

УДК 621.391

Б.Ж. Медетов*, Н. Албанбай, Е.Д. Налибаев, Г.С. Асанов

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Республика Казахстан, г. Алматы

*E-mail: bm02@mail.ru

**Зависимость количества и частоты спайков во «взрывах»
от RC-параметра аналогового интегратора**

Настоящая работа посвящена изучению экспериментальных аспектов, влияющих на формирование сигналов кластером, состоящим из двух линейно-отрицательно связанных нейронов. В работе показано, что частота «взрывов», «спайков», а также количество «спайков» во «взрывах» зависят от RC-параметра аналогового интегратора, используемого в эксперименте. По результатам обработки экспериментальных данных установлено, что частота «взрывов» и «спайков» зависят от RC-параметра по степенному закону. По полученным результатам эксперимента видно, что частота образования «взрывов» и частота спайков довольно сильно зависят от RC-параметра, в частности от сопротивления резистора, используемого в аналоговом интеграторе. А также проведенные аппроксимации показывают, что данные зависимости аналитически очень хорошо описываются функцией $f(x)=a/x$.

Ключевые слова: нейроны, бифуркация Хопфа, аналоговый интегратор, частота спайков, модель Фитц Хью-Нагумо.

B.ZH. Medetov, N. Albanbay, Y.D. Nalibayev, G.S. Asanov

**Dependence of the number and frequency of spikes in the «explosions»
of the RC-parameter analog integrator**

This paper studies the experimental aspects influencing the formation of a cluster of signals consisting of two linearly negatively associated neurons. The paper shows that the frequency of «explosions», «spikes», as well as the number of «spikes» in the «explosions» depend on the RC – parameter analog integrator used in the experiment. The results of processing the experimental data, the frequency of «explosions» and «spikes» depend on RC-parameter power law. Results obtained in the experiment, the frequency of formation of «explosions» and the frequency of spikes is quite dependent on the RC-parameter, in particular from the resistor used in the analog integrator. And also conducted approximation show that the data depending analytically very well described by the function $f(x)=a/x$.

Keywords: neurons, Hopf bifurcation, the analog integrator, frequency spikes, Fitz Hugh-Nagumo model.

Б.Ж. Медетов, Н. Албанбай, Е.Д. Нәлібаев, Г.С. Асанов

**«Жарылыстағы» спайктердің жиілігі мен санының аналогты интегратордың
RC-параметріне тәуелділігі**

Бұл жұмыста сызықты теріс байланысқан екі нейроннан тұратын сигналдар кластерлерінің құрылымына әсерін эксперименттік зерттеу көрінісі қарастырылған. Жұмыста «жарылыс» жиілігі және «жарылыстағы» спайктер саны мен жиілігінің экспериментте пайдаланылған аналогты интегратордың RC-параметріне тәуелділігі көрсетілген. Эксперименттік мәліметтерді талдау нәтижесінде «жарылыс» және спайктердің жиілігінің RC-параметрге тәуелділігі дәрежелік заңдылыққа бағынатындығы анықталды. «Жарылыс» пен спайктер жиіліктерінің RC-параметрге тәуелділігі көбінесе аналогты интеграторда қолданылатын кедергінің мәніне тығыз байланысты болып табылатындығы экспериментте алынған нәтижелермен көрсетілген. Сондай-ақ жасалынған аппроксимация осы тәуелділіктің аналитикалық тұрғыда $f(x)=a/x$ функциясымен өте жақсы түсіндірілетіні айтылған.

Түйін сөздер: нейрондар, Хопф бифуркациясы, аналогты интегратор, спайктер жиілігі, Фитц Хью-Нагумо моделі.

Введение

В работе [1] были представлены результаты теоретического исследования кластера двух взаимосвязанных автоколебательных систем, представляющих собой модель нейрона Фитц Хью-Нагумо [2]. В результате данных исследований было установлено, что в исследуемом кластере возможно возникновение двухчастотной бифуркации Хопфа. В работе [3] с помощью численных исследований была подтверждена правильность выводов теории. Схематическое исследование, описанное в [4], показало, что явление возникновения двухчастотной бифуркации также может быть обнаружено в электронной системе. Однако согласно проведенным измерениям, выполненным на физическом эксперименте [5], выявлено, что возникновение двухчастотной бифуркации Хопфа сильно зависит от выбора RC-параметра аналогового интегратора. Кроме того, дальнейшие исследования показали, что RC-пара-

метр также сильно влияет на характер формируемых сигналов в режиме «накопление-взрыв».

В данной работе представлены результаты обработки экспериментальных данных, полученных с помощью аналогового интегрирования уравнений, описывающих динамику двухлинейно отрицательно связанных нейронов Фитц Хью-Нагумо. В эксперименте проведена серия измерений для различных значений резистора, входящего в RC-параметр аналогового интегратора. Основной целью проведенных экспериментов было выяснение зависимости количества и частоты спайков во «взрывах», а также частоты «взрывов» от RC-параметра аналогового интегратора.

Описание экспериментальных данных и методика их обработки

В нижеследующей таблице приведены данные, полученные в эксперименте для 23-х различных значений резистора.

Таблица 1 – Экспериментальные данные

№ п.п.	R, кОм (величина сопротивления резистора)	Период повторения «взрывов», в сек	Периодичность спайков во «взрыве», в сек	Количество спайков во «взрыве»
1	300	0,1538	0,00124	91
2	282	0,1435	0,00117	90
3	251	0,1342	0,00105	90
4	233	0,1255	0,00099	89
5	220	0,1176	0,00094	88
6	210	0,1141	0,00089	88
7	200	0,1079	0,00086	87
8	190	0,1077	0,00084	87
9	180	0,1034	0,00079	87
10	170	0,0897	0,00077	87
11	160	0,0855	0,00071	86
12	150	0,0789	0,00066	86
13	140	0,0748	0,00064	84
14	133	0,0703	0,0006	83
15	120	0,0626	0,00055	83
16	110	0,0576	0,00052	81
17	100	0,0528	0,000475	80
18	92	0,0478	0,000445	80
19	82	0,0426	0,00039	80
20	71	0,0379	0,00035	80
21	61	0,033	0,00031	80
22	51	0,0271	0,00026	79
23	43	0,0233	0,00022	78

На рисунке 1 дается пояснение, каким образом вычислялись количество и периодичность (частота) спайков во «взрыве». Начало «взрыва» отсчитывается от спайка, который имеет амплитуду как минимум больше на 50% по сравнению с предыдущим спайком. Конец «взрыва» также определяется тем, что спайк, который считается последним во «взрыве», должен обладать амплитудой, большей на 50% по отношению к последующему спайку. На рисунке 1 начальные и конечные спайки определенного «взрыва» отмечены вертикальными красными линиями.

Как показано на рисунке 1, начальному спайку соответствует момент времени t_1 , а конечному спайку момент времени t_2 . Таким образом, количество спайков во «взрыве» определяется подсчетом локальных максимумов между этими временными моментами. А периодичность и частота спайков определяется по формуле:

$$T_S = \frac{t_2 - t_1}{N_S}, \quad f_S = \frac{1}{T_S}, \quad (1)$$

где T_S – периодичность, N_S – количество, а f_S – частота спайков во взрыве.

На рисунке 2 показана временная реализация, где видно несколько подряд идущих «взрывов». На этом рисунке вертикальными красными линиями отмечены положения во времени первого и последнего взрывов, зная которых периодичность и частоту образования «взрывов» можно вычислять по формулам:

$$T_b = \frac{t_2 - t_1}{N_b}, \quad f_b = \frac{1}{T_b}, \quad (2)$$

где N_b – количество «взрывов» между моментами времени t_1 и t_2 , T_b – периодичность, а f_b – частота образования «взрывов».

На рисунке 3 показана зависимость частоты образования «взрывов» от сопротивления резистора. Исходные данные для приведенного графика и последующих других графиков взяты из таблицы 1.

На рисунке 4 показана зависимость частоты спайков во «взрыве» от сопротивления резистора.

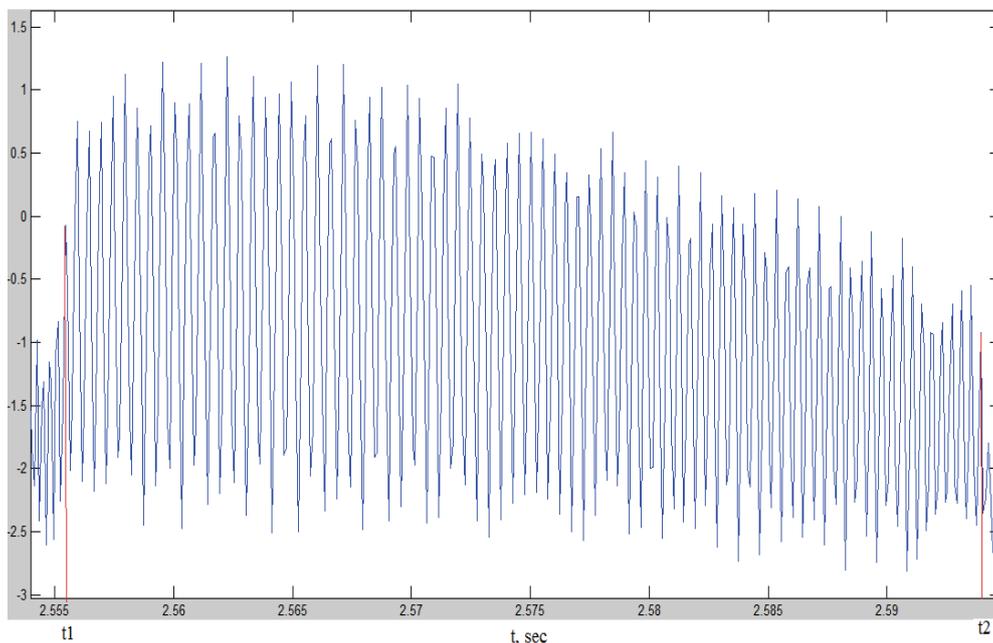


Рисунок 1 – Картина «взрыва» в увеличенном масштабе

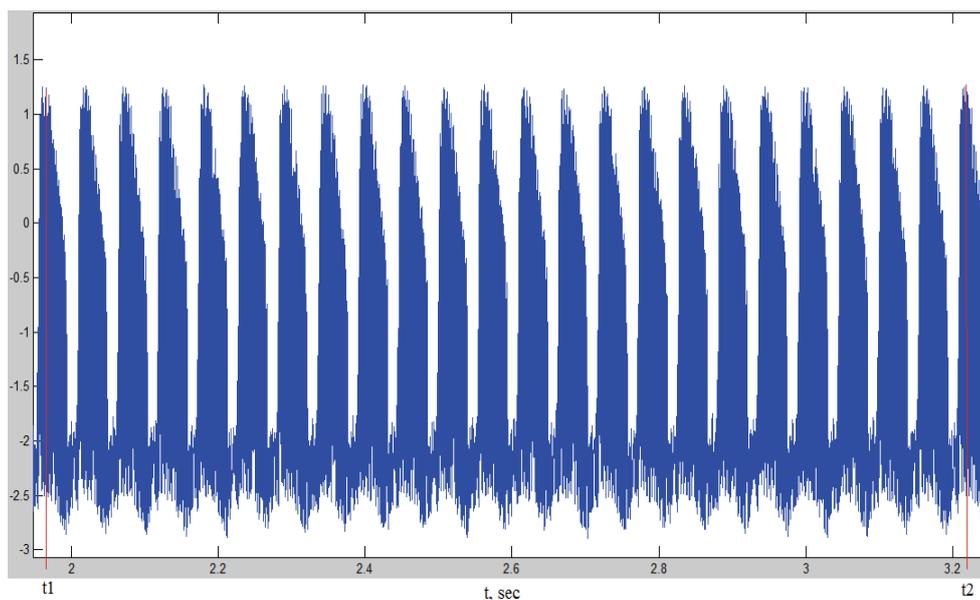


Рисунок 2 – Картина множества подряд идущих «взрывов»

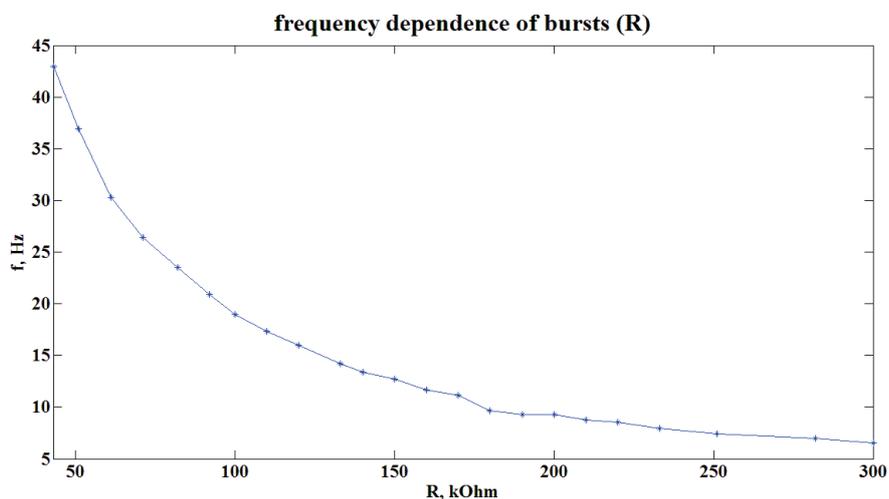


Рисунок 3 – Зависимость частоты образования «взрывов» от сопротивления резистора

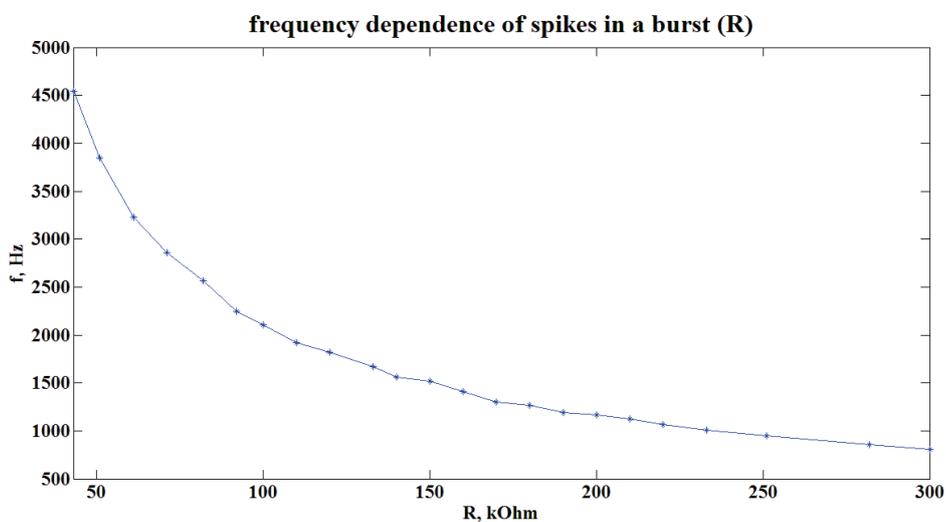


Рисунок 4 – Зависимость частоты спайков во «взрыве» от сопротивления резистора

На рисунке 5 показана зависимость обратной к количеству спайков во «взрыве» величины от сопротивления резистора.

Использование обратного значения количества спайков на рисунке 5 обусловлено тем, что частота образования «взрывов» и частота спайков, как видим из рисунков 3 и 4, падают с ростом величины сопротивления. Но из таблицы 1 следует, что количество спайков с ростом величины сопротивления также и

растет. А для получения ответа на вопрос о том, на какую характеристику (частота спайков, количество спайков и частота «взрывов») сильнее всего влияет изменение сопротивления резистора, необходимо чтобы эти зависимости имели одинаковый характер. На рисунке 6 на одной диаграмме приведены зависимости нормализованных на свои максимумы частоты «взрывов», спайков и обратного количества спайков от сопротивления резистора.

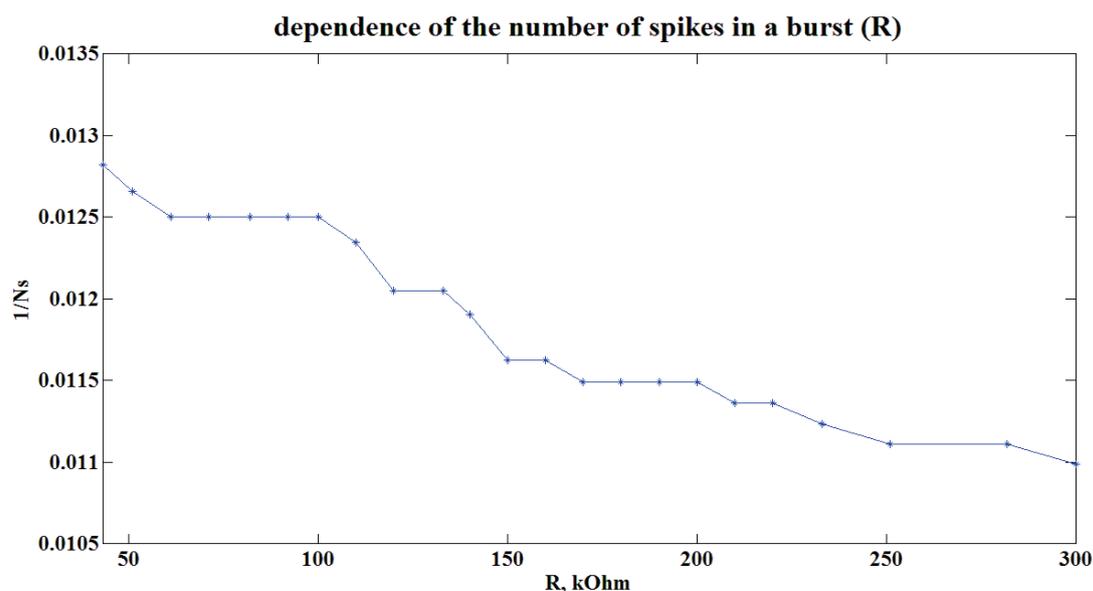


Рисунок 5 – Зависимость обратного значения количества спайков во «взрыве» от сопротивления резистора

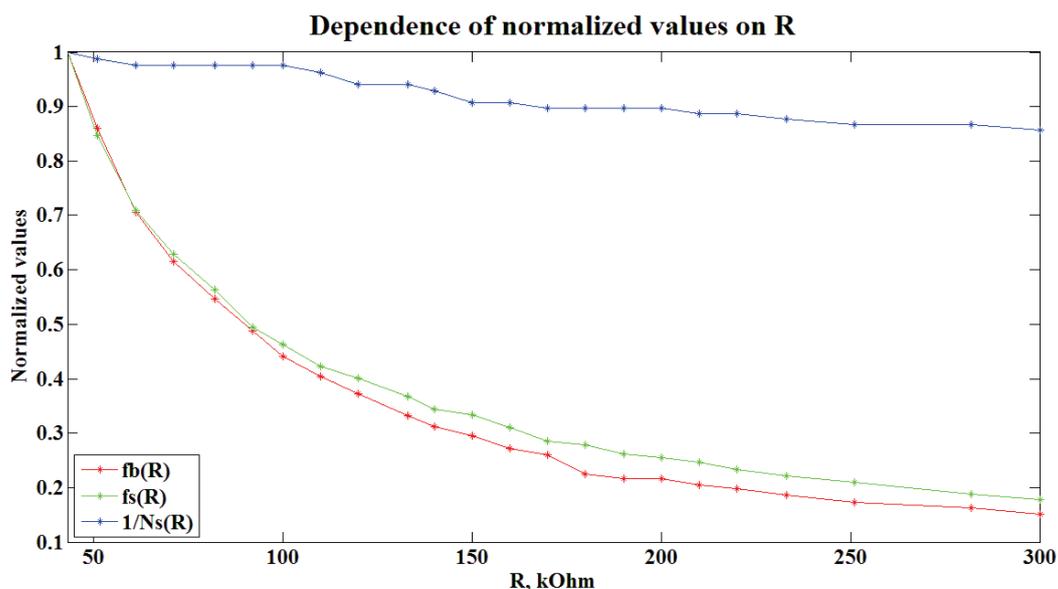


Рисунок 6 – Зависимость обратного значения количества спайков (верхняя кривая), частоты спайков (средняя кривая) и частоты «взрывов» (нижняя кривая) от сопротивления

Как видно из рисунка 6, изменение сопротивления резистора сильнее всего влияет на частоту образования «взрывов», и довольно слабо влияет на количество спайков во «взрывах». С этой точки зрения, наиболее интересным является исследование характера зависимости частот спайков и «взрывов» от сопротивления аналогового интегратора и определение вида аналитической функции, наиболее правильно описывающей данные зависимости. С этой целью была проведена аппроксимация экспериментальных данных, и как видим из рисунков 3 и 4, зависимость частот спайков и «взрывов» от сопротивления наилучшим образом может быть описана функцией вида:

$$f(x) = a \cdot x^n, \quad (3)$$

где показатель n должен быть отрицательным числом.

Формулу (3) в логарифмическом представлении можно переписать следующим образом:

$$\log(f(x)) = \log(a) + n \cdot \log(x). \quad (4)$$

Выражение (4) в логарифмическом масштабе является функцией прямой, соответственно параметры a и n , присутствующие в выражении (4), можно найти с помощью метода наименьших квадратов. Проведенные расчеты показывают, что для зависимости частоты

1. «взрывов»: $a \approx 1875, n \approx -1$, при этом относительная погрешность вычисления n составила 2,3%;

2. спайков: $a \approx 121451, n \approx -0.9 \cong -1$, при этом относительная погрешность вычисления n составила 1,2%.

На рисунке 7 показан график аппроксимирующей прямой для зависимости частоты взрывов от сопротивления. На рисунке 8 показан график аппроксимирующей прямой для зависимости частоты спайков от сопротивления.

На рисунках 9 и 10 приведены соответствующие графики аппроксимирующих функций для зависимостей частоты «взрывов» и частоты спайков от сопротивления в обычном масштабе переменных.

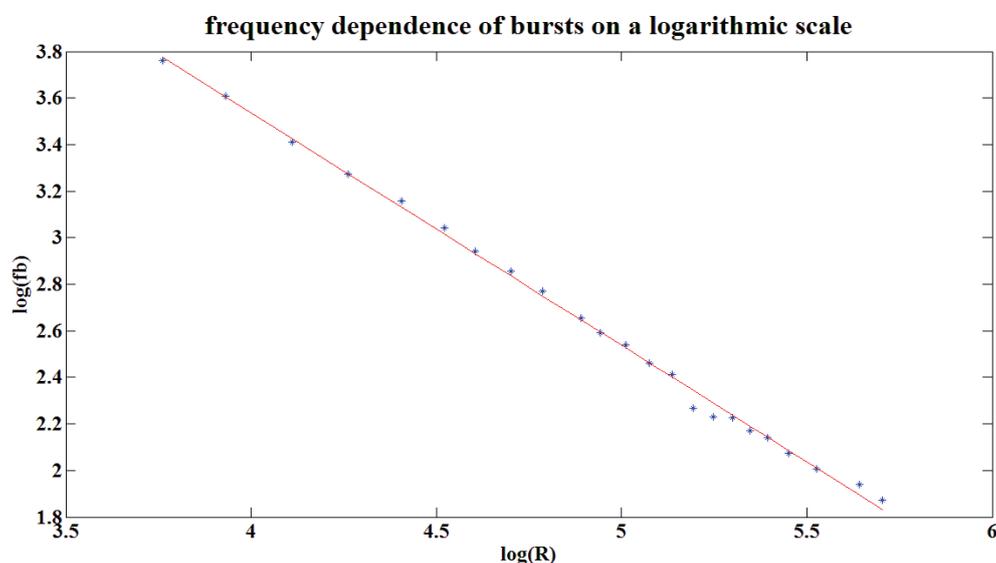


Рисунок 7 – График аппроксимирующей прямой (красная линия) для зависимости частоты взрывов от сопротивления в логарифмическом масштабе. Точками обозначены экспериментальные данные

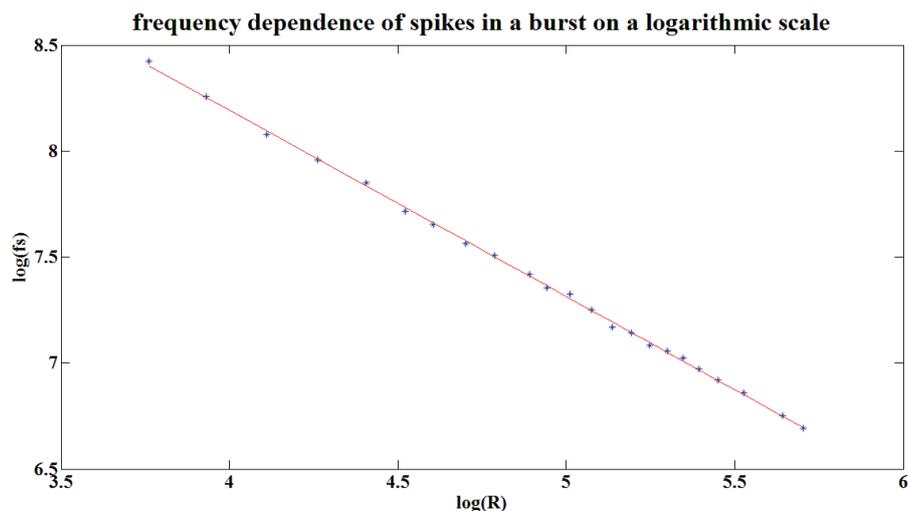


Рисунок 8 – График аппроксимирующей прямой (красная линия) для зависимости частоты спайков от сопротивления в логарифмическом масштабе. Точками обозначены экспериментальные данные

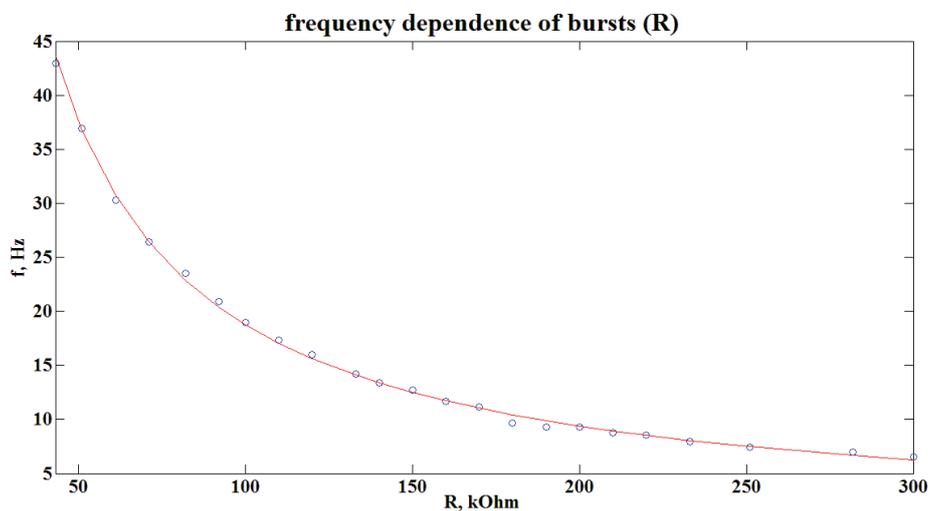


Рисунок 9 – График аппроксимирующей кривой (красная линия) для зависимости частоты «взрывов» от сопротивления в обычном масштабе. Точками обозначены экспериментальные данные

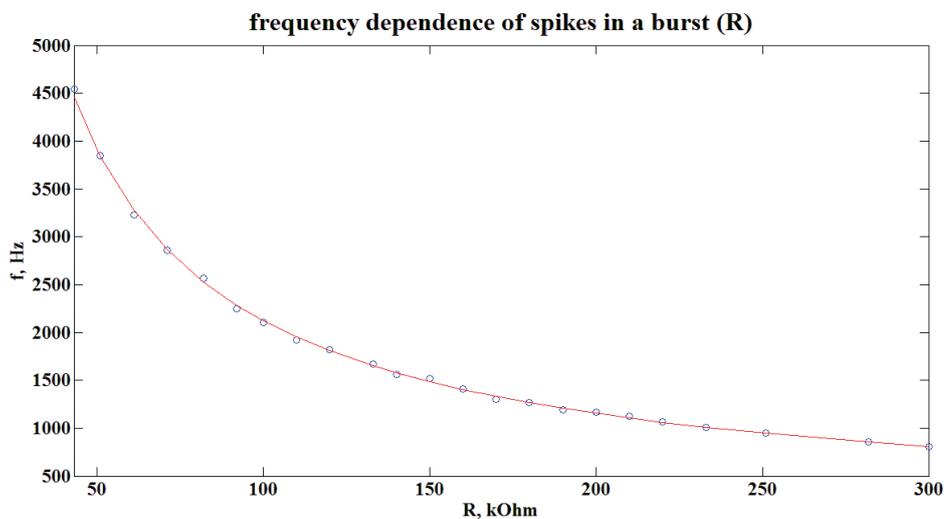


Рисунок 10 – График аппроксимирующей кривой (красная линия) для зависимости частоты спайков от сопротивления в обычном масштабе. Точками обозначены экспериментальные данные

Как видим из рисунков 8 и 9, экспериментально обнаруженные зависимости частоты «взрывов» и частоты спайков от сопротивления резистора, используемого в аналоговом интеграторе, аналитически очень хорошо описываются функцией вида:

$$f(x) = a/x, \quad (5)$$

где $a \approx 1875$ для зависимости частоты «взрывов», а для частоты спайков $a \approx 121451$.

Заключение и обсуждение полученных результатов

Экспериментальные измерения показали, что частота образования «взрывов» и частота спайков довольно сильно зависят от RC-параметра, в частности, от сопротивления резистора, используемого в аналоговом интеграторе. Проведенные аппроксимации показывают, что данные зависимости аналитически очень хорошо описываются функцией $f(x) = a/x$. Тем не менее, пока остается неясным «физический» смысл параметра a , а также его связь с параметрами динамической системы.

References

- 1 Zhanabaeva Z.Zh., Zaks M., Medetov B.Zh. Generatsiya signalov klasterom svyazannykh dvukh avtokolebatel'nykh sistem na granitse poteri ustoychivosti ravnovesiya. Teoriya // Zhurnal problem evolyutsii otkrytykh system. – Almaty, 2012. – Tom 1. – vyp.14. – S.31-35.
- 2 Jane Cronin. Mathematical aspects of Hodgkin-Huxley neural theory // Cambridge: Cambridge University Press, 1987. – 150 p.
- 3 Medetov B.Zh., Naurzybayeva A.Zh., Yskaka A.E. Chislennoe issledovanie dbukhchastotnogo rezhima genegacii signalov klasterom avtokolebatel'nykh system // Izvestiya NAN RK. – 2013. – №2(288). – S.134-137.
- 4 Medetov B.Zh., Naurzybayeva A.Zh., Eserkhanuly E. Skhemotekhnicheskoye modelirovaniye «dvukhchastotnoy» bifurkatsii Khopfa // Izvestiya NAN RK, fiziko-matematicheskaya seriya. – 2013. – №2(288). – S.142-145.
- 5 Medetov B. Zh., Naurzybayeva A. Zh., Albanbay N., Manapbayeva A.B. Eksperimental'noye izmereniye signalov klastera svyazannykh avtokolebatel'nykh sistem // Zhurnal problem evolyutsii otkrytykh system. – Almaty, 2013. – Tom 1. – vyp.15. – S.17-23.