

УДК 533.9:51-73

Г.С. Дихамбаева, К.Н. Джумагулова*, Т.С. Рамазанов

Казахский национальный университет имени ль-Фараби, Казахстан, г.Алматы

*E-mail: dzhumagulova.karlygash@gmail.com

Радиальная функция распределения частиц неидеальной квазиклассической плазмы

Аннотация. Основная проблема теоретического исследования структурных свойств плазмы заключается в получении корреляционных функций распределения на основе заданного потенциала взаимодействия. Для решения этой задачи было использовано интегральное уравнение Орнштейна – Цернике, связывающие радиальную функцию распределения с потенциалом взаимодействия.

Ключевые слова: квазиклассическая плазма, корреляционная функция, потенциал взаимодействия, радиальная функция распределения.

Введение

В настоящее время наиболее полно разработана физика разреженной идеальной плазмы как в плане теоретического, так и экспериментального исследования ее свойств. В последнюю четверть века исследователи проявляют повышенный интерес к неидеальной плазме, где существенную роль играют межчастичные взаимодействия. Это прежде всего связано с расширением области использования неидеальной плазмы при разработке технических процессов. Например, неидеальная плазма возникает при воздействии высокоинтенсивных потоков энергии на поверхности различных материалов, ядерных взрывах и сверхзвуковом движении тел в плотных слоях атмосфер планет. Неидеальная плазма является перспективным рабочим телом в мощных стационарных и импульсных МГД-генераторах, ракетных двигателях с газофазным реактором и плазматронах. Потребность в надежном определении физических характеристик неидеальной плазмы возникает при реализации идеи импульсного термоядерного синтеза, осуществляемого путем лазерного обжаривания сферических мишеней, а также при изучении процессов, происходящих в некоторых космических объектах.

Таким образом для адекватного описания широкого круга явлений необходимы достоверные сведения о термодинамических, транспортных,

электродинамических и других характеристиках неидеальной плазмы. В настоящее время накоплен обширный материал по экспериментальному исследованию и созданию модельных теорий неидеальной плазмы и теоретическому исследованию слабонеидеальной плазмы, к описанию которой применимы приближенные методы.

Выбор потенциала взаимодействия частиц квазиклассической плазмы

Известно, что взаимодействие заряженных частиц между собой описывается законом Кулона с потенциалом:

$$\Phi(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r},$$

где r – расстояние между α и β частицами. С другой стороны, заряды в плазме хаотически движутся и энергия их теплового движения в среднем равна $k_B T$.

Отношение средней потенциальной энергии взаимодействия частиц среды к тепловой энергии их движения имеет вид:

$$\Gamma = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{ak_B T}, \quad (2.1)$$

где a – среднее расстояние между частицами, оно выражается через концентрацию плазмы в следующей форме:

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}. \quad (2.2)$$

Безразмерный параметр Γ , характеризующий среднюю силу взаимодействия частиц среды, называется параметром неидеальности плазмы. При $\Gamma \ll 1$ плазма представляется идеальной системой (взаимодействие между частицами мало), а если $\Gamma < 1$, среда является неидеальной, а в случае $\Gamma \gg 1$ сильно неидеальной. Плотность плазмы определяется с помощью безразмерного параметра плотности:

$$r_s = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3} \frac{m_e e^2}{\hbar^2}. \quad (2.3)$$

Параметр вырождения:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r} \left(1 - th(\sqrt{2} \frac{\lambda_{\alpha\beta}^2}{a^2 + br^2}) e^{-th(\sqrt{2} \frac{\lambda_{\alpha\beta}^2}{a^2 + br^2})} \right) \left(1 - e^{-r/\lambda_{\alpha\beta}} \right) \quad (2.5)$$

$$b = 0.033$$

Здесь $\lambda_{\alpha\beta}$ – дебройлевская длина волны пары частиц сортов α и β . Особенностью этого псевдопотенциала является учет квантового эффекта дифракции на малых расстояниях в широком диапазоне температур и плотностей. Как было показано в работе [1], этот потенциал в пределе $T \rightarrow \infty$ переходит в потенциал Дойча, описывающий взаимодействие заряженных частиц плазмы при больших температурах.

На рисунках 1 и 2 представлены графики потенциалов Кулона, Дебая – Хюккеля, Дойча [2] и потенциала (2.5). Как видно из рисунков, потенциалы (2.5), Дойча и Кулона не экранированы, как потенциал Дебая – Хюккеля, учитывающего экранировку заряда. Потенциалы (2.5) и Дойча являются конечными на малых расстояниях в отличие от потенциала Кулона, но потенциал (2.5) лежит ниже и разница между ним и потенциалом Дойча растет с уменьшением температуры (ростом Γ).

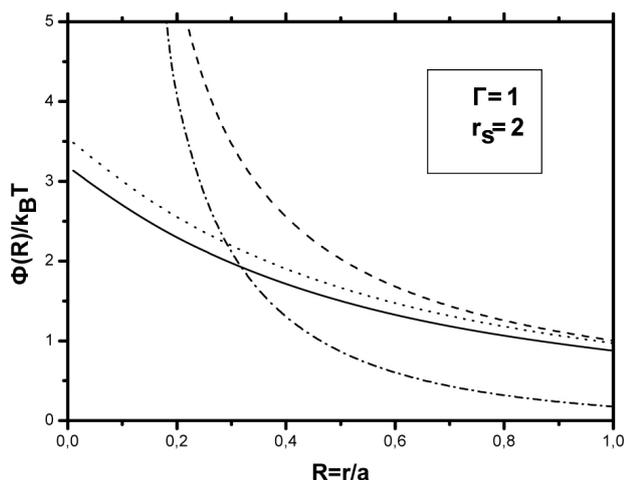
$$\theta = \frac{k_B T}{E_F} = 2 \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{2/3} \frac{r_s}{\Gamma}, \quad (2.4)$$

где h – постоянная Планка, $E_F = \hbar^2(3\pi^2 n)^{2/3}/(2m_e)$ – энергия Ферми электронов среды. Если $\theta \ll 1$, то электроны плазмы практически полностью вырождены и подчиняются статистике Ферми-Дирака, а в случае $\theta \gg 1$ электронная подсистема плазмы рассматривается как классическая.

В последнее время широкое распространение получил так называемый метод псевдопотенциалов. В применении к квазиклассической плазме он заключается в том, что при вычислении характеристик неидеальной плазмы используются более простые уравнения классической физики, а учет квантовых эффектов производится непосредственно в микропотенциале взаимодействия частиц системы. В данной работе используется следующий квазиклассический псевдопотенциал[1]:

Вычисление радиальной функции распределения частиц

В данной работе радиальные функции распределения частиц квазиклассической плазмы вычисляются на основе метода интегральных уравнений. Следует отметить, что во многих работах, где решались интегродифференциальные уравнения, особо отмечалась необходимость использования неэкранированного потенциала взаимодействия, чтобы избежать двойного экранирования. Таким образом использование уравнения Орнштейна – Цернике (ОЦ) для нахождения радиальных функций распределения на основе неэкранированного потенциала (2.5) вполне оправданно. Для решения уравнения ОЦ использован алгоритм, где осуществляется переход к Фурье образам корреляционных функций:



--- потенциал Кулона, потенциал Дойча, -
- - - - потенциал Дебая-Хюккеля, ——— потенциал
(2.5).

Рисунок 1 – Потенциалы взаимодействия частиц квазиклассической плазмы

$$c(k) = \frac{4\pi}{k} \int_0^\infty rc(r) \sin(kr) dr, \quad (3.1)$$

$$h(k) = \frac{4\pi}{k} \int_0^\infty rh(r) \sin(kr) dr, \quad (3.2)$$

Здесь $c(r)$ – прямая корреляционная функция, $h(r) = g(r) - 1$ – полная корреляционная функция. ГПЦ расщепление имеет вид [3]:

$$c(r) = h(r) - \ln(g(r)) - \frac{\Phi(r)}{k_B T} + B(r). \quad (3.3)$$

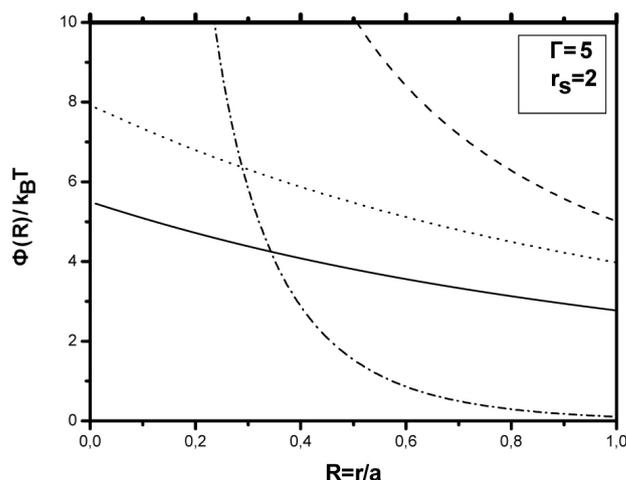
Уравнение Орнштейна-Цернике для Фурье образов переписывается следующим образом:

$$h(k) = c(k) + \frac{3}{4\pi} h(k)c(k). \quad (3.4)$$

Уравнение (3.4) является алгебраическим, выразив из него $h(k) = g(k) - 1$

$$h(k) = \frac{c(k)}{1 - 3c(k)/(4\pi)}, \quad (3.5)$$

взяв нулевое приближение для радиальной функции:



--- потенциал Кулона, потенциал Дойча,
- - - - потенциал Дебая-Хюккеля,
——— потенциал (2.5).

Рисунок 2 – Потенциалы взаимодействия частиц квазиклассической плазмы

$$g(r) = \exp\left(-\frac{\Phi(r)}{k_B T}\right) \quad (3.6)$$

и используя выражение (3.3) для $c(r)$, можно было бы решить уравнение (3.6) с помощью метода последовательных приближений. Однако, вследствие того, что функция $c(r)$ является быстро убывающей функцией расстояния, расчет $c(k)$ становится невозможным. Поэтому, вводятся вспомогательные функции $N(r) = h(r) - c(r)$ и $u_l(r)$. Уравнения (3.5), (3.3) переписываются как

$$N_s(k) = \frac{c(k)}{1 - 3c(k)/(4\pi)} - c_s(k), \quad (3.7)$$

$$g(r) = \exp[N_s(r) - \Phi_s(r) + B(r)], \quad (3.8)$$

$$c_s(r) = g(r) - 1 - N_s(r), \quad (3.9)$$

где

$$\Phi_s(r) = \Phi(r) - u_l(r), \quad (3.10)$$

$$c_s(r) = c(r) + u_l(r), \quad (3.11)$$

$$N_s(r) = N(r) - u_l(r). \quad (3.12)$$

При адекватном выборе функции $u_2(r)$ уравнения (3.7) – (3.9) можно решить численно методом итераций с начальным приближением (3.6).

Обратное Фурье преобразование выполняется по формуле:

$$c(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^{\infty} kc(k) \sin(kr) dk . \quad (3.13)$$

Для других корреляционных функций обратное преобразование Фурье выполняется аналогично.

На рисунке 3 приведены радиальные функции распределения при фиксированном параметре связи и различных параметрах плотности. С увеличением плотности появляется пик, что свидетельствует о появлении ближнего порядка в системе. Электрон-электронные радиальные функции распределения при фиксированном параметре плотности и различных параметрах связи проанализированы на рисунке 4. Кривая, имеющая параметр связи больше, быстрее выходит на единицу, это связано с тем, что увеличение параметра связи

усиливается эффект парных корреляций между частицами, т.е. радиус корреляции уменьшается, и радиальная функция распределения быстрее выходит на единицу. Вместе с тем на малых расстояниях более сильное отталкивание между одноименными зарядами приводит к тому, что вероятность обнаружения двух частиц на фиксированном расстоянии друг от друга меньше для больших Γ . Сравнение радиальных функций распределения, полученных на основе эффективного потенциала (2.5) с радиальными функциями, полученными на основе других потенциалов, представлено на рисунках 5 а,б. Из рисунков видно, что данные полученные в рамках (2.5), стремятся к результатам, на основе потенциала Дойча при уменьшении Γ . Также видно, что при $\Gamma=10$ $r_s = 2$ в то время как на радиальные функции на основе Кулона уже возникает максимум, на радиальных функциях на основе потенциалов Дойча и (2.5) максимумов не наблюдается, так как учет эффектов дифракции в этих потенциалах ослабляет взаимодействие на малых расстояниях. Так же отметим, что с увеличением Γ видно, что разница между радиальными функциями на основе потенциалов Дойча и (2.5) увеличивается.

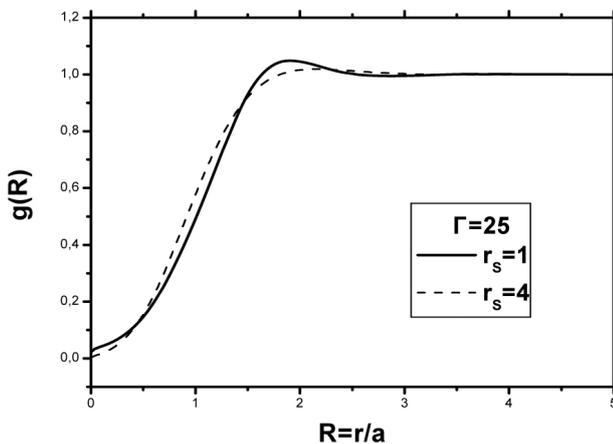


Рисунок 3 – Электрон-электронные радиальные функции распределения при фиксированном параметре связи и различных параметрах плотности

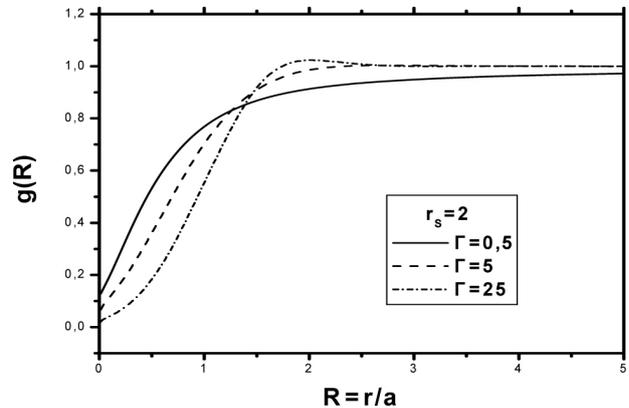


Рисунок 4 – Электрон-электронные радиальные функции распределения при фиксированном параметре плотности и различных параметрах связи

Выводы

С помощью решения уравнения Орнштейна – Цернике получены радиальные функции распределения частиц квазиклассической

плазмы, взаимодействующих посредством потенциала, учитывающего эффект дифракции в широком диапазоне температур и плотностей. Полученные результаты будут использованы

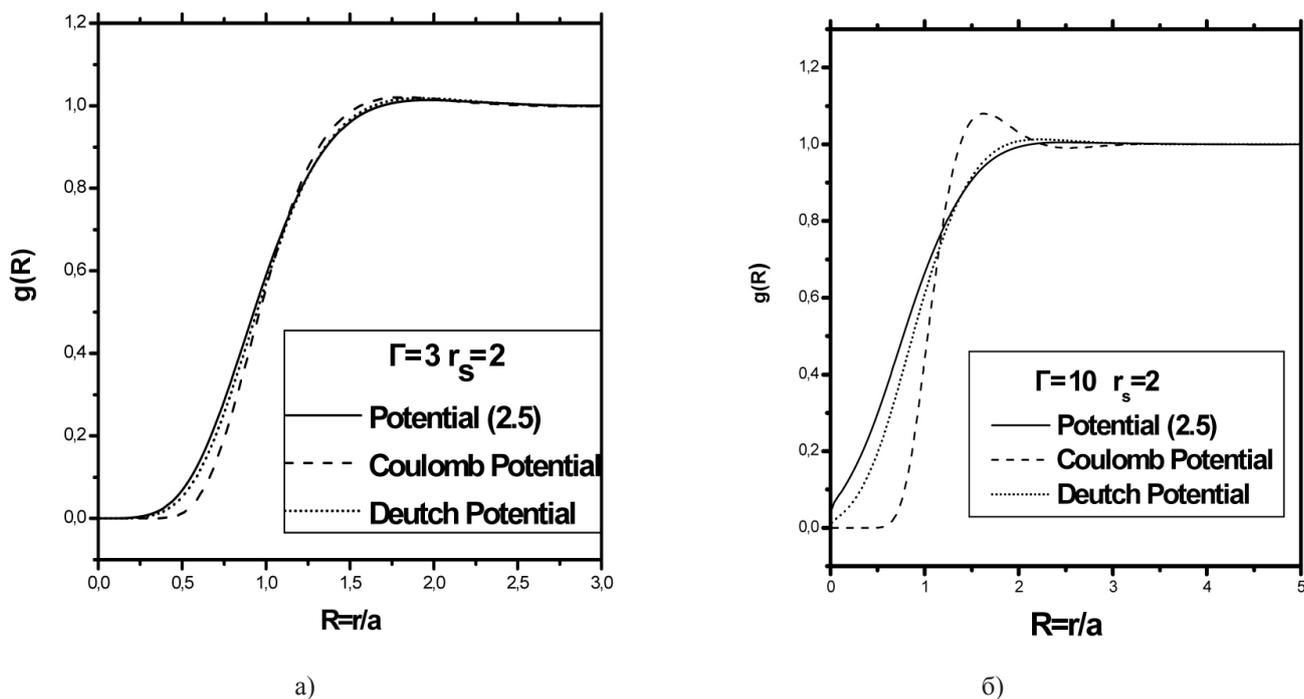


Рисунок 5 – Сравнение радиальных функций распределения с другими, полученными на основе потенциала Кулона и Дойча

для дальнейшего исследования свойств квазиклассической плотной плазмы.

Литература

1 Moldabekov Zh.A., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N. The Behavior of Dust Particles Near Langmuir Probe // *Contr. Plasma Phys.* – 2012. – Vol.52, №2. – P.110-113.

2 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N. Effective screened potentials of strongly coupled semi-classical plasma // *Phys.Plasmas.* – 2002. – Vol.9. – P.3758 (4 p.).

3 Ietomi H., Ogata S. and Ishimaru S. Bridge functions and improvement on the hypernetted-chain approximation for classical one-component plasmas // *Phys.Rev.A.* – 1992. – Vol.46. – P.1051-1058.

Г.С. Дихамбаева, Қ.Н. Жұмағұлова, Т.С. Рамазанов

**Идеал емес квазиклассикалық плазма бөлшектерінің радиалды таралу
функциясы және құрылымдық қасиеттері**

Құрылымдық қасиеттерді теориялық зерттеудің негізгі мәселесі берілген әсерлесу потенциалы негізінде корреляциялық таралу функциясын анықтау болып табылады. Осы мақсатта радиалды таралу функциясын әсерлесу потенциалымен байланыстыратын Орнштейн – Церникенің интегралдық теңдеулері қолданылады.

Түйін сөздер: квазиклассикалық плазма, корреляциялық функция, әсерлесу потенциалы, таралудың радиалдық функциясы.

G.S. Dyhambaeva, K.N. Dzhumagulova, T.S. Ramazanov

Radial distribution function of the nonideal semiclassical plasma particles

The main problem of the theoretical study of structural properties of the plasma is to obtain the correlation functions of the particles distribution based on a given interaction potential. To solve this problem we used the integral equation of Ornstein – Zernike connecting the radial distribution function with the interaction potential.

Keywords: semi-classical plasma, correlation function, interaction potential, radial distribution function.