МРНТИ 29.05.41

Джунушалиев В.Д.[1], Ким С.В.[2], Нуртаева Г.К.[1*],
Проценко Н.А.[1], Идрисов А.[1]

[1]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, НИИЭТФ, Казахстан, г. Алматы
[2]Ewha Womans University, Корея, г. Сеул,
[*]e-mail: nurtayevagalyia2017@gmail.com

THICK BRANE РЕШЕНИЯ В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

В современной теоретической физике активно развивается целый ряд направлений, предлагающих описание космологической эволюции в рамках расширенных теорий гравитации. В настоящее время общее состояние исследований таково, что на данный момент трудно выделить предпочтительные направления, а конкретные подходы имеют разные степени разработанности и успеха. Одним из обширных направлений в современной теоретической физике является изучение модифицированных теорий гравитации. Их целью является выяснение того, как можно описать гравитацию в рамках модифицированной теории так, чтобы не войти в противоречие с имеющимися экспериментальными данными, и предложить лучшее описание широкого круга явлений в космологии. Подобную программу можно проводить в жизнь и с точки зрения проблем квантования теории гравитационного взаимодействия.

В этой работе рассматривается модель thick brane в 5-мерных модифицированных $f(R)\sim R^n$ гравитациях. Регулярные асимптотически анти-де Sitter'овские решения содержатся в некотором диапазоне значения параметра n. Главная особенность этой модели заключается в существовании особой точки в фазовом пространстве, где начинаются все решения, в которой находится брана. Существование особой точки позволяет избегать тонкой подстройки модельных параметров для получения исследуемых решений.

Ключевые слова: модифицированные теории гравитации, thick brane.

Dzhunushaliev V.[1], Kim Sung-Won[2], Nurtayeva G.K.[1*],
Protsenko N.A.[1], Idrissov A.[1]

[1]IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan, Almaty
[2]Ewha Womans University, Korea, Seoul,
[*]e-mail: nurtayevagalyia2017@gmail.com

Thick brane solutions in modified theories of gravity

In modern theoretical physics, a number of trends are actively developing, offering a description of cosmological evolution within the framework of extended theories of gravity. Currently, the general state of research is such that it is currently difficult to identify globally preferred areas, and specific approaches have different degrees of development and success. One of their vast areas of modern theoretical physics is the study of modified theories of gravity. Its goal is to find out how gravity can be described within the framework of a modified theory so as not to contradict existing experimental data and offer a better description of a wide range of phenomena in cosmology. Such a program can be implemented from the point of view of problems of quantization of the theory of gravitational interaction.

In this article, the thick brane model is considered in the 5-dimensional modified $f(R)\sim R^n$ gravity. It is present regular asymptotically anti-de Sitter solutions contain in some range of value of the parameter n. The main feature of this model consists in existence of a fixed point in phase space where all solutions start and in which is place the brane. Existence of the fixed point allows to avoid thin fine tuning of model parameters for obtaining the studied decisions.

Key words: modified theories of gravity, thick brane.

Джунушалиев В.Д.[1], Ким С.В.[2], Нұртаева Ғ.К.[1*], Проценко Н.А.[1], Идрисов А.[1]
[1]Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, ЭТФҒЗИ, Қазақстан, Алматы қ.
[3]Ewha Womans University, Корея, Сеул қ.,
[*]e-mail: nurtayevagalyia2017@gmail.com

Модификацияланған гравитациялық теориялардағы брандық шешімдер

Заманауи теориялық физика саласында гравитациялық өзара әрекеттесу теориясы шеңберінде космостық эволюцияны сипаттайтын әртүрлі бағыттар қарқынды дамуда. Қазіргі уақытта әлемге әйгілі бір ғана бағытты ерекшелеу қиындау, керісінше қандайда бір тәсілдер әртүрлі даму деңгейіне және табысқа жетуде. Қазіргі заманауи теориялық физиканың кең аумақты бағыттарының бірі – модификацияланған гравитация теориясын зерттеу. Оның мақсаты – гравитацияны модификацияланған теория шеңберінде, қолданыстағы тәжірибелік деректерге қайшы келмейтіндей сипаттау және космологиядағы кең ауқымды құбылыстардың сипаттамасын ұсыну. Мұндай бағдарламаны гравитациялық өзара әрекеттесуді кванттау теориясы тұрғысынан жүзеге асыруға болады.

Бұл жұмыста 5-өлшемді модификацияланған $f(R) \sim R^n$ гравитациясындағы қалың бран моделі қарастырылады. Тұрақты асимптотикалық анти-де Sitter шешімдері n параметрінің белгілі бір мәндерінің диапазонын қамтиды. Бұл модельдің негізгі ерекшелігі, барлық шешімдер басталатын фазалық кеңістікте ерекше бір нүктенің бар болуында, осы аралықта брана да болады. Ерекше нүктенің бар болуы зерттелінетін шешімдерді алу үшін модельдік параметрлерді аздап ыңғайлаудан құтылуға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: модификацияланған гравитация теориясы, қалын брана.

Введение

Использование общей теории относительности Эйнштейна в космологических масштабах позволяет, с одной стороны, получить работающую стандартную космологическую модель, но с другой стороны мы вынуждены вводить загадочные тёмные сектора в теорию – тёмную материю, тёмную энергию, а также изучать феноменологические модели инфляции без понимания фундаментальной природы инфлатона.

Для последовательного описания настоящей Вселенной требуется создание унифицированной теории элементарных частиц и космологии. В настоящее время одним из актуальных исследований является рассмотрение модели Вселенной в многомерной теории, в которой наш мир представляет собой брану в искривленном 5-ти мерном пространстве – времени. При этом одна координата является временной, а четыре – пространственными. Впервые способ объединения общей теории относительности и теории электромагнитного поля Максвелла на основе гипотезы о многомерности нашего мира был предложен в работах Калуцы и Клейна в 1920 годах [1,2]. Спустя некоторое время, подобные идеи были использованы в унифицированных описаниях в четырех известных фундаментальных взаимодействиях в рамках теории суперструн с несколькими дополнительными размерами пространства. В теории суперструн, как и в случае теории Калуцы и Клейна, предполагается что наше четырехмерное пространство-время появляется после спонтанной компактификации многомерного пространства. В то же время, модели Вселенной с некомпактными (и даже бесконечными) дополнительными размерностями были рассмотрены в работах [3-6]. Согласно этой теории предполагается, что мы живем на тонкой бране, которая встроена в некоторое многомерное пространствах и материя так или иначе локализована на бране [4]. Существование дополнительных измерений позволяют разрешить некоторые проблемы в физике высокой энергии, такие проблемы как стабильность протона, иерархия массы и др.

Браны могут быть разделены на тонкие и толстые браны. Тонкие браны имеют дельта-подобную локализацию материи на бране [3,4]. С реалистической точки зрения, брана должна иметь некоторую толщину. Понятие "толщина" браны дает новые возможности и новые проблемы [7]. Такая брана должна удовлетворять двум главным требованиям: 1) решения должны быть регулярными и асимптотически плоскими, или de Sitter (анти – de Sitter); 2) обычная материя должна быть локализована к бране.

Большинство моделей тонких бран используют скалярные поля в рамках теории гравитации Эйнштейна [7]. Однако, можно было бы ожидать существование брано-подобных решений также для некоторых видов модифицированных теорий гравитаций, называемых теориями гравитаций с высшими производными. В таких теориях действие гравитационного лагранжиана Эйнштейна – Хилберта дополняется дополнительными членами, которые являются инвариантами кривизны [8]. Такие модификации основаны на эффекте взаимодействия полей квантовой материи с классическим гравитационным полем. Это позволяет избежать начальной космологической особенности и построить регулярные космологические модели ранней Вселенной [9-11]. Позже было показано, что в такого рода моделях может существовать эпоха инфляции [13].

В настоящее время эта возможность широко используется для описания настоящего ускоренного расширения Вселенной. Это ускорение можно объяснить наличием некоторого антигравитационного вещества так называемой темной энергии. Описание темной энергии также может быть реализовано в рамках теории $f(R)$, где $f(R)$ – некоторая произвольная функция скалярной кривизны R. Выбирая $f(R)\sim R^n$, можно показать, что такие модели находятся в хорошем согласии с наблюдательными данными [14-16, 23-26]. С другой стороны, такие теории могут быть успешно использованы для описания темной материи [27]. В настоящее время также рассматриваются теории гравитации с более сложными комбинациями инвариантов кривизны. В частности, в низкоэнергетическом пределе М-теории появляется инвариант Гаусса-Боннэ, который может быть использован в лагранжиане теории гравитации

$$G = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma},$$

где R – скалярная кривизна; $R_{\mu\nu}$ – тензор Риччи; $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ – тензор кривизны Римана. Это показывает, что такие модели с одной стороны не противоречат наблюдениям в солнечной системе и с другой стороны успешно описывают присутствующее ускоренное расширение Вселенной [28,29]. Эти модели могут быть использованы в описании эффективных уравнений состояний как для эффективной космологической постоянной так, и для динамического случая (quintessence, фантом черной энергии), а также для описания перехода с одного типа (quintessence) темной энергии в другой вид (фантомные поля). Также существуют теории, которые используют обе теории $f(R)$ и инвариант Гаусса-Боннэ для описания темной энергии [30].

Другое использование модифицированной теории гравитации содержит рассмотрение космологических и астрофизических моделей. В частности, в статье [31] описывается теория, которая описывает бранные материи и модели черной дыры

$$S = \int d^dx\sqrt{-g}\Big[aR^2 + bR_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + cR_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} + \frac{1}{k^2}R - \Lambda + L_m\Big],$$

где L_m – лагранжиан материи; a, b, c – произвольные константы. Полученные результаты позволяют оценить свойства моделей в рамках модифицированной теории гравитации с высшими производными. Более того, некоторые результаты описывают применение теории гравитации с высшими производными для создания модели браны мира [32-35]. В частности, в статье [36] была рассмотрена модель браны в теории $f(R) = R + \alpha R^2$. Используя конформную эквивалентность такой модели гравитации и гравитацию Эйнштейна-Хилберта со скалярным источником поля, авторы переписали $f(R)$ уравнения в форму уравнений Эйнштейна с некоторыми источниками скалярного поля. Они показали, что в таких моделях содержатся браноподобные решения. Здесь необходимо обратить внимание на то, что использование конформного преобразования, т.е. переход от системы Джордана к системе Эйнштейна не всегда возможно. Например, если там содержатся любые другие поля материи, то структурные преобразования в теории со скалярными полями могут привести к неоднозначности [37]. Следовательно, мы предпочитаем изучать модели толстых бран без использования этих преобразований. В работах M.Parry [36] рассмотрены тонкие браны, в этой статье мы изучаем толстые браны в таких $f(R)$ теориях, чтобы увидеть, приводит ли это к новым и физически более приемлемым результатам.

Уравнения и решения в $f(R)\sim R^n$ теории

Мы будем работать в 5-ти мерном пространстве-времени. Соответствующее гравитационное действие может быть представлено в следующей форме

$$S = \int d^5x\sqrt{-G}\left[-\frac{R}{2} + f(R)\right], \tag{1}$$

где $f(R)$ произвольная функция скалярной кривизны R. Вариация действия по метрике тензора G_{AB} приводит к гравитационному уравнению:

$$R_A^B - \frac{1}{2}\delta_A^B R = T_A^B, \quad (2)$$

где A, B, = 0,1,2,3,5 и

$$T_A^B = -\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right) R_A^B - \frac{1}{2}\delta_A^B f + (\delta_A^B g^{LM} - \delta_A^L g^{BM})\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)_{;L;M}\right\}, \quad (3)$$

определяет эффективный геометрический источник материи с нетривиальной зависимостью от кривизны. Уравнение (2) имеет структуру, которая совпадает со стандартными уравнениями общей теории относительности, где источником гравитационного поля является эффективный тензор энергии – импульса (3). Можно проверить, что закон сохранения момента энергии удовлетворяет условиям в работах [9-12].

Мы будем рассматривать $f(R)$ в специальной форме

$$f(R) = -\alpha R^n, (4)$$

где $\alpha > 0$ и n – постоянные. В [14-16] было показано что, можно получить современное ускоренное расширение Вселенной, не противоречащее наблюдаемым космологическим данным с n в некотором диапазоне. Следовательно, в этой статье мы можем рассмотреть некоторые значения n для модели браны.

Рассмотрим плоскую модель браны с метрикой

$$ds^2 = e^{2y(z)}\eta_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta - dz^2, \quad (5)$$

где $\alpha, \beta = 0,1,2,3$; функция $y(z)$ зависит только от пятой координаты z и метрика Минковского $\eta_{\alpha\beta} = \{1, -1, -1, -1\}$. Подставляя эту метрику в уравнения (2) и (3) получаем уравнения модифицированной теории гравитации

$$p\frac{d^2p}{dy^2} + \left(\frac{dp}{dy}\right)^2 + 5p\frac{dp}{dy} =$$

$$= \frac{1}{32p^2 f_{RR}}\left[4p\left(\frac{dp}{dy} + p\right)f_R - \frac{1}{2}f - 6p^2\right], \quad (6)$$

где вводится новая функция $p = \frac{dy}{dz}$, индекс R обозначает производную по отношению к скалярной кривизне R. Уравнение (6) это дифференциальное уравнение третьего порядка по отношению к метрике функции y, а остальные компоненты уравнении четвертого порядка. Используя выражение для $f(R)$ из (4) можно записать уравнение для y в форме

$$y''' - \frac{1}{n}\frac{y''^2}{y'} + \left[5 - \frac{\frac{7n}{2} - 5}{n(n-1)}\right]y'y'' -$$

$$- \frac{5}{2}\frac{n - \frac{5}{2}}{n(n-1)}y'^3 = \frac{12y'}{\alpha 8^n n(n-1)}\left(y'' + \frac{5}{2}y'^2\right)^{2-n}, \quad (7)$$

где штрих обозначает производную по z. Заметим, что введение новых переменных $\bar{z} = \bar{\alpha}z$ и $\bar{\alpha} = \alpha^{\frac{1}{2(1-n)}}$, приводит к тому, что уравнение (7) становится независимым от α. Все другие решения получены путем масштабирования.

Можно также увидеть из уравнения (7), что первая производная y' может быть нулевой только, если одновременно в этой же точке $y'' = 0$. Как будет показано ниже, существует особая точка в фазовой плоскости, где одновременно y' и y'' равны 0.

Из-за нелинейности уравнения (7) мы не можем найти аналитическое решение этого уравнения, поэтому мы будем искать численные решения уравнения (7). Но прежде всего мы исследуем качественное поведение решений уравнения (7). Для этой цели, мы перепишем уравнение (7) как дифференциальное уравнение третьего порядка

$$y''' = \frac{1}{n}\frac{y''^2}{y'} - \left[5 - \frac{\frac{7n}{2} - 5}{n(n-1)}\right]y'y'' +$$

$$+ \frac{5}{2}\frac{n - \frac{5}{2}}{n(n-1)}y'^3 + \frac{12y'}{\alpha 8^n n(n-1)}\left(y'' + \frac{5}{2}y'^2\right)^{2-n}. \quad (8)$$

Особая точка это точка, в которой

$$y' = 0, y'' = 0, y''' = 0. \quad (9)$$

Для анализа поведения решений в особой точке, мы будем искать решение особой точки в следующем виде

$$y = y_{fp} + \gamma\left(z - z_{fp}\right)^{\beta}, \tag{10}$$

где β, γ некоторые константы и место положения особой точки обозначим $z = z_{fp}$. В дальнейшем мы положим $z_{fp} = 0$. Чтобы обеспечить конечность всех этих выражений мы должны взять $\beta > 3$. Подставляя эти выражения в третье уравнение из (8), мы находим

$$\gamma\beta(\beta-1)(\beta-2) \;\; = \frac{1}{n}\gamma\beta(\beta-1)^2 - \left[5 - \frac{\frac{7n}{2}-5}{n(n-1)}\right]\gamma^2\beta^2(\beta-1)\left(z - z_{fp}\right)^{\beta} +$$

$$+ \frac{5}{2}\frac{n-\frac{5}{2}}{n(n-1)}\gamma^3\beta^3\left(z - z_{fp}\right)^{2\beta} + \frac{12}{\alpha 8^n n(n-1)}(\gamma\beta)^{3-n}(\beta-1)^{2-n}\left(z - z_{fp}\right)^{\beta(2-n)+2(n-1)}. \tag{11}$$

Так как β положительное, тогда второй и третий члены с правой стороны стремятся к 0 при $z \to z_{fp}$. Четвертый член будет стремится к 0 если

$$\beta(2-n) + 2(n-1) > 0. \tag{12}$$

Если эти условия будут выполнены, тогда пренебрегая членами пропорциональности со степенями $\left(z - z_{fp}\right)$, мы получим из (11)

$$\beta - 2 = \frac{1}{n}(\beta - 1),$$

Откуда

$$\beta = \frac{2n-1}{n-1}. \tag{13}$$

Используя эти выражения, мы имеем из (12) что n должно быть положительное. Согласно условию $\beta > 3$, мы получаем из последнего выражения что

$$1 < n < 2. \tag{14}$$

Таким образом, уравнение (8) имеет регулярные решения только при наличии особой точки A (9), в которой уравнение (8) имеет особенность типа $\frac{0}{0}$. Эти решения существуют только при выполнении условий (13) и (14).

Численно решая уравнение (8), можно получить фазовый портрет уравнения (8) для модели с $n = 7/4$ (рисунок 1).

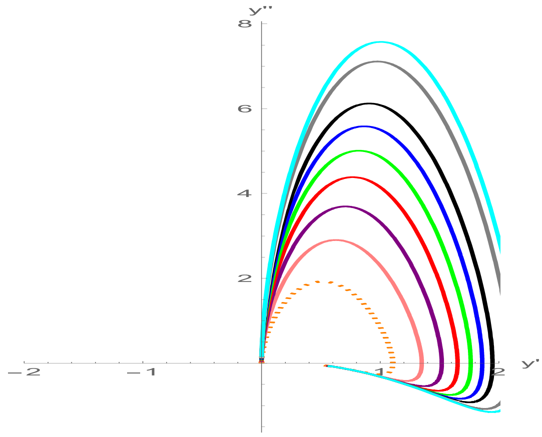

Рисунок 1 – Фазовый портрет при $n = 7/4, \alpha = 1$.

Асимптотическая форма решения для произвольного n дается выражением

$$y_{\infty} = k_n|z|, \; k_n = \left[\frac{12}{\alpha\left(1-\frac{2n}{5}\right)20^n}\right]^{\frac{1}{2(n-1)}}. \tag{15}$$

Можно видеть, что существует верхняя граница для параметра n, $n < 7/4$, когда это асимптотическое решение является действительным.

Существование особой точки позволяет расположить брану непосредственно на этой точке. На самом деле, когда ищется модель толстой браны значение метрической функции y обычно выбирается 0 на бране. Такой выбор производной позволяет найти симметричные решения Z_2 [39]. В нашем случае, первая производная равна 0 только для особой точки в диапазоне параметра n упомянутый выше в (14). Однако, решения Z_2 не будут симметричными. Это можно увидеть из поведения решений вблизи особой точки, которые даются выражением (10). Поскольку уравнение (7) не зависит от координат z, тогда всегда возможен сдвиг позиции особой точки (рассматриваемой на бране) в точке $z_{fp} = 0$ при соответствующем преобразовании координаты z.

Таким образом, как видно из (10) значения функции y и ее производных будут зависеть от того, где мы находимся, справа или слева от особой точки браны. Произвольная постоянная γ в (10) определяет поведение около особой точки и определяет граничные условия особой точки для уравнения (7). Поскольку мы ищем регулярные решения, то для этого необходимо сделать соответствующий выбор γ для β, определяемое из уравнения (14). Если β четное число, то решение будет симметричным по отношению к $z = 0$ (Z_2 — симметричное). В этом случае γ должно быть положительное с обеих сторон браны которое дает регулярное решение. С другой стороны, если β нечетное число, то γ должна иметь различные значения с левой и с правой стороны браны (плюс при $z > 0$ и минус при $z < 0$). Делая только такой выбор знаков, решения должны быть регулярные с обеих сторон браны. В этом случае очевидно то, что решения Z_2 уже не будут симметричными. Таким образом, имеется 2 различных пространства с обеих сторон браны, склеенных на бране в особой точке. Но, в противоположность тонкой бране, где имеет место разрыв, в нашем случае, при рассматриваемой толстой бране, метрика и ее производная остаются гладкой функцией (рисунок 2, 3).

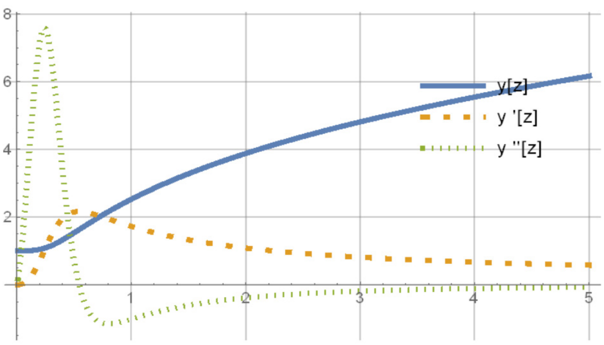

Рисунок 2 – Решения при $n = 7/4, \alpha = 1$.

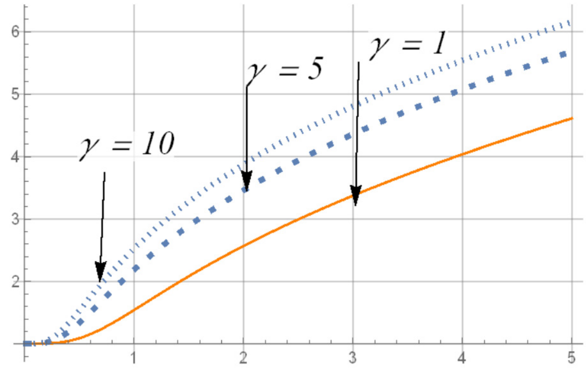

Рисунок 3 – Решения y при $\gamma = 1, \gamma = 5, \gamma = 10$.

Заключение

Мы рассмотрели модель 5-мерной толстой браны в $f(R) \sim R^n$ теории. Наше внимание было обращено на регулярные решения особой точки A (уравнение 9). Это следует из аналитического анализа поведения решений в окрестности этой точки, так как, такая точка существует только при определенных значениях параметра n из (14) т.е $1 < n < 2$. В этом случае первые три производные метрической функции y равны 0, что позволяет поместить брану непосредственно на особой точке $z = z_{fp}$.

Интересной особенностью этой модели является то, что существование особой точки обеспечивает наличие обеих Z_2 – симметричных и несимметричных решений. Это зависит от значений параметров n. В рассматриваемом случае, все решения начинаются с окрестности отталкивающей особой точки A и стремятся к асимптотическому значению. Это позволяет не налагать никакие особые условия на параметры модели (условия тонкой настройки), которые обычно необходимы для других моделей браны [39].

Уравнение (7) допускает регулярные решения для случая, когда n лежит вне диапазона $1 < n < 2$. В частности, такие регулярные решения без особой точки существуют в случае $n = 2$. Этот случай в рамках *f(R)* теории использовался для тонкой браны. В окрестности браны (расположенной в точке $z = 0$) найдено аналогичное поведение метрической функции $y(z) \sim z^3$ (по сравнению с (10) при $\beta = 3$), однако, встречается при некотором конечном значении z. Таким образом, модель тонкой браны сильно отличается от модели толстой браны, рассматриваемой в этой статье. Дальнейшим интересным исследованием было бы рассмотрение вопроса о существовании толстой браны в пространстве – времени анти-де Ситтера с черной дырой. В работах [40,41] была рассмотрена модель тонкой браны на фоне AdS черной дыры в рамках 5-ти мерной Гаусса-Боннэ гравитации. Модель тонкой браны, рассмотренная в работе [42], описывается лагранжианом с высшими производными, содержащим слагаемые

$$L \sim aR^2 + bR_{\mu\nu}R^{\mu\nu} - \Lambda,$$

где Λ – космологическая постоянная. Соответствующие уравнения имеют точные решения AdS с черной дырой. В случае $b = 0$ это может соответствовать AdS пространству – времени с черной дырой без браны в R^2 гравитации плюс $\Lambda -$ слагаемое. Вставка толстой браны в это пространство-время и изменение R^2 на R^n должно приводить к системе уравнений с частными производными в случае космологии на бране. Полученное решение толстой браны может стать интересной моделью для космологических исследований.

Литература

1 Kaluza. T. Zum Unitätsproblem in der Physik.// Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.- Berlin. – 1921. – P. 966–972.

2 Klein. O. Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie. – Zeitschrift für Physik. – A. Vol 37. (12). – 1926. – P. 895–906.

3 Randall L. and Sundrum R. A Large mass hierarchy from a small extra dimension // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V 83. – P. 3370.

4 Randall L. and Sundrum R. An alternative to compactification Phys. // Rev. Lett. – 1999. – Vol. 83. – P. 4690.

5 Rubakov V.A. Large and infinite extra dimensions: an introduction // Phys. Usp. – 2001. – Vol. 44. – P. 871.

6 Barvinsky A.O. Cosmological Branes and Macroscopic Extra Dimensions // Phys. Usp. – 2005. Vol. 48. – P. 545 // Usp. Fiz. Nauk – 2005. – Vol. 175. – P. 569.

7 Dzhunushaliev V., Folomeev V. and M. Minamitsuji. Thick brane solutions // arXiv: 0904.1775.

8 Sakharov A. D. Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravitation // Sov. Phys. Dokl. – 12. – 1968. P.-1040 // Dokl. Akad. Nauk. – Ser. Fiz. – 1967. – Vol. 177. – P. 70.

9 Ruzmaikina T. V. and A. A. Ruzmaikin. Quadratic corrections to the Lagrangian density of the gravitational field and the singularity // JETP. – 1970. – Vol. 30. – No. 2. – P. 372.

10 Gurovich V.T. The nonlinear correction in the Lagrangian density of the gravitational field and cosmological solutions with no singularity // Dokl. Akad. Nauk SSSR. – 195. – 1970. – 1300 // Sov. Phys. Dokl. – 1971. – Vol. 15. – P. 1105.

11 Nariai H. On the removal of initial singularity in a Big-Bang Universe in terms of a renormalized theory of gravitation. Examination of the present status and a new approach // Prog. Theor. Phys. – 1971. – Vol. 46. – P. 433.

12 Gurovich V.T. and Starobinsky A.A. Quantum effects and regular cosmological models // Sov. Phys. JETP. – 1979. – Vol. 50. – P.844.

13 Starobinsky A.A. A new type of isotropic cosmological models without singularity // Phys. Lett. – 1980. – B 91. – P. 99.

14 Capozziello S. Curvature Quintessence // Int. Journ. Mod. Phys. – 2002. – D 11. – P.483.

15 Capozziello S., Carloni S. and Troisi A. Quintessence without scalar fields // Recent Res. Devel. Astron. Astrophysics. – 2003. – Vol. 1.- P. 625.

16 Folomeev V., Gurovich V. and Tokareva I. Geometric model of Quintessence // Grav. Cosmol. – 2006. – Vol. 12. – P. 163.

17 Allemandi G., Borowiec A. and Francaviglia. M. Accelerated cosmological models in first-order non-linear gravity // Phys. Rev. – 2004. – D 70. – P. 043524.

18 Carroll S. M., Duvvuri V., Trodden M. and Turner M.S. Is cosmic speed-up due to new gravitational physics // Phys. Rev. Lett. – 2004. – D 70. – P. 043528.

19 Carroll S. M., Duvvuri V., Trodden M. and Turner M.S. The cosmology of generalized modified gravity models // Phys. Rev. Lett. – 2005. – D 71. – P. 063513.

20 Vollick D. N. $1/R$ curvature corrections as the source of the cosmological acceleration // Phys. Rev. – 2003. – D 68. – P. 063510.

21 Flanagan E.E. Palatini form of $1/R$ gravity // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 92. – P.071101.

22 Flanagan E.E. Higher order gravity theories and scalar tensor theories // Class. Quantum. Grav. – 2003. – Vol. 21. – P. 417.

23 Nojiri S. and Odintsov S. Where new gravitational physics comes from: M-theory // Phys. Lett. – 2003. – B 576. – P.5.

24 Nojiri S. and Odintsov S.D. The minimal curvature of the universe in modified gravity and conformal anomaly resolution of the instabilities // Mod. Phys. Lett. – 2004. – A 19. – P.627.

25 Nojiri S. and Odintsov S.D. Modified gravity with negative and positive powers of the curvature: unification of the inflation and of the cosmic acceleration // Phys.Rev. – 2003. – D 68. – P. 123512.

26 Nojiri S. and Odintsov S.D. Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy // ECONF – 2006. – C 0602061.

27 Capozziello S., Cardone V.F. and Troisi A. Dark energy and dark matter as curvature effects // JCAP. – 2006. – Vol. 08. – P. 001.

28 Nojiri S. and Odintsov S.D. Modified Gauss – Bonett theory as gravitational alternative for dark energy // Phys. Lett.– 2005. – B 631. – p.1.

29 Nojiri S., Odintsov S.D. and Sasaki M. Gauss – Bonett dark energy // Phys. Rev. – 2005. – D 71. – P.123509.

30. Nojiri S., Odintsov S.D. and Tretyakov P.V. Dark energy from modified F(R) – scalar – Gauss-Bonnet gravity // Phys. Lett. – 2007. – B 651. – P.224.

31 Nojiri S., Odintsov S.D. and Ogushi S. Cosmological and black hole brane world universe in higher derivative gravity // Phys. Rev. – 2002. – D 65. – P. 023521.

32 Nojiri S., Odintsov S.D. Brane-world cosmology in higher derivative gravity or warped compactification in the next-to-leading order of AdS/CFT correspondence // JHEP. – 2000. –Vol.07.- P.049.

33 Neupane I.P. Consistency of higher derivative gravity in the brane background // JHEP. – 2000. – Vol. 09. – P. 040.

34 Meissner K.A. and Olechowski M. Brane localization of gravity in higher derivative theory // Phys. Rev. – 2002. – D 65. – P. 064017.

35 Nojiri S., Odintsov S.D. and Ogushi S. Cosmological and black hole brane world universe in higher derivative gravity. Phys. Rev. – 2002. – D 65. P. 023521.

36 Parry M., Pichler S. and Deeg D. Higher derivative gravity in brane world models // JCAP. – 2005. Vol.04.-P. 014.

37 Barvinsky A.O., Kamenshchik A.Y. and Starobinsky A.A. Inflation scenario via the standard model Higgs boson and LHC // JCAP. – 2008.- Vol.11.– P.021.

38 Reissig R., Sansone G. and Conti R. Qualitative Theorie Nichtlinearer Differential gleichungen, Edizioni Cremonese, Roma. Italy. – 1963.

39 Abdyrakhmanov S.T., Bronnikov K.A. and Meierovich B.E. Uniqueness of RS2 type thick branes supported by a scalar field // Grav. Cosmol. – 2005. – Vol.11. – P.82.

40 Nojiri S. and Odintsov S.D. AdS/CFT and quantum-corrected brane entropy // Class. Quant. Grav. – 2001. – Vol.18. – P. 5227.

41 Cvetic M., Nojiri S. and Odintsov S.D. Black hole thermodynamics and negative entropy in deSitter and anti-deSitter Einshtein –Gauss-Bonnet gravity. Nucl. Phys.–2002. – B 628. – P.295.

42 Nojiri S., Odintsov S.D. and Ogushi S. Holographic entropy and brane FRW dynamics from AdS black hole in d5 higher derivative gravity // Int. J. Mod. Phys. – 2001. – Vol. A 16. – P.5085.

References

1 T. Kaluza, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss, Berlin. (Math. Phys.), 966–972 (1921)

2 O. Klein, Zeitschrift für Physik A, 37 (12*),* 895–906 (1926) doi:10.1007/BF01397481.

3 L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 3370 (1999).

4 L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 4690 (1999)..

5 V.A. Rubakov, Phys. Usp. 44, 871 (2001). doi 10.1070/PU2001v044n09ABEH001000.

6 A.O. Barvinsky, Phys. Usp., 48 (2005) 545 (2005) Usp. Fiz. Nauk 175, 569 (2005). (in Russ)

7 V. Dzhunushaliev and V. Folomeev and M. Minamitsuji, Thick brane solutions. arXiv: 0904.1775.

8 A.D. Sakharov, Sov. Phys. Dokl., 12 (1968) 1040 Dokl. Akad. Nauk Ser. Fiz., 177. 70. (1967). (in Russ)

9 T.V. Ruzmaikina and A. A. Ruzmaikin, JETP 30, 372 (1970).

10 V.T. Gurovich, Dokl. Akad. Nauk SSSR 195 (1970) 1300, Sov. Phys. Dokl. 15. 1105 (1971). (in Russ)

11 H. Nariai, Prog. Theor. Phys. (Kyoto) 46, 433 (1971).

12 V.T. Gurovich and A.A. Starobinsky, Sov.Phys. JETP 50, 844 (1979). (in Russ)

13 A.A .Starobinsky, Phys.Lett. B 91, 99 (1980).

14 S. Capozziello, Int. Journ. Mod. Phys. D 11. 483 (2002). doi: 10.1142/S0218271802002025.

15 S. Capozziello, S. Carloni and A. Troisi, Recent Res. Devel. Astron.Astrophysics 1, 625 (2003).

16 V. Folomeev, V. Gurovich and I.Tokareva, Grav. Cosmol. 12.163 (2006).

17 G. Allemandi, A. Borowiec and M. Francaviglia, Phys. Rev. D 70, 043524 (2004).

18 S.M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden and M.S. Turner, Phys. Rev. Lett. D 70, 043528 (2004).

19 S.M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden and M.S. Turner, Phys. Rev. Lett. D 71, 063513 (2005).

20 D.N. Vollick, Phys. Rev. D 68, 063510 (2003).

21 E. Flanagan, Phys. Rev. Lett. 92, 071101 (2004).

22 E.E. Flanagan, Class. Quantum Grav. 21, 417 (2003).

23 S. Nojiri and S. Odintsov, Phys. Lett. B 576, 5 (2003).

24 S. Nojiri and S.D.Odintsov, Mod. Phys. Lett. A 19, 627 (2004).

25 S. Nojiri and S. Odintsov, Phys.Rev. D 68 123512 (2003).

26 S. Nojiri and S.D.Odintsov, ECONF C 0602061 (2006).

27 S. Capozziello, V.F. Cardone and A. Troisi, JCAP 08. 001 (2006).

28 S. Nojiri and S.D. Odintsov, Phys. Lett. B 631, 1 (2005).

29 S. Nojiri, S.D. Odintsov and M. Sasaki, Phys. Rev. D 71, 123509 (2005).

30 S. Nojiri, S.D. Odintsov and P.V.Tretyakov, Phys. Lett. B 651, 224 (2007).
31 S. Nojiri, S.D. Odintsov and S. Ogushi, Phys. Rev. D 65, 023521 (2002).
32 S.Nojiri and S.D.Odintsov, JHEP 07. 049 (2000).
33 I.P. Neupane, JHEP 09, 040 (2000).
34 K.A. Meissner and M.Olechowski, Phys. Rev. D 65, 064017 (2002).
35 S. Nojiri, S. D.Odintsov and S. Ogushi, Phys. Rev. D 65, 023521 (2002).
36 M. Parry, S. Pichler and D. Deeg, JCAP 04, 014 (2005).
37 A.O. Barvinsky, A.Y. Kamenshchik and A.A. Starobinsky, JCAP 11, 021 (2008).
38 R. Reissig, G. Sansone, and R. Conti, Qualitative Theorie Nichtlinearer Differential gleichungen, Edizioni Cremonese, Roma. Italy (1963).
39 S.T. Abdyrakhmanov, K.A. Bronnikov and B.E. Meierovich, Grav. Cosmol. 11, 82 (2005).
40 S. Nojiri and S.D. Odintsov, Class. Quant. Grav.18, 5227 (2001). doi: 10.1016/S0550-3213(02)00075-5. hep-th/0103078.
41 M. Cvetic, S. Nojiri and S.D. Odintsov, Nucl. Phys. B 628, 295 (2002). doi: 10.1016/S0550-3213(02)00075-5
42 S. Nojiri, S.D. Odintsov and S. Ogushi, Int. J. Mod.Phys. A 16, 5085 (2001). doi.org/10.1142/S0217751X01005584.