

Атомдық ядро және  
элементарлық бөлшектердің  
физикасы

Физика атомного ядра и  
элементарных частиц

Physics of an atomic nucleus  
and elementary particles

УДК 539.12.01;539.12:530.131+539.125.17.

М. Динейхан\*, С.А. Жаугашева, Г.Г. Сайдуллаева, Н. Хабыл  
Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы  
\*E-mail: diney@physics.kz

### Определение свойств экзотических мезонов в релятивистской модели кварков

**Аннотация.** В данной работе приведены результаты исследований  $X(3872)$  мезона в виде четырехкваркового состояния. Проанализирован его однофотонный распад  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  в рамках релятивистской модели кварков, которая включает инфракрасный конфайнмент. Подходящие значения размерного параметра  $\Lambda_X$   $X$ -мезона взяты из экспериментальных данных. Для введения электромагнетизма определён нелокальный эффективный Лагранжиан, описывающий взаимодействие мезона с его четырьмя составляющими кварками. Вычислен матричный элемент  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  распада и доказана его калибровочная инвариантность. А также оценены ширина распада  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  и продольный поперечный состав  $J/\psi$  частицы в данном распаде.

**Ключевые слова:** релятивистская модель кварков, экзотические мезоны, однофотонный распад, инфракрасный конфайнмент.

#### Введение

$X(3872)$  мезон – эта новая необычная частица, которая была открыта в 2003 г. коллаборацией Belle [1]. Ее существование независимо подтверждено в эксперименте BaBar [2], а так же в эксперименте CDF [3] в Фермилабе, при столкновении протонов и антипротонов с энергией в системе центра масс около 2 ТэВ на коллайдере Tevatron [4]. Из наблюдения распада  $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$  коллаборации Belle [5] и

BABAR [6] и из углового анализа выполненного экспериментом CDF было показано, что квантовые числа  $X(3872)$  мезона  $J^{PC}$  может иметь значения  $1^{++}$  или  $2^{-+}$ . Однако наблюдая распад  $X(3872) \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0$  Belle и BABAR [7,8] обнаружили, что значение  $2^{-+}$  не согласуется со свойствами  $X(3872)$  мезона.

Коллаборация Belle [8] обнаружил распад  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ :

$$B(B \rightarrow XK)B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (1.8 \pm 0.6(stat) \pm 0.1(syst)) \times 10^{-6},$$

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.14 \pm 0.05. \quad (1)$$

Из этих результатов видно, что  $X(3872)$  мезон так же может распадаться на три пиона:  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Эти результаты показывают сильное нарушение изоспина так как три-

пионный распад происходит через промежуточный  $\omega$ - мезон с изоспином 0, а двухпионный распад происходит через промежуточный  $\rho$ - мезон с изоспином 1. А так же очень трудно объяснить двух-пионный распад

который идет за счет промежуточных  $\rho$ -мезонов с интерпретации  $X(3872)$  мезона как обычного чармония  $c\bar{c}$  с изоспином 0. Анализируя распад  $B^+ \rightarrow J/\psi\gamma K^+$ , Коллаборация

BABAR [8] нашли доказательства радиационного распада  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  со статистическим значением  $3.4\sigma$ . Все имеющиеся экспериментальные данные вплоть до 2007 года, были проанализированы в [9]:

$$B(B^+ \rightarrow XK^+) = 1.30_{-0.34}^{+0.20} \times 10^{-4},$$

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.22 \pm 0.06. \quad (2)$$

В данной работе мы будем рассматривать  $X(3872)$  мезон как четырехкварковое состояние в рамках релятивистской модели связанных состояний.

### Определение ширины распада

$X \rightarrow \gamma + J/\psi$ .

Для описания основных свойств экзотических мезонов посвящено немало теоретических работ. В результате этих работ показано, что мезон  $X(3872)$  является четырехкварковым состоянием с квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{++}$  и симметричным распределением спина  $[cq]_{S=0}[\bar{c}\bar{q}]_{S=1} + [c\bar{q}]_{S=1}[\bar{c}q]_{S=0}$ ,  $q = u, d$ .

В настоящий момент, отсутствует общепринятый рецепт описания много кварковых

состояний. Одним из основных моментов является определения константы адрон-кваркового взаимодействия.

Сформулируем это описание с описанием свойств дейтрона в работе Салама [10]. Этот подход успешно применяется для описания свойств адронов в нелокальной кварковой модели [11]. В нелокальной модели кварков считается, что обычные физические частицы – адроны подчиняются систематике группы  $SU(3)$ , имеют экспоненциально наблюдаемые массы и описываются стандартными квантовыми полями, удовлетворяющим обычным уравнениям Дирака, Клейна-Гардона и др.

Эффективный Лагранжиан который описывает взаимодействие  $X(3872)$  мезона ее с составляющими кварками записывается в виде:

$$L_{\text{int}} = g_X X_{q\mu}(x) J_{Xq}^\mu(x) + g_{J/\psi} J/\psi_\mu(x) J_{J/\psi}^\mu(x), \text{ где } q = u, d \quad (3)$$

Четырехкварковый адронный ток записывается в виде:

$$J_{Xq}^\mu(x) = \int dx_1 \dots \int dx_4 \delta\left(x - \sum_{i=1}^4 \omega_i x_i\right) \Phi_X\left(\sum_{i<j} (x_i - x_j)^2\right) \times$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{dec} \left\{ [q_a(x_4) C \gamma^5 c_b(x_1)] [\bar{q}_d(x_3) \gamma^\mu C^5 \bar{c}_e(x_2)] + (\gamma^5 \leftrightarrow \gamma^\mu) \right\},$$

$$J_{J/\psi}^\mu = \int dy_1 \int dy_2 \delta\left(y - \frac{1}{2}(y_1 + y_2)\right) \Phi_{J/\psi}\left((y_1 - y_2)^2\right) \bar{F}_a(y_1) \gamma^\mu c_a(y_2). \quad (4)$$

где использованы обозначения

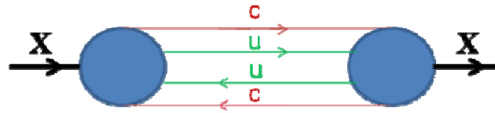
$$w_1 = w_2 = w_c = \frac{m_c}{2(m_q + m_c)},$$

$$w_3 = w_4 = w_q = \frac{m_q}{2(m_q + m_c)}.$$

Здесь зарядово-сопряженная матрица  $C = \gamma^0 \gamma^2$ :  $C = C^+ = C^{-1} = -C^T$ ,  $C \Gamma^T C^{-1} = \pm \Gamma$ , (“+” для  $\Gamma = S, P, A$  и “-” для  $\Gamma = V, T$ ).

Предполагается, что адроны (барионы и мезоны) являются связанными состояниями кварков. Это предположение эквивалентно требованию равенства нулю константы перенормировки волновой функции адронов [11], т.е.

$$Z_H = 0. \tag{5}$$



**Рисунок** – Диаграмма, которая описывает массовый оператор  $X_u$  – мезона

Калибровочная инвариантность в взаимодействии с электромагнитным полем вводится в два этапа. Свободный лагранжиан кварков и

$$\partial^\mu q \rightarrow (\partial^\mu - ie_q A^\mu)q, \quad \partial^\mu \bar{q} \rightarrow (\partial^\mu - ie_q A^\mu)\bar{q}. \tag{7}$$

Здесь  $e_q$  – заряд кварков ( $e_u = \frac{2}{3}e$ ,  $e_d = -\frac{1}{3}e$ , и.т.д.). Минимальное преобразова-

$$L_{int}^{em(1)} = \sum_q e_q A_\mu(x) J_q^\mu(x), \quad J_q^\mu(x) = \bar{q}(x) \gamma^\mu q(x). \tag{8}$$

Второе слагаемое электромагнитного лагранжиана взаимодействия возникает при расширении калибровочной экспоненты в степени

Во втором порядке теории возмущений условие связности записывается в следующем виде:

$$Z_H = 1 - \Sigma'_H(m_H^2) = 0, \tag{6}$$

$\Sigma'_H(m_H^2)$  – производная массового оператора адрона на массовой поверхности, записывается следующим образом:

$$\Sigma'_H(m_H^2) = g_H^2 \Pi'_H(m_H^2) = g_H^2 \left. \frac{d\Pi_H(p^2)}{dp^2} \right|_{p^2=m_H^2}$$

Здесь  $m_H$  – масса мезона.

Диаграмма массового оператора  $X_u$  – мезона показана на рисунке.

адронов определяется стандартным образом с минимальным преобразованием:

ние дает нам первую часть электромагнитного лагранжиана взаимодействия:

$A_\mu$  до порядка теории возмущения. Расширение лагранжиана до первого порядка:

$$J_{X_{q-em}}^\mu(x) = \prod_{i=1}^4 \int d^4 x_i \int d^4 y J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) A_\rho(y) E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y),$$

$$E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y) = \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(x-x_1)+ip_2(x-x_2)+ip_3(x-x_3)-ip_4(x-x_4)-ir(x-y)} \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r), \quad (9)$$

$$\tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r) = \int_0^1 \sum_{j=1}^3 \left\{ e_c \left[ -\tilde{\Phi}_X(-z_{1j}) \mathcal{V}_{1j}^\rho + \tilde{\Phi}_X(-z_{2j}) \mathcal{V}_{2j}^\rho \right] + e_q \left[ -\tilde{\Phi}_X(-z_{4j}) \mathcal{V}_{4j}^\rho + \tilde{\Phi}_X(-z_{3j}) \mathcal{V}_{3j}^\rho \right] \right\}$$

$$J_{J/\psi-em}^\mu(y) = \int d^4 y_1 \int d^4 y_2 \int d^4 z J_{2q}^\mu(y_1, y_2) A_\rho(z) E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z),$$

$$E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z) = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(y_1-y)+ip_2(y_2-y)+iq(z-y)} \tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q), \quad (10)$$

$$\tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q) = e_c \int_0^1 d\tau \left\{ -\tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_-) \mathcal{V}_-^\rho - \tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_+) \mathcal{V}_+^\rho \right\}$$

Например, расширение лагранжиана с точностью до первого порядка по  $A^\mu$ :

$$J_{X_{q-em}}^\mu(x) = \prod_{i=1}^4 \int d^4 x_i \int d^4 y J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) A_\rho(y) E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y),$$

$$E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y) = \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(x-x_1)+ip_2(x-x_2)+ip_3(x-x_3)-ip_4(x-x_4)-ir(x-y)} \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r), \quad (11)$$

$$\tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r) = \int_0^1 \sum_{j=1}^3 \left\{ e_c \left[ -\tilde{\Phi}_X(-z_{1j}) \mathcal{V}_{1j}^\rho + \tilde{\Phi}_X(-z_{2j}) \mathcal{V}_{2j}^\rho \right] + e_q \left[ -\tilde{\Phi}_X(-z_{4j}) \mathcal{V}_{4j}^\rho + \tilde{\Phi}_X(-z_{3j}) \mathcal{V}_{3j}^\rho \right] \right\}$$

$$J_{J/\psi-em}^\mu(y) = \int d^4 y_1 \int d^4 y_2 \int d^4 z J_{2q}^\mu(y_1, y_2) A_\rho(z) E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z),$$

$$E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z) = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(y_1-y)+ip_2(y_2-y)+iq(z-y)} \tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q), \quad (12)$$

$$\tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q) = e_c \int_0^1 d\tau \left\{ -\tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_-) \mathcal{V}_-^\rho - \tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_+) \mathcal{V}_+^\rho \right\}$$

Вершинная функция  $\Phi_X \left( \sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right)$  вычисляется с помощью соответствующих координат

Якоби.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x + \frac{2w_2 + w_3 + w_4}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{w_3 - w_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 + \frac{w_3 + w_4}{2} \rho_3, \\
 x_2 &= x - \frac{2w_1 + w_3 + w_4}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{w_3 - w_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 + \frac{w_3 + w_4}{2} \rho_3, \\
 x_3 &= x - \frac{w_1 - w_2}{2\sqrt{2}} \rho_1 + \frac{w_1 + w_2 + 2w_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 - \frac{w_1 + w_2}{2} \rho_3, \\
 x_4 &= x - \frac{w_1 - w_2}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{w_1 + w_2 + 2w_3}{2\sqrt{2}} \rho_2 - \frac{w_1 + w_2}{2} \rho_3,
 \end{aligned}$$

где,  $x = \sum_{i=1}^4 x_i w_i$ ,  $\sum_{1 \leq i < j \leq 4} (x_i - x_j)^2 = \sum_{i=1}^3 \rho_i^2$ .

Следовательно

$$\Phi_X \left( \sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right) = \prod_{i=1}^4 \int \frac{dp_i}{(2\pi)^4} e^{-i \sum_{i=1}^4 p_i x_i} \times \tilde{\Phi}_X(p_1, \dots, p_4),$$

здесь мы воспользовались обозначениям

$$\begin{aligned}
 \tilde{\Phi}_X(p_1, \dots, p_4) &= (2\pi)^4 \delta \left( \sum_{i=1}^4 p_i \right) \bar{\Phi}_X(-\Omega^2), \\
 \bar{\Phi}_X(-\Omega^2) &= \frac{1}{4} \prod_{i=1}^3 \int d\rho_i e^{i \sum_{i=1}^3 \omega_i \rho_i} \Phi_X(R^2),
 \end{aligned} \tag{13}$$

где,  $\Omega^2 = \sum_{i=1}^3 \omega_i^2$ ,  $R^2 = \sum_{i=1}^3 \rho_i^2$ . Координаты Якоби

$$\omega_1 = \frac{p_1 - p_2}{2\sqrt{2}}, \quad \omega_2 = \frac{p_1 + p_2 + 2p_3}{2\sqrt{2}}. \tag{14}$$

Для удобства, вершинную функцию выбираем в Гауссовском виде. Знак минус в функ-

ции гаусса показывает, что мы работаем в пространстве Минковского:

$$\tilde{\Phi}_X(-\Omega^2) = \exp(\Omega^2 / \Lambda_X^2), \tag{15}$$

где параметр  $\Lambda_X$  характеризует размер  $X$  – мезона.

Ствующий матичный элемент этого распада записывается в виде:

В данной работе вычисляются матричные элементы перехода  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ . Соответ-

$$M(X_q(p) \rightarrow J/\psi(q_1) + \gamma(q_2)) = i(2\pi)^4 \delta(p - q_1 - q_2) \varepsilon_\mu^X \varepsilon_\nu^{J/\psi} \varepsilon_\rho^\gamma T^{\mu\nu\rho}(q_1, q_2). \tag{16}$$

Используя расчеты матричного элемента для распада  $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$  можно оценить ширину  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  распада. Регулируе-

мыми параметрами являются массы кварков  $m_q$  и размерные параметры  $\lambda$ ,  $\Lambda_X$ . Если взять  $\Lambda \in (3,4) GeV$ , среднее значение

$\Lambda_X \in 3,5 GeV$ , тогда соотношение ширины записывается следующим образом :

$$\frac{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \Big|_{theor} = 0.15 \pm 0.03. \quad (17)$$

Эти результаты хорошо согласуется с экспериментальными данными Коллаборации Belle [5]:

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + 2\pi)} = \begin{cases} 0.14 \pm 0.05 & BELLE [5] \\ 0.22 \pm 0.06 & BARAR [9] \end{cases} \quad (18)$$

### Литература

1. S.K. Choi *et al.* [*Belle Collaboration*]. Observation of a new narrow charmonium state in exclusive  $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$  decays // *Phys. Rev. Lett.* 2003). V.91. P.262001.

2. B. Aubert *et al.* [*BaBar Collaboration*]. Observation of the decay  $B \rightarrow J/\psi \eta K$  and search for  $X(3872) \rightarrow J/\psi \eta$  // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V.93. P.041801.

3. D. E. Acosta *et al.* [*CDF Collaboration*]. Observation of the narrow state  $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$  in  $p\bar{p}$  collision at  $\sqrt{s} = 1.96 TeV$  // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V.93. P.072001.

4. F. Abe *et al.* Observation of the  $B_c$  meson in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.8 TeV$  // *Phys. Rev. Lett.* 1998. V.81. P.2432-2437.

5. K. Abe *et al.* [*Belle Collaboration*]. "Evidence for  $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$  and the sub-

threshold decay  $X(3872) \rightarrow \omega J/\psi$ " // arXiv: hep-ex/0505037. hep-ex/0505038.

6. B. Aubert *et al.* [*BABAR Collaboration*]. Search for  $B^+ \rightarrow X(3872)K^+$ ,  $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$  // *Phys. Rev. D.* 2006. V.74. P.071101.

7. G. Gokhroo *et al.* [*Belle Collaboration*]. Observation for a near-threshold  $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$  enhancement in  $B \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0 K$  decay // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V.97. P.162002.

8. B. Aubert *et al.* [*BABAR Collaboration*]. Study of Resonances in Exclusive  $B$  Decays to  $\bar{D}^{(*)} D^{(*)} K$  // *Phys. Rev. D.* 2008. V.77. P.011102.

9. E. Klempt and A. Zaitsev. Glueballs, Hybrids, Multiquarks. Experimental facts versus QCD inspired concepts // *Phys. Rept.* 2007. P.454. P.1.

10. Hayashi K. *et al.* // *Fort der Phys.* 1967. V.15. P.625., Salam A. // *Nuovo Cimento.* 1962. V.25. P.224.

11. М. Динейхан, Г.В. Ефимов, М.А. Иванов. Распады скалярных мезонов в нелокальной модели кварков // *ЯФ.* 1982. 35, с.134.

М. Динейхан, С.А. Жаугашева, Г.Г. Сайдуллаева, Н. Хабыл

### Кварктердің релятивистік моделінде экзотикалық мезондардың қасиеттерін анықтау

Бұл жұмыстағы зерттеулер  $X(3872)$  мезонын төрт кварктен тұратын бөлшек ретінде қарастырып, инфрақызыл конфайнмент енгізілген бірфотонды  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  ыдырауын кварктердің релятивистік моделінде арқылы талдай отырып жүргізілді.

$X$ -мезонының өлшемді параметрінің  $\Lambda_X$  сәйкес мәндері тәжірибелік мәліметтерден алынды. Электромагнетизмді енгізу үшін, алдымен сол мезонның оны құрап тұрған төрт кваркпен әсерлесуін сипаттайтын локальды емес лагранжиан анықтап алынды.  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  ыдырауының матрицалық элементтерін есептей отырып, оның калибрлік инварианттылығы дәлелденді. Сонымен қатар,  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  ыдырауының ені анықталып, осы ыдыраудағы  $J/\psi$  бөлшегінің көлденең құрамы бағаланды.

**Түйін сөздер:** кварктердің релятивистік моделі, экзотикалық мезондар, бірфотонды ыдырау, инфрақызыл конфайнмент.

M. Dineykhana, S.A. Zhaugasheva, G.G. Saidullaeva, N. Khabyly

### Properties of exotic mesons in relativistic quark model

In this work it is explored the consequences of treating the  $X(3872)$  meson as a tetraquark bound state by analyzing its one-photon  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  decay, in relativistic quark model with infrared confinement.

For a reasonable value of the size parameter of the  $X(3872)$  meson it was found the consistency with the available experimental data. To introduce electromagnetism is gauged a nonlocal effective Lagrangian describing the interaction of the  $X(3872)$  meson with its four constituent quarks. Also it was calculated the matrix element of the transition  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  and proved its gauge invariance, as well as the  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  decay width and the longitudinal/transverse composition of the  $J/\psi$  in this decay is evaluated.

**Keywords:** relativistic quark model, exotic mesons, one photon decay, infrared confinement.