekov

In article three-dimensional spatial curves are stated. Among them frequently meeting - a trajectory of the satellite of the ground. The satellite rotates around of the ground and together with the ground rotates around of the sun. In article the equation of movement of the satellite and the formula on which the length of its way is calculated is resulted.