ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

УДК 533.9.01

Ж. Молдабеков, Т.С. Рамазанов, К.Н. Джумагулова*
НИИЭТФ, КазНУ им аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы
*E-mail: dzhumagulova.karlygash@gmail.com

Парный потенциал взаимодействия двух частиц в двухкомпонентной плазме

Аннотация. На основе сопоставления квантовомеханической Слэтеровской суммы и классического Больцмановского фактора исследовано взаимодействие заряженных частиц [1] в плотной плазме, в которой существенны квантовые эффекты. Получено аналитическое выражение для обобщенного парного потенциала взаимодействия между заряженными частицами в двухкомпонентной плазме. Потенциал учитывает эффекты дифракции в силу принципа неопределенности и влияние плотностных эффектов на дифракцию. Рассмотрена область температуры 10^4K<T<10^8K и плотностей $10^{21}cm^{-3}$<n≥$10^{24}cm^{-3}$. Установлено, что в пределах высоких температур и плотностей полученные результаты согласуются с данными известных моделей Дойча и Кельбга.

Ключевые слова: плазма, квантовые эффекты, парный потенциал взаимодействия.

Введение

Теоретическое исследование квантовых эффектов в плотной высокотемпературной плазме важно для изучения и объяснения свойств космической плазмы и плазмы лазерного удара. Свойства плазмы можно изучать посредством компьютерного моделирования, учитывая квантовые эффекты в потенциале взаимодействия. Потенциал взаимодействия, учитывающий квантовые эффекты дифракции и симметрии, можно получить, приравнивая Слеттеровскую сумму к классическому Больцмановскому фактору [1]:

$$S(r_1,...,r_N) = c\sum_n \Psi_n^* e^{-\beta E_n} \Psi_n, \quad (1.1)$$

где

$$c = \Pi N_\nu ! \lambda_\nu^{3N_\nu}, \quad (1.2)$$

$$\lambda_\nu^2 = 4\pi\alpha_\nu\beta, \quad \alpha_\nu = \hbar^2/2m_\nu, \quad \beta = 1/kT. \quad (1.3)$$

Здесь N_ν – число частиц сорта ν с массами m_ν. E_ν – собственное значение симметризированной волновой функции.

В работе [2] был получен потенциал, учитывающий квантовые эффекты в областях, начиная от высоких температур порядка 10^8K до низких температур, порядка нескольких десятков кельвинов, для системы из двух частиц методом обобщения потенциала Кельбга [3]. В настоящее время широко используется потенциал Дойча [4], который корректен только при высоких температурах (T>10^6K) и при плотностях выше $10^{24}cm^{-3}$, учитывающий квантовые эффекты дифракции. В данной работе находится обобщенный квазиклассический потенциал путем учета влияния плотностных эффектов на дифракционный член для температур 10^4K<T<10^8K и плотностей n≥$10^{21}cm^{-3}$. Численное значение Слетеровской суммы вычисляется методом, предложенным в работе [1].

Уравнение для определения псевдопотенциала

При выборе симметричной волновой функции, которую можно определить методом Хартри-Фока, учитываем зависимость от плотности. При рассматриваемых температурах можно использовать приближение Томаса-Ферми. Такой выбор волновой функции позволяет учесть влияние квантовых плотностных эффектов.

Гамильтониан системы записывается в виде:

$$H = -\nabla^2 + V\,, \tag{2.1}$$

где ∇ -$3N$ мерный оператор, определяемый как $\nabla^2 = \sum_j \alpha_j \nabla_j^2$, $V(r)$ – потенциал межчастичного взаимодействия:

$$V(r) = \sum_{i<j} u_{ij}(r) = \sum_{i<j} e^2 / r_{ij}\,. \tag{2.2}$$

Слэттеравскую сумму можно записать в виде $S = e^{-B}$.

Перепишем (1.1) в виде:

$$S = c\sum_n \left(e^{-\beta H/2}\Psi_n\right)^* \left(e^{-\beta H/2}\Psi_n\right) \tag{2.3}$$

Продифференцировав B по β с учетом предыдущего уравнения, можно найти:

$$\frac{\partial B}{\partial \beta} = V(r) + \frac{1}{2}\nabla^2 B - \frac{1}{4}\nabla B \cdot \nabla B + Y\,, \tag{2.4}$$

где:

$$Y = X/S - 3N/2\beta - 1/4\nabla B \cdot \nabla B\,, \tag{2.5}$$

$$X = c\sum_n \left(\nabla e^{-\beta H/2}\Psi_n\right)^* \left(\nabla e^{-\beta H/2}\Psi_n\right), \tag{2.6}$$

Используя ту же процедуру для идеального газа невзаимодействующих частиц можно записать:

$$\frac{\partial B_I}{\partial \beta} = \frac{1}{2}\nabla^2 B_I - \frac{1}{4}\nabla B_I \cdot \nabla B_I + Y_I \tag{2.7}$$

Обозначив разность (2.4) и (2.7) как: $U = B - B_I$, найдем:

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} = V + \frac{1}{2}\nabla^2 U - \frac{1}{4}\nabla U \cdot \nabla U - \frac{1}{2}\nabla U \cdot \nabla B_I + Y - Y_I\,. \tag{2.8}$$

B_I отвечает эффекту симметрии для идеального газа. Разница между полным эффективным потенциалом B и B_I дает дифракционный член U. В U входит эффект дифракции, вызванный выполнением принципа неопределенности, и эффект обусловленный взаимосвязью между эффектами симметрии и дифракции.

Подставив вместо B_I, U и $Y - Y_I$ следующие выражения:

$$B_I \approx \sum_{i<j} s_{ij}\,, \tag{2.9}$$

$$U = \sum_{i<j} u_{ij}\,, \tag{2.10}$$

$$Y - Y_I = \sum_{i<j} y_{ij}\,, \tag{2.11}$$

и делая Фурье преобразования, найдем:

$$\frac{\partial \tilde{u}_{ab}}{\partial \beta} = \tilde{u}_{ab} - \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_b)\tilde{u}_{ab} - \tilde{Q}_{ab} - \frac{1}{2}(\alpha_a + \alpha_b)$$
$$(\nabla\tilde{u}_{ab} \cdot \nabla s_{ab})^F + \tilde{y}_{ab}\frac{1}{2}\frac{1}{\Omega}\sum_k \varepsilon_k(\tilde{u}_{ak}\tilde{u}_{bk} + \tilde{u}_{ak}\tilde{s}_{bk} + \tilde{u}_{bk}\tilde{s}_{ak}), \tag{2.12}$$

где:

$$\varepsilon_a = \alpha_a x^2\,, \tag{2.13}$$

$$Q_{ab}(r) = \frac{1}{4}(\alpha_a + \alpha_b)\nabla u_{ab}(r)\nabla u_{ab}(r) \tag{2.14}$$

Для парного взаимодействия частиц из (2.12) была получена система дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \tilde{u}_{ii}}{\partial \beta} = \tilde{\upsilon} - \delta\varepsilon\tilde{u}_{ii} - \tilde{Q}_{ii} - \frac{1}{2}\delta\rho\varepsilon\tilde{u}_{ii}^2 - \frac{1}{2}\rho\varepsilon\tilde{u}_{ie}^2 + \tilde{y}_{ii} \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial\tilde{u}_{ie}}{\partial\beta} = -\tilde{\upsilon} - \frac{1}{2}(1+\delta)\varepsilon\tilde{u}_{ie} - \tilde{Q}_{ie} - \frac{1}{2}\delta\rho\varepsilon\tilde{u}_{ie}\tilde{u}_{ii} - \frac{1}{2}\rho\varepsilon\tilde{u}_{ie}(\tilde{u}_{ee} + 1/2\tilde{s}) + \tilde{y}_{ie} \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial\tilde{u}_{ee}}{\partial\beta} = \tilde{\upsilon} - \frac{1}{2}\varepsilon\tilde{u}_{ee} - \tilde{Q}_{ee} - \frac{1}{2}\delta\rho\varepsilon\tilde{u}_{ie}^2 - \frac{1}{2}\rho\varepsilon\tilde{u}_{ee}(\tilde{u}_{ee} + \tilde{s}) + \tilde{y}_{ee} \tag{2.17}$$

Уравнения (2.15) - (2.17) решаются с граничным условием:

$$\tilde{u}_{ab} \xrightarrow{\beta\to 0} 4\pi\beta e^2 / x^2 \tag{2.18}$$

Квантовый псевдопотенциал

Используя полученные численные значения Слэттеровской суммы, искалась интерполяционная формула, которая в пределе $T \to \infty$ переходила бы в формулу Дойча:

$$u_{ab}\big|_{T>10^8 K} = \frac{e_a e_b}{r}\left(1 - \exp[-r/\lambda_{\alpha\beta}]\right) \tag{3.1}$$

Для рассматриваемой области температур и плотностей была найдена следующая интерполяционная формула, которая удовлетворяет граничному условию (3.1):

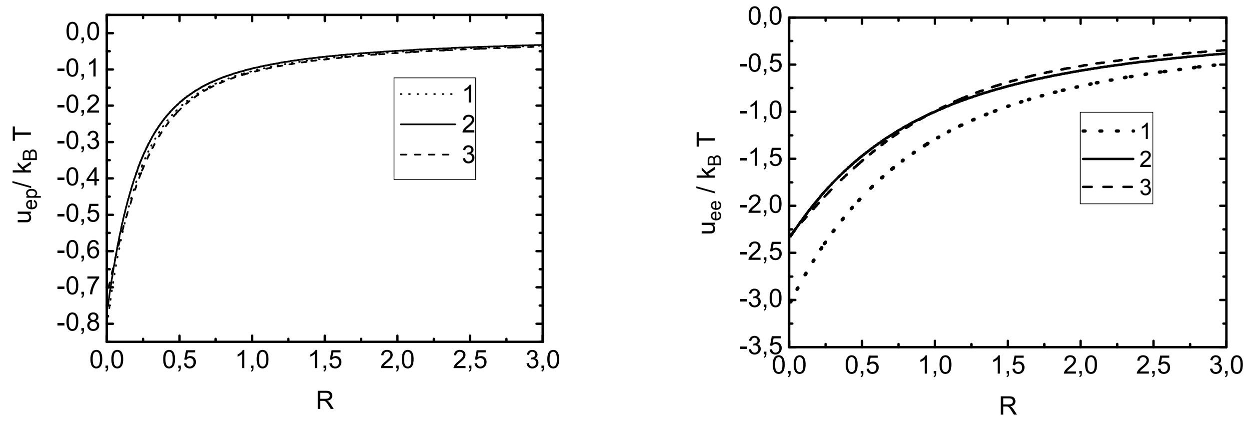
$$u_{ab}(r) = \frac{e_a e_b}{r}\left\{1 - \mathrm{th}\left(\frac{\lambda_{ab}^2}{a_{cp}^2 + br^2}\right)e^{-\mathrm{th}(\lambda_{ab}^2/(a_{cp}^2+br^2))}\right\}, \left(1 - e^{-r/\lambda_{ab}}\right) \tag{3.2}$$

где $a_{cp} = (3/4\pi n)^{1/3}$ среднее межчастичное расстояние, $b = 0.33$.

На рисунке 1 приведены графики потенциала (3.2), при различных температурах в сравнении с численными значениями эффективного потенциала, вычисленного из Слэттеровской суммы и потенциала (3.1).

Заключение

Получен квантовый псевдопотенциал взаимодействия с учетом эффекта дифракции и многочастичных квантовых эффектов при температурах $10^4 K < T < 10^8 K$ и при плотностях $n \geq 10^{21} cm^{-3}$. Приведенный псевдопотенциал взаимодействия при высоких плотностях и температуре больше $10^6 K$ согласуется с потенциалом Дойча.



a) b)

1 – потенциал (3.1), 2 – псевдопотенциал (3.2), 3 – значение псевдопотенциала на основе точного численного значения Слэттеровской суммы. Здесь a), b).

Рисунок 1 – Эффективный потенциал взаимодействия протон-электронной пары при разных температурах

Ж. Молдабеков, Т.С. Рамазанов, Қ.Н. Жұмағұлова

Екі компонентті плазмадағы бөлшектердің әсерлесу потенциалы

Классикалық Больцман факторын кванттық механикалық Слэтер қосындысына теңестіру арқылы тығыз плазмадағы зарядталған бөлшектердің өзара әсерлесуі зерттелді, осы кезде кванттық эффекті іске асады. Екі компонентті плазмадағы зарядталған бөлшектер арасындағы, жалпыланған қос потенциалға арналған аналитикалық формула алынды. Потенциалда анықталмау принципіне сәйкес диффракция эффектісін және тығыздық эффектілерінің дифракция эффектісіне әсерін есепке алады. Температура аралығында, ал концентрация аралығында қарастырылды. Жоғары температура және тығыздық шегінде алынған нәтижелер Дойч және Кельбгтің мәлім модельдеріне сәйкес келетіні анықталды.

Түйін сөздер: плазма, кванттық эффекттер, өзара әрекеттесудің жұп потенциалы.

Zh. A. Moldabekov, T.S. Ramazanov, K.N. Dzhumagulova

Pair interaction potential of particles in two component plasma

The interaction of charged particles in dense plasmas, in which quantum effects are important was investigated on the basis of comparison of the quantum-mechanical Slater sum and the classical Boltzmann factor. On the basis of numerical result and spline approximation an analytical expression for the pair interaction potential between charged particles in a two-component plasma was obtained. This potential takes into account the effect of diffraction. The potential in temperature region of and density region of is considered. It was found that in the limit of high temperatures and densities the results have a good agreement with well known models of Deutsch and Kelbg.

Keywords: plasma, quantum effects, pair interaction potential.