

НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЗИКА. РАДИОФИЗИКА

УДК 004.8.032.26

З.Ж. Жанабаев, Е.Т. Кожагулов*

НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы

*E-mail: kazgu.kz@gmail.com

Масштабная инвариантность нейронных сетей

Аннотация. Предлагаются новые нелинейные модели нейронных сетей, учитывающие их самоподобные иерархические свойства. Приведено сопоставление с известными численными моделями и физическими экспериментами по динамике нейронов. Теория указывает наличие универсальных закономерностей динамики нейронов, присущих открытым физическим системам.

Ключевые слова: нейронные сети, фрактал, численный эксперимент, информационная энтропия.

Введение

Междисциплинарное научное направление «нейронаука» включает в себя понятия «нейронные сети», «искусственный интеллект», «интеллектуальные измерения» и т.д. Основной проблемой является моделирование самосогласованной работы ансамбля взаимодействующих элементов с различными связями при наличии внешних сигналов. Требуется, чтобы моделируемая нейронная сеть обладала свойствами ассоциативности, устойчивости к шуму, распределенным характером хранения информации, адаптивностью к формированию связей между элементами, т.е. свойствами работы мозга. С точки зрения физики открытых систем, нелинейная динамика нейронной сети должна характеризоваться масштабной инвариантностью, фрактальностью, хаотичностью, определенными фазовыми соотношениями и т.д. Возникла необходимость в создании физической модели, универсальным образом описывающей указанные свойства. Одним из возможных вариантов поиска в этом направлении может служить исследование нелинейных фрактальных моделей экситонов и их образований - биекситонов, трионов и т.д. В работе [1] мы показали возможность описания современных экспериментов таким методом. Можно ис-

пользовать исходные уравнения этой работы для описания динамики нейронов – нервных клеток.

Эксперименты по измерению временной зависимости потенциала действия нейронов показывают наличие следующих закономерностей. Под действием стимула (внешнего потенциала) нейрон переходит из основного состояния в возбужденное состояние. Переход наблюдается в виде спайков – всплесков потенциала и их кластеров. Это явление также называется явлением «накопления - взрыва» (bursting). Наряду с берстовыми колебаниями нейрон может генерировать также разнообразные периодические, хаотические и шумоподобные колебания. Поэтому временная реализация потенциала нейрона в общем случае может иметь асимметрично перемежаемый (с чередованием относительного порядка, с взрывами) характер.

Амплитуды колебаний после взрыва резко возрастают (явление деполяризации) и наблюдается зависимость фазы спайковых кластеров от амплитуды колебаний (явление фазовой переустановки). Последние два факта говорят о наличии некоторой иерархии на различных масштабах, самоподобия в динамике нейронов.

Существуют различные модели, описывающие отдельные свойства нейронов. Целью настоящей

работы является построение наиболее простой нелинейной модели, описывающей основные закономерности динамики нейронов: асимметричная перемежаемость, хаотичность, иерархия и самоподобие, деполяризация, фазовая переустановка.

Исходные уравнения для нелинейных фрактальных мер

Основными свойствами фракталов являются их самоподобие и зависимость меры от масштаба измерения. Под мерой понимается любая физическая величина, характеризующаяся аддитивным измеримым множеством. К примеру, мерой геометрического фрактала служит длина, площадь, объем. Удивительное разнообразие физических свойств, например, нанообъектов обусловлено именно нелинейной зависимостью их меры от собственной ее величины. Этот факт убедительно показывает необходимость фрактального анализа в нанонауке [1, 2].

Известные теории фракталов предполагают независимый выбор минимального масштаба измерения (размера ячеек, покрывающих объект) от величины определяемой меры. Если нас интересует эволюция меры от заданного параметра порядка – определяющей переменной физического процесса, то масштаб измерения выбирается через этот параметр и искомую меру. Следовательно, фрактальная мера будет нелинейной функцией, зависящей от самого процесса.

Запишем традиционное определение фрактальной меры M в виде

$$M = M_0 \left(\frac{|\Delta M|}{M_*} \right)^{-\gamma}, \quad \gamma = D - d, \quad \gamma > 0, \quad (1)$$

где M_0 – регулярная (нефрактальная) мера, ΔM – масштаб измерения, M_* – норма M , D – фрактальная размерность множества значений M , d – топологическая размерность носителя меры. Учитывая то, что ΔM не зависит от M , меру, определяемую формулой (1), можно условно назвать линейной. Зависимость ΔM от M предполагает существование некоторого условия в виде внешнего возмущения, в общем случае – параметра порядка.

При наличии параметра порядка λ можно выбрать ΔM в следующих формах:

$$\Delta M_M = \frac{|M - \lambda|}{M} = \left| 1 - \frac{\lambda}{M} \right|, \quad \Delta M_\lambda = \frac{|M - \lambda|}{\lambda} = \left| 1 - \frac{M}{\lambda} \right|, \quad (2)$$

где индексы M , λ соответствуют нормам ΔM . С учетом (2) формула (1) запишется в виде

$$M_M = M_0 \left(\left| 1 - \frac{\lambda}{M} \right| \right)^{-\gamma}, \quad M_\lambda = M_0 \left(\left| 1 - \frac{M}{\lambda} \right| \right)^{-\gamma}. \quad (3)$$

В пределе $\gamma \rightarrow 0$ имеем $M_M = M_\lambda = M_0$, что соответствует смыслу M_0 . При $\lambda = 0$ имеем $M_M = M_0$, $M_\lambda = 0$. Это означает, что фрактальная мера, определяемая собственной нормой, существует и в случаях отсутствия внешнего воздействия, характеризуемого параметром λ .

Применим формулы (3) к описанию потенциала действия нейронов. Используя упрощенные обозначения $M_M = M = V$, $M_0 = V_0$, $\lambda = F(t)$, $M_\lambda = V_{1,F}$ из формул (3) получим для потенциала нейрона V_1 выражения

$$\left(\left| 1 - \frac{F(t)}{V} \right| \right)^{-\gamma} = f(V), \quad (4)$$

где V_0 , $V_{0,F}$ – пороговые потенциалы возбуждения. Нейронам присущи свойства квазичастиц, они не могут существовать без движения и вне среды, колебаниями которой они и являются. Нейроны взаимодействуют путем передачи потенциалов действия. Поэтому естественно принять, что действие потенциалов носит модуляционно-периодический характер и в уравнении (4) мы можем принять внешнее поле в виде

$$F(t) = A(1 + B \sin(\Omega t)) \quad (4a)$$

Учитывая только низкочастотные изменения амплитуды модулированных колебаний, для системы N нейронов с целью удобства численного анализа уравнения (4) запишем в итерационном виде

$$V_{1,i+1}^{(k)} = V_{1,0}^{(k)} \left(\left| 1 - \frac{F^{(k)}(t)}{\sum_{k=1}^N V_{1,i}^{(k)}} \right| \right)^{-\gamma}, \quad (5a)$$

$$V_{1,i+1,F}^{(k)} = V_{1,0,F}^{(k)} \left(\left| 1 - \frac{\sum_{k=1}^N V_{1,i,F}^{(k)}}{F^{(k)}(t)} \right| \right)^{-\gamma} \quad (5b)$$

Более сложные кластеры определим в виде ансамблей нейронов, имеющих иерархические структуры порядка n :

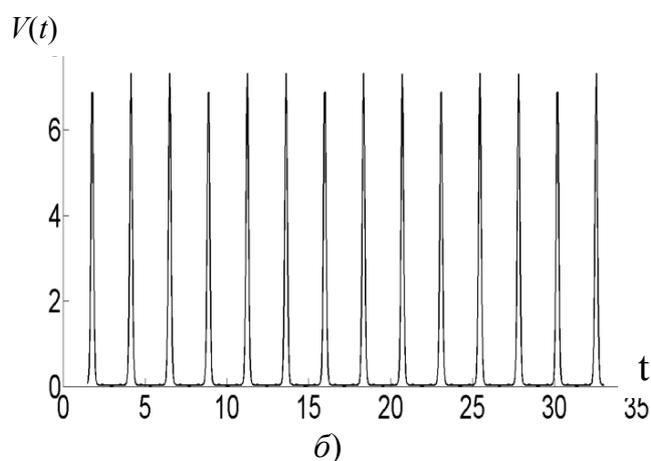
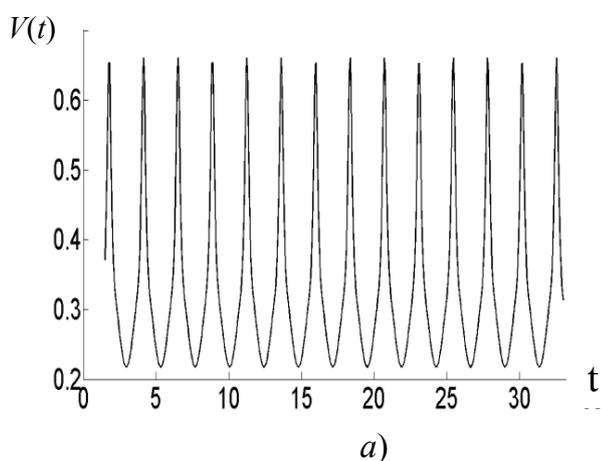
$$\left(\dots \left(\frac{V}{n} \right) \right), \quad (6a)$$

$$\left(\dots \left(\frac{V}{n} \right) \dots \right), \quad (6б)$$

где число скобок равно n . Уравнение (5a) учитывает возможность собственных подпороговых колебаний нейрона и при $F(t)=0$, а уравнение для (5б) – только наличие стимула $F(t) \neq 0$.

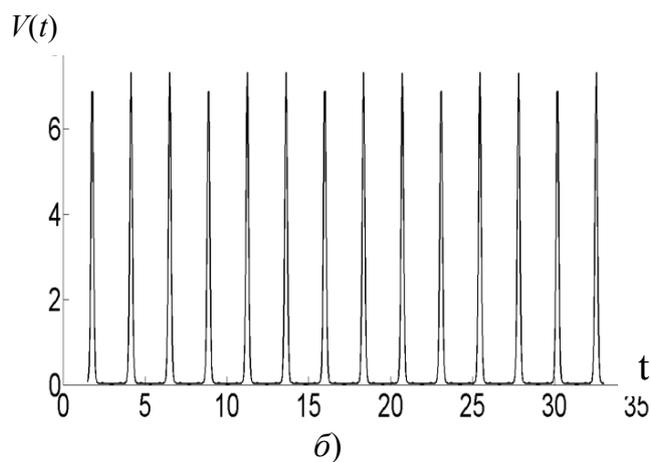
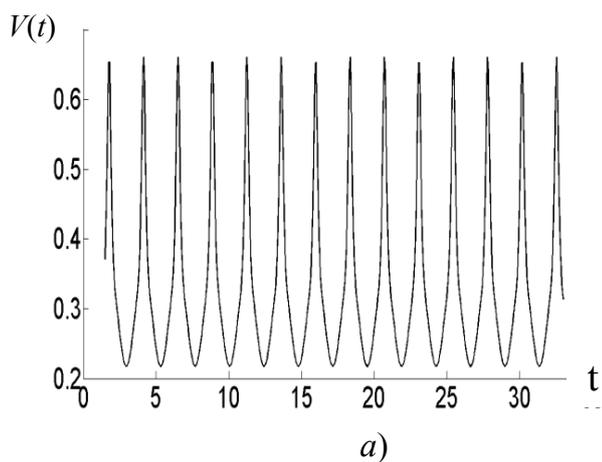
Результаты численного анализа

Ниже приведены результаты численного анализа системы уравнений (5,6a) для случая $N=3, \Omega=25$. Используются самоподобное $(1-I_2)$ и самоаффинное $(1-I_1)$ значения фрактальных размерностей, где $I_1 = 0.567, I_2 = 0.806$ - неподвижные точки нормированной информации и информационной энтропии [2]. Мы также использовали комбинации I_1, I_2 с топологической размерностью $d = 1, 2, 3$. На рисунке 1 показана временная зависимость потенциала действия нейрона в виде одиночных спайков согласно (5 б).



a) $1-\gamma=1-I_2, A=0.323, B=0.8, V_0^{(1,2,3)}=0.2$; б) $\gamma=1+I_2, A=0.323, B=0.8, V_0^{(1,2,3)}=0.2$.

Рисунок 1 – Влияние размерности $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ на реализации



a) $V_0^{(1,2,3)}=0.1, A^{(1)}=0.618, A^{(2)}=0.567, A^{(3)}=0.433, B^{(1,2,3)}=0.4, \gamma=1-I_2$; б) $V_0^{(1,2,3)}=0.1, A^{(1)}=0.7, A^{(2)}=0.5, A^{(3)}=0.4, B^{(1,2,3)}=0.4, \gamma=1-I_2$

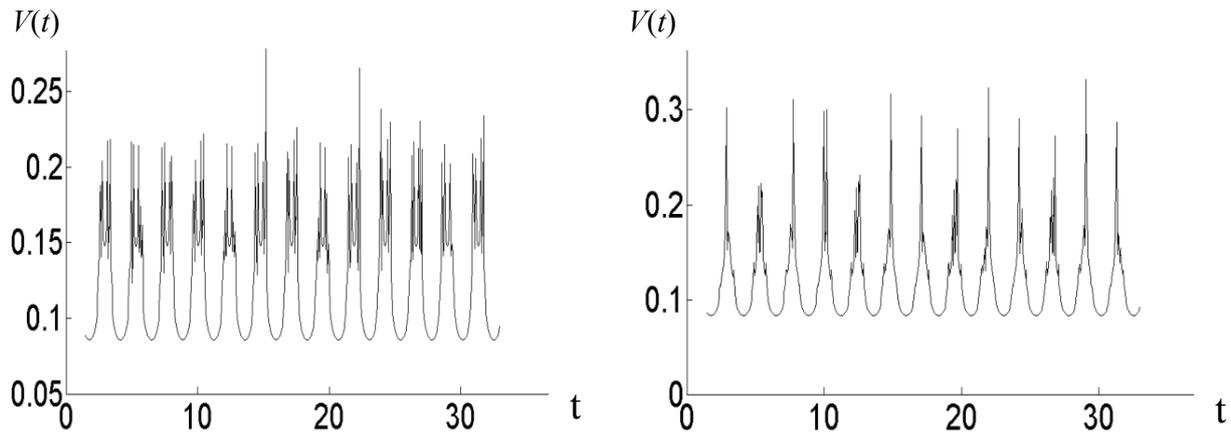
Рисунок 2 – Влияние амплитуды возмущения на реализацию

На рисунке 2 показано влияние амплитуды возмущения A в (5,б) на систему взаимосвязанных нейронов с одинаковыми значениями γ . Малое изменение параметра может привести к большой разнице полученных результатов. Принятые значения A реализуют хаотические спайк-берстовые колебания (рис.

2а) на чередующиеся одиночные спайки – пачки с небольшим количеством всплесков (рис 2б).

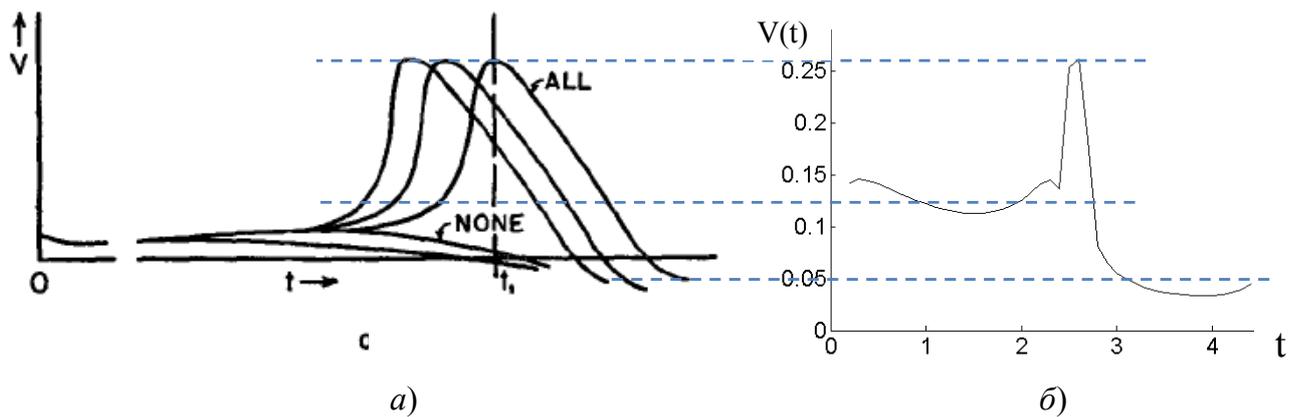
Коэффициент модуляции B меняет количество осцилляции (рис 3).

Из этих результатов следует возможность описания реальных нейронных систем в широких пределах изменения их параметров.



а) $V_0^{(1,2,3)} = 0.2$, $A^{(1,2,3)} = 0.618$, $B^{(1,2,3)} = 0.8$, $\gamma = 1 - I_1$; б) $V_0^{(1,2,3)} = 0.2$, $A^{(1,2,3)} = 0.618$, $B^{(1,2,3)} = 0.4$,

Рисунок 3 – Влияние параметра B в (5,б) на реализацию



$\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1 - I_1$, $A^{(1,2,3)} = 0.323$, $B^{(1,2,3)} = 0.323$, $V_0^{(1,2,3)} = 0.194$

Рисунок 4 – (а) мембранные потенциалы действия аксона гигантского кальмара для модели ФитцХью-Нагумо, (б) реализации системы (5а)

Сопоставление с известными моделями и физическими экспериментами

Ходжкин и Эндрю Хаксли разработали пер-

вую количественную модель распространения электрического сигнала (потенциала действия) вдоль аксона гигантского кальмара, их идеи

впоследствии были расширены ФитцХью-Нагумо и сегодня применяются для широкого круга возбудимых клеток [3, 4].

На рис. 4а приведена типичная картина изменения потенциала отдельного нервного волокна гигантского кальмара согласно [4]. Рис. 4б показывает возможность получения близких режимов динамики нейрона из системы (5,б).

L.D. Pozzo-Miller, R.R. Llinas [5] и другие авторы приводят пример активности гигантского нейрона первого порядка из системы гигантских волокон кальмаров (рис. 5).

На рисунке 6 показан результат настоящей теории для одиночных спайков согласно (5а) и (6а) при $n=2$. Наша теория описывает не только разнообразие спайков, но и наличие хаотичных вибраций (в разной сложности) в состоянии покоя нейрона.

Экспериментальные результаты R.Baker, W.Precht и R.Llinas [6] для животных с нормальной и нарушенной мозговой деятельностью были получены от кошек под действием наркоза (рис. 7). Близкую картину временной эволюции потенциала действия нейронов можно получить системой (5а).

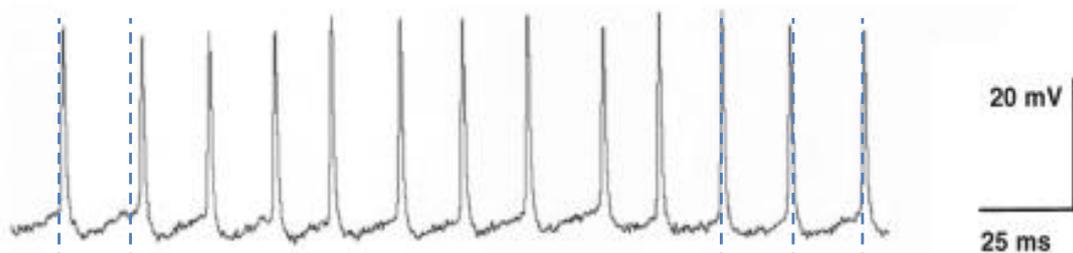
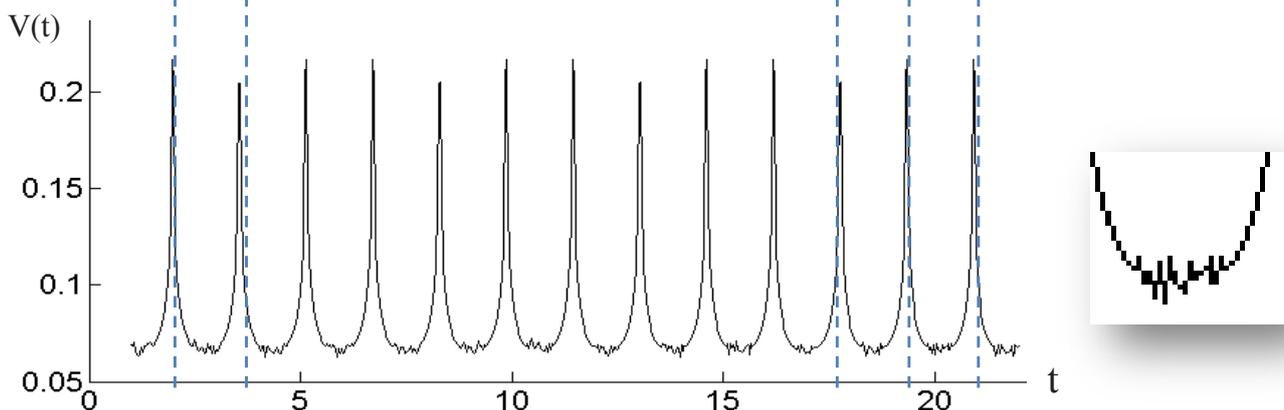


Рисунок 5 – Потенциал действия гигантских нейронов первого порядка



$$\gamma_1 = 0.232, \quad \gamma_2 = 1 - I_1, \quad 1 - \gamma_3 = 1 - I_1, \quad V_0^{(1,2,3)} = 0.194, \quad A^{(1)} = 0.3, \quad A^{(2)} = 0.43, \quad A^{(3)} = 0.53, \\ B^{(1,2,3)} = 0.565.$$

Рисунок 6 – Реализация системы (5а) для разных фрактальных характеристик

Фаза колебаний является важнейшей характеристикой нейронных систем. На рисунке 9 приводится пример потенциала действия нейрона согласно (5а, 5б), где видны различия фаз колебаний.

На рис. 10а представлены потенциалы действия пяти нейронов с различными фазами согласно (5б). После деполяризации под действием стимула (надпороговые колебания) фазы колебаний захватываются, наблюдается близкий режим

к когерентному (рис. 10б). Такой же эффект дает и формула (5а). Этот результат называется перестановкой фазы, наблюдается в экспериментах.

Заключение

Численный анализ исходных уравнений показывает возможность описания основных экспериментальных закономерностей динамики нейронной активности. Модель чувствительна

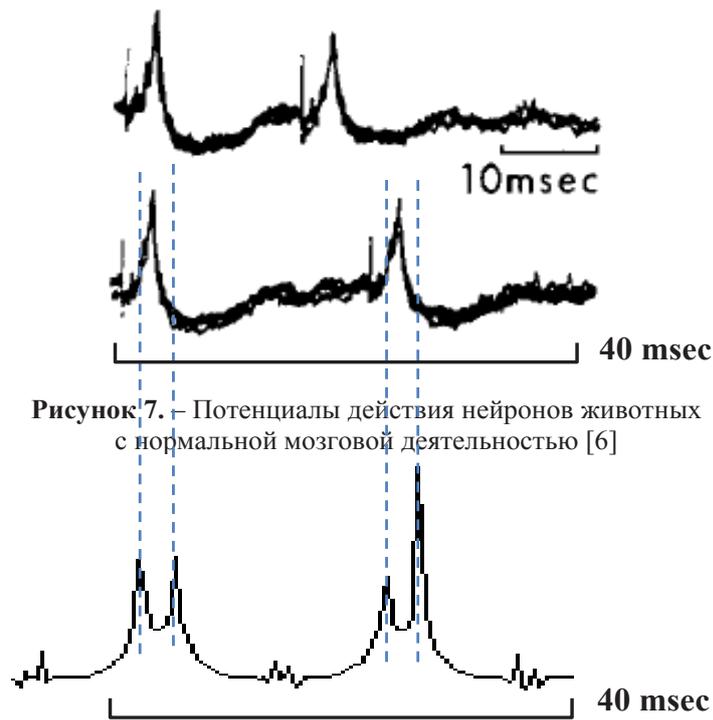
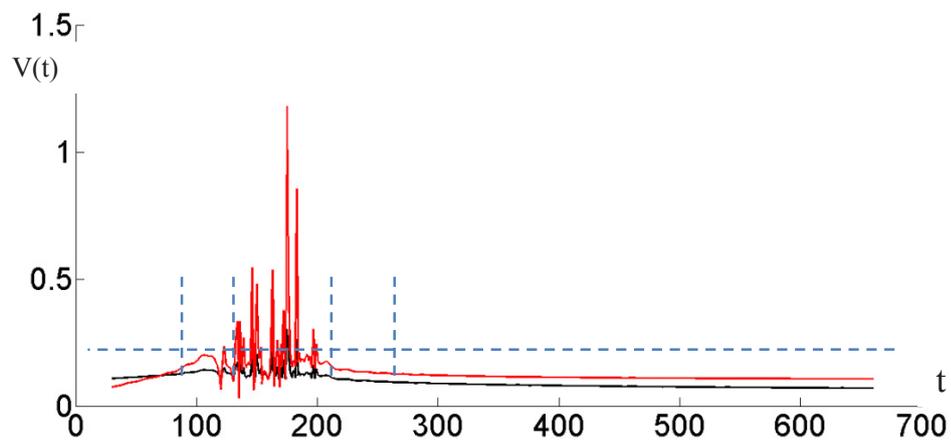


Рисунок 7. – Потенциалы действия нейронов животных с нормальной мозговой деятельностью [6]

$$\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1 - I_2, \quad V_0^{(1)} = 0.194, V_0^{(2)} = 0.191, \quad V_0^{(3)} = 0.199, \quad A^{(1)} = 0.373, A^{(2)} = 0.512, \\ A^{(3)} = 0.397, B^{(1,2,3)} = 0.5129.$$

Рисунок 8 – Реализация системы (5а), (6а) при n=2



$$\gamma^{(1)} = 1 - I_2, \gamma^{(2)} = 1 - I_1, V_0^{(1)} = 0.1, V_0^{(2)} = 0.1$$

Рисунок 9 – Реализации систем (5а - красная линия) и (5б - черная линия) цвет в «online» версии

к малым изменениям параметров, интервалы изменения переменных и параметров соответствуют экспериментальным фактам. Предлагаемая модель является универсальной физической

моделью: исходным фундаментом является наша новая идея о существовании нелинейных фракталов, масштабы наблюдения которых должны зависеть от параметров системы.

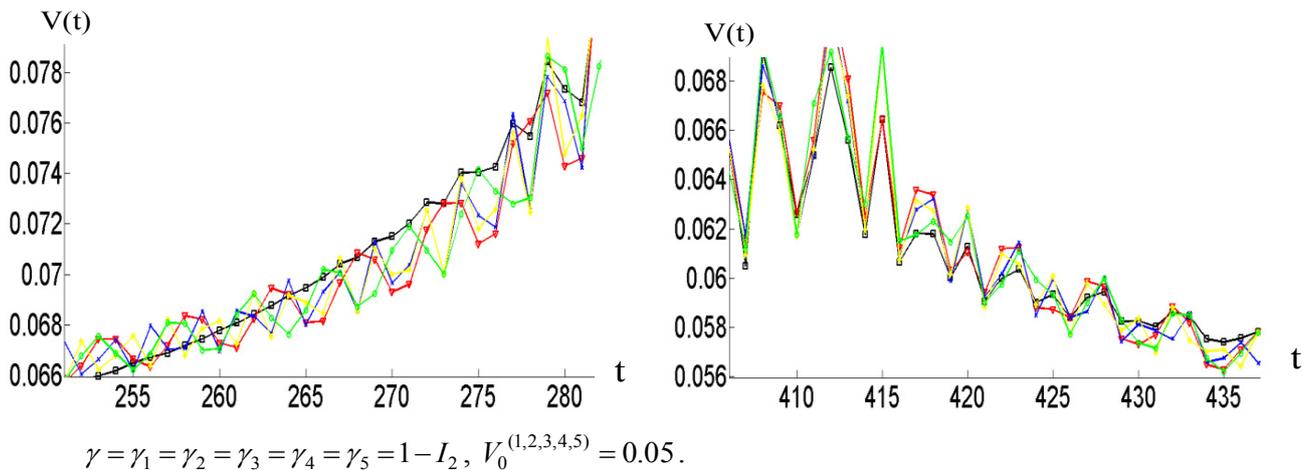


Рисунок 10 – Реализация фазовой переустановки для нейронной сети

Литература

- 1 Zhanabayev Z.Zh., Grevtseva T.Yu. Nonlinear Fractals and Exciton Formation in Nanostructured Semiconductors // Eurasian Physical Technical Journal. – 2011. – Vol. 8, № 1(15). – P. 23-28.
- 2 Zhanabayev Z.Zh., Grevtseva T.Yu. Fractal Properties of Nanostructured Semiconductors // Physica B: Condensed Matter. – 2007. – Vol. 391, № 1. – P.12-17.
- 3 Hodgkin A.L., Huxley A.F. A Quantitative Description of Membrane Current and its Application to Conduction and Excitation in Nerve // Bulletin

of Mathematical Biology. – 1990. – Vol. 52, № 1/2. – P. 25-71.

- 4 Fitz Hugh R. Mathematical Models of Threshold Phenomena in the Nerve Membrane // Bulletin of Mathematical Biophysics. – 1955. – Vol. 17. – P. 257-278.

5 Pozzo-Miller L.D., Moreira J.E., Llinas R.R. The First-Order Giant Neurons of the Giant Fiber system in the Squid: Electrophysiological and Ultrastructural Observations // Journal of Neurocytology. – 1998. – Vol. 27. – P. 419-429.

- 6 Baker R., Precht W., Llinas R. Cerebellar Modulatory Action on the Vestibulo-Trochlear Pathway in the Cat // Exp. Brain Res. – 1972. – Vol. 15. – P. 364-385.

З.Ж. Жаңабаяев, Е.Т. Қожағұлов

Нейрондық тордың масштабты инварианттылығы

Нейрондық тордың құрылымдық, өзұқсас қасиеттерін сипаттайтын жаңа бейсызық модель ұсынылды. Белгілі сандық модельдермен және физикалық тәжірибелермен салыстыру нәтижесінде басым қасиеттері көрсетілді. Ұсынылған теңдеулер ашық жүйенің заңдылықтарын сипаттайтындығы дәлелденді.

Түйін сөздер: нейрондық желілер, фрактал, сандық эксперимент, ақпараттық энтропия.

Z.Zh. Zhanabayev, E.T. Kozhagulov
Scale - invariance of neural networks

New nonlinear models for the description of neural networks have been suggested, these models are taking into account their hierarchial self-similar properties. Results of modeling have been compared with well-known numerical models and physical experiments on neural dynamics. The theory takes into account universal laws of neural dynamics, inherent to open physical system.

Keywords: neural networks, fractal, numerical simulation, information entropy