

**Федосимова А.И.**

Физико-технический институт, Университет Сатпаева,  
Казахский национальный университет имени аль-Фараби,  
Казахстан, г. Алматы, e-mail: anastasia@list.ru

## **ФЛУКТУАЦИИ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ЯДРО-ЯДЕРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ**

Динамика процессов взаимодействия ядер определяется не только энергией и массами взаимодействующих ядер, но и геометрией столкновения ядер. Учет влияния флуктуаций начальных условий в отдельных взаимодействиях позволяет исследовать истинные динамические корреляции конечных состояний во взаимодействиях, возбужденных адронных систем. Начальное состояние, о котором обычно очень мало прямой экспериментальной информации, приводит к существенным особенностям в распределении фрагментов и множественности ливневых частиц, исследование которых позволяет дать физическую интерпретацию результатов на основе различий в начальных условиях соударений. Исследование особенностей в распределении вторичных частиц и фрагментов в соударениях тяжелых ионов с ядрами фотоэмульсии в зависимости от степени центральности и степени асимметрии взаимодействующих ядер проводилось на основе экспериментальных данных, включающих взаимодействия  $^{197}\text{Au}$  10.7 АГэВ с ядрами фотоэмульсии *Em*. Представлены параметры фрагментации взаимодействующих ядер для центральных и периферических событий различной степени центральности (периферичности). В качестве экспериментальных критериев для отделения событий с динамическими флуктуациями, характеризующие особенности процесса взаимодействия, и событий с флуктуациями, связанными с флуктуациями начальных условий и зависящих от степени центральности (периферичности) взаимодействия были использованы параметры корреляционной зависимости множественности ливневых частиц и числа фрагментов ядра мишени. При этом также необходимо учитывать количество многозарядных фрагментов ядра-снаряда и распределение суммарного заряда фрагментов налетающего ядра, характеризующего число провзаимодействовавших протонов ядра-снаряда.

**Ключевые слова:** кварк-глюонная плазма, геометрия столкновения ядер, метод фотоэмульсии, фрагментация ядра.

Fedosimova A.I.

Institute of Physics and Technology, Satbaev University  
Al-Farabi Kazakh National University,  
Kazakhstan, Almaty, e-mail: anastasia@list.ru

### **Fluctuations of the initial conditions of the nucleus-nucleus interaction and their influence on the distribution of secondary particles**

The dynamics of processes nucleus-nucleus interaction is determined not only by the energy and masses of the interacting nuclei, but also by the geometry of the nucleus-nucleus collision. Therefore, investigation of true dynamic correlations of the final states in the interactions of excited hadronic systems is impossible without an analysis of fluctuations of the initial states in individual interactions. The initial state, which is usually very little direct experimental information, leads to significant changes in the distribution of fragments and multiplicity of shower particles. A study of distribution of secondary particles and fragments allows us to give a physical interpretation of the results on the basis of differences

in the initial conditions of collisions. A study of the features in the distributions of secondary particles and fragments in collisions of heavy ions with emulsion nuclei, depending on the degree of centrality and the degree of asymmetry of the interacting nuclei, was carried out on the basis of experimental data including the interactions of  $^{197}\text{Au}$  10.7 AGeV with emulsion nuclei Em. Parameters of fragmentation of interacting nuclei for central and peripheral events of different degrees of centrality (periphery) are presented. Parameters of the correlation dependence of the multiplicity of shower particles and the number of fragments of the target nucleus were used as experimental criteria for separating events with dynamic fluctuations, characterizing the features of the interaction process, and events with fluctuations associated with fluctuations in the initial conditions and depending on the degree of centrality (periphery) of the interaction. It is also necessary to take into account the number of multicharged fragments of the projectile nucleus and the distribution of the total charge of the fragments of the incident nucleus, which characterizes the number of interacted protons of the projectile nucleus.

**Key words:** quark-gluon plasma, geometry of nucleus-nucleus collision, photoemulsion method, fragmentation of nuclei.

Федосимова А.И.

Физика-техникалық институты, Сәтбаев университеті,  
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,  
Қазақстан, Алматы қ., e-mail: ananastasia@list.ru

### Ядро-ядролық әрекеттестіктің бастапқы шарттарының флуктуациялары және екінші реттік бөлшектердің үлестіріліміне олардың әсері

Ядролық әрекеттестіктердің процестерінің динамикасы тек әрекеттесетін ядролардың энергиясы мен массасы ғана емес, сонымен қатар ядролардың соқтығысу геометриясымен анықталады. Жеке әрекеттестіктерде бастапқы шарттардың флуктуациясының ықпалын ескеру қозған адрондық жүйелердің әрекеттестігінде түпкі күйлердің шынайы динамикалық корреляциясын зерттеуге мүмкіндік береді. Тікелей тәжірибелік ақпараты өте төмен балатын бастапқы күйі фрагменттердің үлестірімінде және нөсер бөлшектердің көптігінде елеулі ерекшеліктерге әкеледі, оларды зерттеу соқтығысудың бастапқы шарттарының айырмашылығының негізінде нәтижелердің физикалық мағынасын түсіндіруге мүмкіндік береді. Ауыр иондардың фотоэмульсияның ядроларымен соқтығыстарында екінші реттік бөлшектердің үлестіріміндегі ерекшеліктерді әрекеттесетін ядролардың орталықтық дәрежесіне және ассиметрия дәрежесіне тәуелділікті зерттеу бастапқы энергиясы 10.7 АГэВ  $^{197}\text{Au}$  ядросының фотоэмульсия ядросымен әрекеттестігі кіретін тәжірибелік деректердің негізінде жүргізілді. Орталық (перифериялық) дәрежесі әртүрлі орталық және перифериялық оқиғалар үшін әрекеттесетін ядролардың фрагменттену параметрлері берілді. Әрекеттесу процесінің ерекшелігін сипаттайтын динамикалық флуктуациясы бар оқиғаларды және бастапқы шарттардың флуктуация мен байланысты және әрекеттестіктің орталықтық дәрежесіне тәуелді оқиғаларды бөліп алу үшін нөсер бөлшектердің көптігінің нысана ядросының фрагменттерінің санына корреляциялық тәуелділік параметрлері қолданылды. Мұнда, сонымен қатар, ядро-снарядтың көп зарядты фрагменттерінің мөлшерін және ядроснарядтың әрекеттескен протондарының санын сипаттайтын бастапқы ядроның фрагменттерінің қосынды зарядының үлестірілімін ескеру қажет.

**Түйін сөздер:** кварк-глюондық плазма, ядролардың соқтығысу геометриясы, фотоэмульсия әдісі, ядроның фрагменттеуі.

### Введение

Динамика процессов взаимодействия ядер определяется не только энергией и массами взаимодействующих ядер, но и геометрией столкновения ядер. Учет влияния флуктуаций начальных условий в отдельных взаимодействиях позволяет исследовать истинные динамические корреляции конечных состояний во взаимодействиях возбужденных адронных систем [1-4].

При центральном столкновении число образующихся вторичных частиц максимально. Если столкновение нецентральное, то перекрытие

ядер получается неполным и кварк-глюонную плазму порождают только часть протонов и нейтронов из каждого ядра. Поэтому образующийся фэйрбол расширяется во все стороны несимметрично [5-9].

В сплюсненном направлении этот перепад давления больше, чем в вытянутом, поэтому возникает несимметричный поток в кварк-глюонной плазме – эллиптический поток разлетающихся частиц из области столкновения тяжелых ядер [10-15].

Начальное состояние, о котором обычно очень мало прямой экспериментальной инфор-

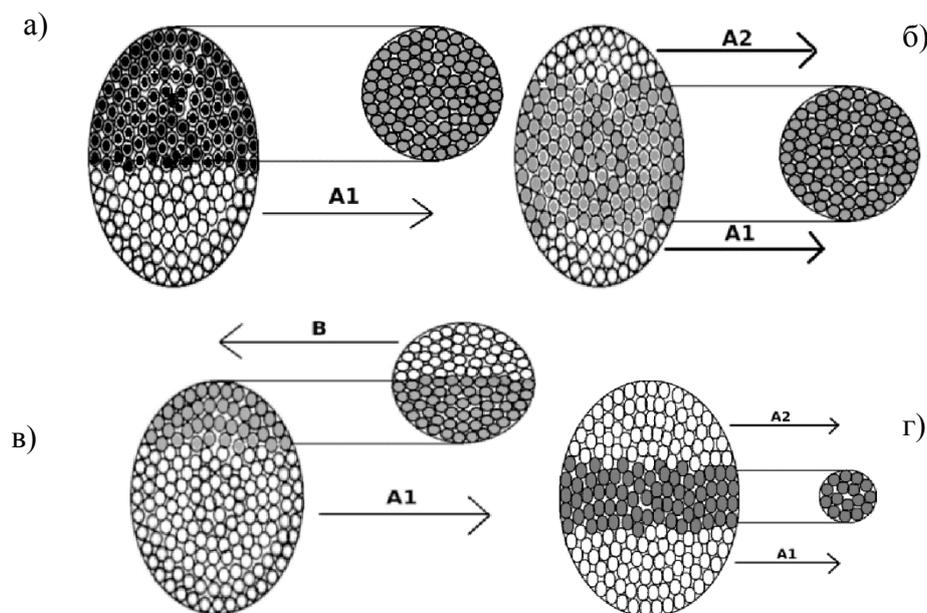
мации, так как до уровня наблюдения происходит достаточно большое количество взаимодействий, приводит к существенным особенностям в распределении фрагментов и множественности ливневых частиц, исследование которых позволяет дать физическую интерпретацию результатов на основе различий в начальных условиях соударений [16-20].

### Параметры оценки степени центральности взаимодействия

Исследование особенностей в распределении вторичных частиц и фрагментов в соударениях тяжелых ионов с ядрами фотоэмульсии в зависимости от степени центральности и степени асимметрии взаимодействующих ядер проводилось на основе экспериментальных данных,

включающих взаимодействия  $^{197}\text{Au}$  10,7 А·ГэВ с ядрами фотоэмульсии *Em* [21-25].

На рисунке 1 представлено схематическое представление взаимодействия ядер различной степени центральности и асимметричности. Более темным цветом обозначены нуклоны области взаимодействия (исходя из геометрических представлений). Светлыми представлены нуклоны, образующие фрагменты ядра снаряда и ядра мишени. При этом из сравнения рисунков 1а и 1б следует, что, исходя из геометрических представлений, вероятность появления событий с одним фрагментом ядра снаряда ниже для сильно центральных взаимодействий (1б) и выше для слабо центральных (1а). В периферических взаимодействиях (1в) также более вероятным является появление событий с одним многозарядным фрагментом.



- а) – слабо центральное взаимодействие слабо асимметричных ядер;  
 б) – сильно центральное взаимодействие слабо асимметричных ядер;  
 в) – периферическое взаимодействие;  
 г) – сильно центральное взаимодействие сильно асимметричных ядер

**Рисунок 1** – Схематическое представление взаимодействия ядер различной степени центральности и асимметричности

Из сравнения рисунков 1г и 1б следует, что для более асимметричных взаимодействий (1г), то есть когда налетающее ядро существенно больше ядра мишени суммарный заряд фрагментов налетающего ядра должен быть больше, по сравнению с менее асимметричным взаимодей-

ствием (1б). Вероятность появления событий полного разрушения ядра снаряда (то есть когда отсутствуют многозарядные фрагменты) также выше для событий 1б типа, по сравнению с другими типами, представленными на рисунке 1. Анализ фрагментации ядра снаряда позво-

ляет оценить степень центральности взаимодействия. При этом, результаты оценки должны учитывать параметры асимметрии взаимодействующих ядер.

Одним из наиболее оптимальных параметров для оценки степени центральности взаимодействия и отделения событий с легкими и тяжелыми ядрами фотоэмульсии является зависимость числа фрагментов ядра-мишени и множественности  $n_s$  частиц. Эта корреляционная зависимость представлена на рисунке 2.

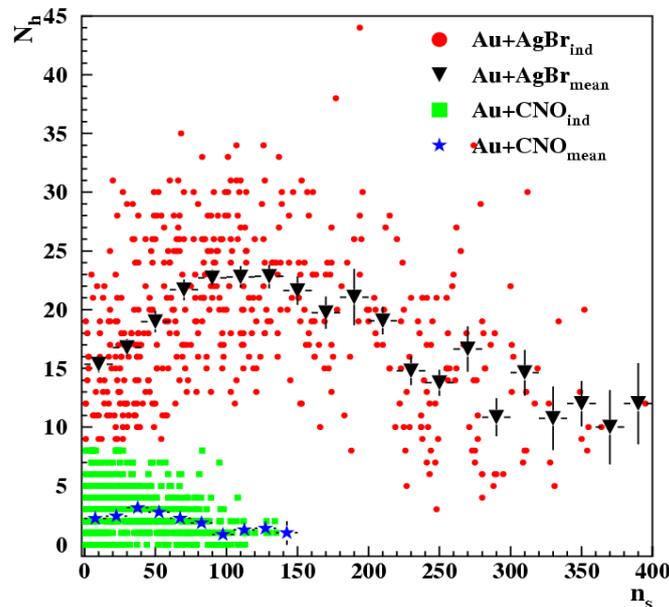
Как следует из рисунка 2, события взаимодействия с легкими (CNO) и тяжелыми (AgBr) ядрами фотоэмульсии довольно хорошо отделяются.

При этом взаимодействия с легкими ядрами фотоэмульсии в данном случае ограничены двумя условиями. Во-первых, максимальное число фрагментов ядра мишени не может превышать 8, что соответствует заряду самого большого из легких ядер фотоэмульсии – ядра кислорода. Во-вторых, максимальная множественность  $n_s$  во взаимодействиях с легкими ядрами фотоэмуль-

сии значительно ниже по сравнению с взаимодействиями с тяжелыми ядрами фотоэмульсии. Использование этого факта позволяет отделять  $Au+AgBr$  события с большими множественностями и числом фрагментов ядра мишени меньше 8, от  $Au+CNO$  событий.

Для анализа периферичности столкновения средние значения корреляционной зависимости  $N_h$  от  $n_s$  на рисунке 2 для группы взаимодействий с тяжелыми и легкими ядрами фотоэмульсии по описанным выше критериям представлены отдельно.

Среднее распределение для  $Au+AgBr$  событий демонстрирует рост до уровня  $n_s = 110$ . Этот уровень отделяет периферические и центральные взаимодействия. Чем более периферичным является взаимодействие, тем меньше частиц ядра мишени участвует во взаимодействии и, следовательно, тем больше количество фрагментов мишени. При сильно центральном столкновении число образующихся ливневых частиц максимально, а количество фрагментов ядра мишени минимально.



**Рисунок 2** – Корреляционная зависимость суммарного числа фрагментов ядра мишени ( $N_h = n_p + n_s$ ) и числа ливневых частиц  $n_s$  для взаимодействия тяжелых ядер золота  $^{197}\text{Au}$  с энергией 10,7 А·ГэВ с тяжелыми (AgBr) и легкими (CNO) ядрами фотоэмульсии

Поведение среднего распределение для  $Au+CNO$  подобно среднему распределению для  $Au+AgB$  взаимодействий, но сдвинуто в область

малых значений  $n_s$ . Уровень раздела периферических и центральных событий соответствует  $n_s = 55$ .

### Анализ фрагментов налетающего ядра

Для событий различных классов по выделенным характерным параметрам фрагментации ядра снаряда был осуществлен поиск различий в распределении фрагментов налетающего ядра.

На рисунке 3 представлено распределения по величине суммарного заряда фрагментов ядра-снаряда  $Q$  для событий с различным числом многозарядных фрагментов  $N_f$  для  $Au+AgBr$  взаимодействий с учетом разделения на периферические и центральные взаимодействия по уровню  $n_s=110$ .

Как видно из рисунка 3 распределение для событий, в которых отсутствуют многозарядные фрагменты ядра снаряда  $N_f=0$ , сконцентрировано в области малых значений  $Q$ . Среднее значение  $Q=15.9\pm 7.0$ . Такие события соответствуют центральным взаимодействиям с большим числом провзаимодействовавших нуклонов налета-

ющего ядра. При этом практически все события имеют высокую множественность  $n_s \geq 110$ .

В событиях с одним многозарядным фрагментом  $N_f=1$  полное распределение имеет четкое разделение на два класса событий по представленному критерию  $n_s=110$ . Первый класс событий представляет собой взаимодействия с  $n_s < 110$ , в которых большинство событий находится в области больших значений  $Q$ , близкому к полному заряду ядра золота ( $Q=79$ ). Среднее значение суммарного заряда фрагментов налетающего ядра  $Q=68.3\pm 10.3$ . Такие события соответствует периферическим взаимодействиям с небольшим количеством провзаимодействовавших нуклонов ядра-снаряда. Второй класс событий представляет собой взаимодействия с  $n_s \geq 110$  со средним значением  $Q=31.3\pm 8.8$ . Такие события относятся к центральным взаимодействиям низкой степени центральности, представленные на рисунке 1а.

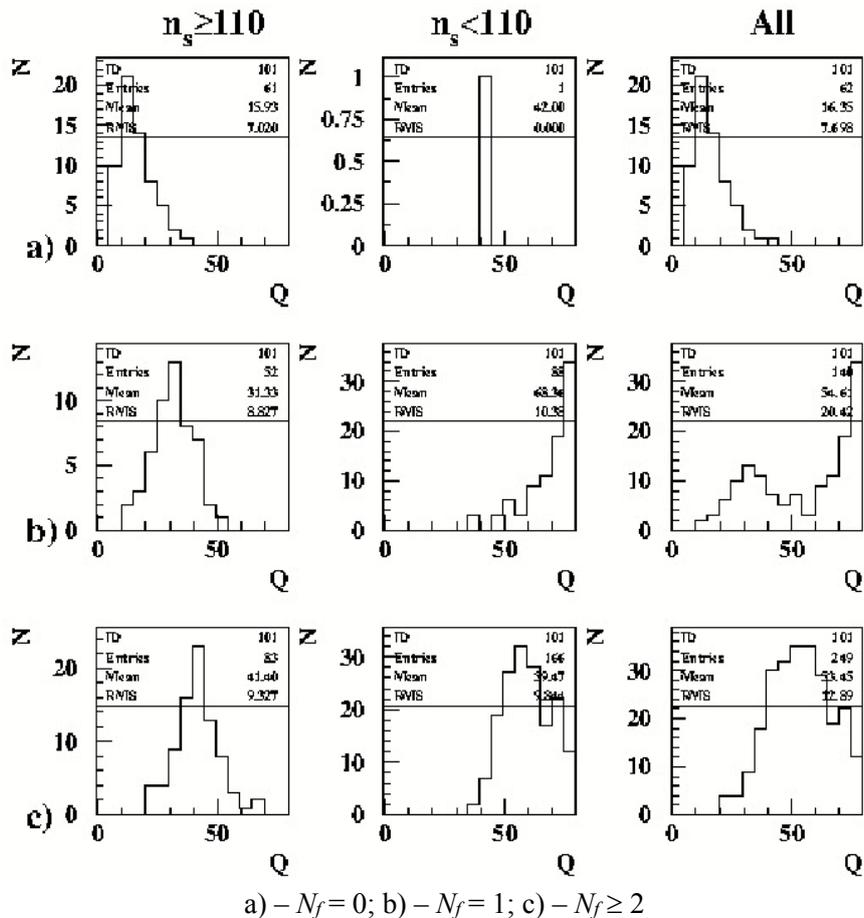


Рисунок 3 – Распределение суммарного заряда фрагментов ядра снаряда в зависимости от множественности  $n_s$  для взаимодействия  $Au+AgBr$  в событиях с различным числом многозарядных фрагментов  $N_f$

События с  $N_f > 1$  занимают промежуточную позицию со средним значением  $Q = 53.4 \pm 12.9$ . Такие события относятся к центральным взаимодействиям низкой степени центральности, представленные на рисунках 1б и 1г. Таким образом, результаты анализа  $Q$ -распределения подтверждают доводы, основанные на геометрических представлениях взаимодействия с учетом корреляционной зависимости суммарного числа фрагментов ядра мишени  $N_h$  и множественности ливневых частиц  $ps$ .

### Заключение

Представлены параметры фрагментации взаимодействующих ядер для центральных и периферических событий различной степени центральности (периферичности). Результаты

анализа  $Q$ -распределения подтверждают доводы, основанные на геометрических представлениях взаимодействия. В качестве экспериментальных критериев для отделения событий с динамическими флуктуациями, характеризующие особенности процесса взаимодействия, и событий с флуктуациями, связанными с флуктуациями начальных условий и зависящих от степени центральности (периферичности) взаимодействия могут быть использованы параметры корреляционной зависимости множественности ливневых частиц и числа фрагментов ядра мишени. При этом также необходимо учитывать количество многозарядных фрагментов ядра-снаряда и распределение суммарного заряда фрагментов налетающего ядра, характеризующего число провзаимодействовавших протонов ядра-снаряда.

### Литература

- 1 Stefanek G. et al. Recent results from the search for the critical point of strongly interacting matter at the CERN SPS // Nucl. Part. Phys. Proc. – 2016. – Vol. 273-275. – P.2596-2598.
- 2 Kumar L. (for the STAR Collaboration) STAR Results from the RHIC Beam Energy Scan-I // Nuclear Physics A. – 2013. – Vol. 904–905. – P.256–263.
- 3 Melkumov G.L. (for the NA49 and NA61 Collaborations) Exploration of the Phase Diagram of Strongly Interacting Matter at CERN SPS // Nuclear Physics B (Proc. Suppl.). – 2013. – Vol.245.– P. 283–290.
- 4 Luzum M., Petersen H. Initial state fluctuations and final state correlations in relativistic heavy-ion collisions // J.Phys.G: Nucl.Part.Phys. – 2014. – Vol.41, N6. – P. 063102.
- 5 Adare, A., Luzum, M., Petersen, H. Initial state fluctuations and final state correlations: Status and open questions // Physica Scripta. – 2013. – Vol.87 (4). – P. 048001.
- 6 Csernai L.P., Skälvik A., Wang D.J., Strottman D., Anderlik C., Cheng Y., Yan Y.L., Sa B.H. Directed flow from global symmetry and initial state Fluctuations // Central Eur.J.Phys. – 2012. – Vol. 10, N 6. –P. 1271-1273.
- 7 Kim D.J. for the ALICE Collaboration News on collectivity in Pb-Pb collisions from the ALICE experiment // EPJ Web of Conf. – 2017. – Vol. 141. – P.01001.
- 8 Esumi S. Collective flow measurements at RHIC energies // EPJ Web of Conf. – 2017. – Vol.141. – P.05001.
- 9 Song H., Zhou Y., Gajdosova K. Collective flow and hydrodynamics in large and small systems at the LHC // Nucl. Sci. and Tech. – 2017. – Vol.28, Iss.7. – P.99.
- 10 Pasechnik R., Sumera M. Phenomenological Review on Quark–Gluon Plasma: Concepts vs. Observations // Universe. – 2017. – Vol.3(1), Iss.7. – P.1-61.
- 11 Plumari S., Guardo G.L., Scardina F., Greco V. Initial-state fluctuations from midperipheral to ultracentral collisions in an event-by-event transport approach // Phys. Rev. C. – 2015. – Vol.92, Iss.5. – P.054902.
- 12 Dusling K. From initial-state fluctuations to final-state observables // Nucl. Phys. A. – 2013. – Vol. 904-905. – P. 59-66.
- 13 Jia J., Mohapatra S. A method for studying initial geometry fluctuations via event plane correlations in heavy ion collisions // Eur.Phys.J. C. – 2013. – Vol.73, N 7. – P. 1-17.
- 14 Schenke B., Tribedy P., Venugopalan R. Initial-state geometry and fluctuations in Au+Au, Cu+Au, and U+U collisions at energies available at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider // Phys.Rev.C – Nucl.Phys. 2014. – Vol. 89, N 6. – P. 064908.
- 15 Jia J., Teaney D. Study on initial geometry fluctuations via participant plane correlations in heavy ion collisions // Eur. Phys. J. C. – 2013. – Vol. 73, N 10. – P. 1-7.
- 16 Voloshin S.A. Collective phenomena in ultra-relativistic nuclear collisions: anisotropic flow and more // Proc. of Nuclear Physics Conf. "From Quarks and Gluons to Hadrons and Nuclei", Erice-Sicily, September, 2011.
- 17 Shuryak E. Strongly coupled quark-gluon plasma in heavy ion collisions // Reviews of Mod. Phys. – 2017. – Vol.89. – P.035001.
- 18 Nouicer R. New state of nuclear matter: Nearly perfect fluid of quarks and gluons in heavy-ion collisions at RHIC energies // Eur.Phys.J Plus. – 2016. – Vol. 131, Iss.3. – P.70.
- 19 Braun-Munzinger P., Koch V., Schäfer T., Stachel J. Properties of hot and dense mater from relativistic heavy ion collisions // Phys. Reports. – 2016. – Vol.621. – P. 76-126.

- 20 Mohapatra S. Experimental overview on flow observables in heavy ion collisions // Nucl.Phys. A. – 2016. – Vol. 956. – P.59-66.
- 21 Giacalone G., Noronha-Hostler J., Ollitrault J.Y. Relative flow fluctuations as a probe of initial state fluctuations // Phys. Rev. C. – 2017. – Vol.95. – P.054910.
- 22 Sarkar S., Mali P., and Mukhopadhyay A. Simulation study of elliptic flow of charged hadrons produced in Au + Au collisions at energies available at the Facility for Antiproton and Ion Research // Phys. Rev. C. – 2017. – Vol.95. – P.014908.
- 23 Bhoumik G., Bhattacharyya S., Deb A., Ghosh D. Event-by-Event pseudorapidity fluctuation analysis: An outlook to multiplicity and phase space dependence // Eur. Phys. J. A. – 2016. – Vol.52. – P.196.
- 24 Jena S. On behalf of the ALICE Collaboration Recent results on event-by-event fluctuations in ALICE at the LHC // J.Phys. Conf. Ser. – 2015. – Vol.612. – P.012047.
- 25 Ahmad S., Chandra A., Kumar A., Chaturvedi O., Ahmad A., Zafar M., Irfan M., Singh B.K. Event-by-event analysis of high-multiplicity events produced in 158 A GeV/c 208Pb-208Pb collisions // Europhys. Lett. – 2015. – Vol.112, N4. – P.42001.

### References

- 1 G. Stefanek et al., Nucl.Part.Phys. Proc., 273-275, 2596-2598 (2016). Doi: 10.1016/j.nuclphysbps.2015.10.001
- 2 L. Kumar, Nuclear Physics A, 904–905, 256–263 (2013).
- 3 G.L. Melkumov, Nuclear Physics B (Proc. Suppl.), 245, 283–290 (2013).
- 4 M. Luzum and H. Petersen, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 06310, 41, 6 (2014). Doi: 10.1088/0954-3889/41/6/063102
- 5 A. Adare, M. Luzum, and H. Petersen, Physica Scripta, 048001, 87 (4) (2013). Doi: 10.1088/0031-8949/87/04/048001
- 6 L.P. Csernai, A. Skålvik, D.J. Wang, D. Strottman, C. Anderlik, Y. Cheng, Y.L. Yan, and B.H. Sa, Central Eur. J. Phys., 10 (6), 1271-1273 (2012). Doi: 10.2478/s11534-012-0146-4
- 7 D.J. Kim, EPJ Web of Conf., 141, 01001 (2017).
- 8 S. Esumi, EPJ Web of Conf., 141, 05001 (2017).
- 9 H. Song, Y. Zhou, and K. Gajdosova, Nucl. Sci. and Tech., 7, 28, 99 (2017).
- 10 R. Pasechnik, and M. Sumera, 3(1), 7, 1-61 (2017). Doi: 10.3390/universe3010007
- 11 S. Plumari, G.L. Guardo, F. Scardina, V. Greco, Phys. Rev. C, 92 (5), 054902 (2015).
- 12 K. Dusling, Nucl. Phys. A, 904-905, 59-66 (2013).
- 13 J. Jia and S.Mohapatra, Eur. Phys. J. C, 73 (7), 1-17 (2017). Doi: 10.1140/epjc/s10052-013-2510-y
- 14 B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan, Phys.Rev.C, Nucl.Phys., 89 (6), 064908 (2014). Doi: 10.1103/PhysRevC.89.064908
- 15 J. Jia and D. Teaney, Eur. Phys. J., 73 (10), 1-7 (2013).
- 16 S.A. Voloshin, Proc. of Nuclear Physics Conf.: "From Quarks and Gluons to Hadrons and Nuclei", Erice-Sicily, September, 2011.
- 17 E. Shuryak, Reviews of Mod. Phys., 89, 035001 (2017). Doi: 10.1103/RevModPhys.89.035001
- 18 R. Nouicer, Eur. Phys. J Plus, 131 (3), 70 (2016). Doi: 10.1140/epjp/i2016-16070-2
- 19 P. Braun-Munzinger, V. Koch, T. Schäfer, and J. Stachel, Phys. Reports, 621, 76-126 (2016).
- 20 S. Mohapatra, Nucl. Phys., 956, 59-66 (2016). Doi: 10.1016/j.nuclphysa.2016.06.003
- 21 G. Giacalone, J. Noronha-Hostler, and J.Y. Ollitrault, Phys. Rev. 95, 054910 (2017). Doi: 10.1103/PhysRevC.95.054910
- 22 S. Sarkar, P. Mali, and A. Mukhopadhyay, Phys. Rev. 95, 014908 (2017). Doi: 10.1103/PhysRevC.95.014908
- 23 G. Bhoumik, S. Bhattacharyya, A. Deb and D. Ghosh, Eur. Phys. J. A, 52, 196 (2016). Doi: 10.1140/epja/i2016-16196-8
- 24 S. Jena, J. Phys. Conf. Ser., 612, 012047 (2015).
- 25 S. Ahmad, A. Chandra, A. Kumar, O. Chaturvedi, A. Ahmad, M. Zafar, M. Irfan and B.K. Singh, Europhys. Lett. 112 (4), 42001 (2015). doi: 10.1209/0295-5075/112/42001