

Курбанов Ф., Давлетов А.Е., *Мухаметкаримов Е.С.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, НИИЭТФ,
Казахстан, г. Алматы,

*e-mail: yerzhan.mukhametkarimov@kaznu.kz

ХИМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ

В работе развивается химическая модель трехкомпонентной пылевой плазмы, состоящей из электронов, протонов и пылевых частиц. Концентрация протонов считается фиксированной, а поглощение электронов пылинками рассматривается как связанные состояния, определяемые работой выхода электронов. Получено выражение для свободной энергии системы, которая включает в себя идеальную и неидеальную части. Вклад взаимодействий между частицами рассматривается в рамках обобщенного интегро-дифференциального уравнения Больцмана – Пуассона, полученного из цепочки уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения в приближении парных корреляций. Данное уравнение легко решается и трансформируется в систему алгебраических уравнений при переходе в Фурье-пространство и использования свойств дельта функции. Для проведения численных расчетов были выбраны потенциал Кулона в качестве взаимодействия электронов и протонов между собой в отсутствие плазменной среды, и идентичный потенциал с поправкой на конечность размеров для взаимодействия пылевых частиц. Численный расчет показывает, что свободная энергия трехкомпонентной пылевой плазмы является функцией единственного параметра и имеет ярко выраженный минимум, что может быть использовано для определения электрического заряда пылинок, находящихся в буферной плазме.

Ключевые слова: пылевая плазма, самосогласованная химическая модель, свободная энергия.

Kurbanov F., Davletov A.E., *Mukhametkarimov Ye.S.

Al-Faraby Kazakh National University, Institute of Experimental and Theoretical Physics,
Kazakhstan, Almaty,

*e-mail: yerzhan.mukhametkarimov@kaznu.kz

A chemical model of a three-component dusty plasma

A chemical model of a three-component dusty plasma consisting of electrons, protons, and dust particles is developed. The number density of protons is assumed to be fixed, and the absorption of electrons by dust particles is considered as bound states, determined by the work function of the electrons. An expression is obtained for the free energy of the system, which includes the ideal and excess parts. The contribution of interactions between particles is considered in the framework of the generalized Poisson-Boltzmann integro-differential equation obtained from the Bogolyubov chain of equations for the equilibrium distribution functions in the pair correlation approximation. This equation is easily solved and transformed into a system of algebraic equations by using Fourier transformation and delta function properties. For perform numerical calculations, the Coulomb potential was chosen as the interaction of electrons and protons with each other in the absence of a plasma medium, and an identical potential for the interaction of dust particles, corrected for finite size. Numerical calculation show that the free energy of a three-component dusty plasma is a function of a single parameter and has a pronounced minimum, which can be used to evaluate the electric charge of dust particles immersed into a buffer plasma.

Key words: dusty plasma, self-consistent chemical model, free energy.

Курбанов Ф., Давлетов А.Е., * Мұхаметкаримов Е.С.

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, ЭТФҒЗИ,
Қазақстан, Алматы қ.,

*e-mail: yerzhan.mukhametkarimov@kaznu.kz

Үш компонентті тозаңды плазманың химиялық моделі

Электрондар, протондар және тозаң бөлшектерінен тұратын үш компонентті плазманың химиялық моделі дамытылуда. Протондардың концентрациясы белгіленген, ал электрондардың тозаң бөлшектерімен жұтылуы электрондардың шығу жұмысымен анықталатын байланысқан күй ретінде қарастырылады. Идеал және идеал емес құраушылардан тұратын жүйенің бос энергиясының өрнегі алынды. Бөлшектердің әсерлесуінің әсері, жұптық әсерлесу жуықтауында тепе-теңді таралу функциясы үшін Боголюбов теңдеулер жүйелерінен шыққан жалпыланған Больцман - Пуассон интегро-дифференциалдық теңдеулері көмегімен ескерілді. Бұл теңдеу фурье-кеңістігіне көшіп, дельта функциясының қасиеттерін пайдаланса оңай шешіліп, алгебралық теңдеулер жүйесіне ауысады. Сандық есептеулер жүргізу үшін плазмалық орта жоқ кездегі электрондар мен протондардың арасындағы әсерлесу ретінде Кулон потенциалы, және тозаң бөлшектерінің әсерлесуінде шектік өлшемді ескеретін ұқсас потенциал таңдалынды. Сандық есептеу үш компонентті тозаңды плазманың бос энергиясы бір параметрдің функциясы мен минимумы бар екенін және буферлік плазмадағы тозаң бөлшектерінің электр зарядтарын анықтау үшін пайдаланылуы мүмкін болтынын көрсетеді.

Түйін сөздер: тозаңды плазма, өзара келісілген химиялық модель, бос энергия.

Введение

На сегодняшний день большой научный интерес исследователей вызывает нелинейная и многокомпонентная среда – плазма с пылевыми частицами твердого тела [1]. Такая среда встречается в различных плазменных установках [2], а также в космическом пространстве [3]. Наиболее значимыми являются исследования пылевых частиц в установках термоядерного синтеза с магнитным удержанием, которые возникают за счет взаимодействия плазменного разряда со стенками [4] и существенно влияют на работу термоядерного реактора.

Известно, что частицы твердого тела (пылевые частицы), помещенные в область плазменного разряда, приобретают большой электрический заряд, связанный с поглощением заряженных частиц плазмы: электронов и ионов [5,6]. Поскольку электроны легче и подвижнее чем ионы, заряд пылевых частиц в обычных условиях отрицательный и достигает десятков тысяч в единицах заряда электрона. Это в свою очередь ведет к возникновению сильного электростатического взаимодействия между частицами твердого тела и к изменению свойств плазмы вблизи их поверхности [5-7]. Поэтому многие современные работы сфокусированы на нахождении электрического заряда или плавающего потенциала (равновесный потенциал) пылинок в плазме. Под «плавающим» понимается потенциал, при котором уравновешены потоки электронов и ионов на поверхность частицы [8].

Для определения заряда и плавающего потенциала пылевой частицы в плазме необходимо детально исследовать поток электронов и ионов на поверхность пылинки в неоднородном поле вокруг частицы. Область действия приповерхностного поля называют плазменным слоем. В большинстве случаев предполагается, что ширина этого слоя вблизи пылевой частицы меньше, чем длина свободного пробега электронно-нейтрального или ионно-нейтрального взаимодействия. Это позволяет заключить, что перенос заряженных частиц является бесстолкновительным. Если пренебречь эффектом отдельных кулоновских столкновений по сравнению с коллективными явлениями, то задача сводится к решению самосогласованного кинетического уравнения Власова для заряженных частиц [9, 10, 11,12.], которое может быть решено как феноменологически [13], так и с использованием компьютерного моделирования с помощью метода частиц в ячейке [14, 16]. Для этого в рамках кинетического описания область вблизи поверхности частицы разделяется на несколько слоев. В плазменном слое электроны и ионы, налетающие на поверхность пылевой частицы, не взаимодействуют между собой, а вне оболочки рассматривается невозмущенная плазма с Максвелловской функцией распределения.

На сегодняшний день проделано много попыток нахождения заряда пылевых частиц в плазме [17-30]. Поскольку процесс зарядки пылевой частицы схож с зарядкой диагностического зонда, помещенного в разряд, исторически

первой работой принято считать труды Мотта-Смита и Ленгмюра [17]. Позднее были предложены различные модели, описывающие накопление заряда пылевой частицей. Например, модель монодисперсных ионов [18], теория ограниченного орбитального движения [19-21] и модель холодных ионов [22].

Стандартным и довольно простым подходом аналитического описания заряда принято считать теорию ограниченного орбитального движения, основанного на законах сохранения энергии и момента импульса [23]. В простейшем случае она учитывает потоки электронов и ионов на пылевую частицу, которые не являются единственным механизмом зарядки пылевых частиц. В процесс зарядки пылевых частиц могут повлиять эффекты, связанные с эмиссией вторичных электронов, фотоэлектронов и термоэлектронов [24-25]. Эмиссия электронов от поверхности пылинки может привести к уменьшению отрицательного заряда, изменяя заряд вплоть до положительных значений [26,27]. В работе [28] рассмотрена термоионная эмиссия с максимумом в потенциальной энергии.

Расчет, основанный на классическом подходе ограниченного орбитального движения, дает максимально возможное значение заряда пылевой частицы. В реальных экспериментах измеренный заряд значительно ниже, что связано с некоторыми особенностями процесса зарядки пылевой частицы и ограничениями самого метода. Дело в том, что теория ограниченного орбитального движения применима лишь для случая, когда размеры частиц меньше электронной дебаевской длины экранирования [29]. Кроме этого предполагается, что пылевая частица изолирована в том смысле, что другие пылевые частицы не влияют на движения налетающих электронов и ионов, что для плотной плазмы естественным образом нарушается. Если учесть, что пылевые частицы в плазме могут образовать плазменный кристалл с определенной плотностью упаковки, то становится ясно, что заряд пылевых частиц будет несколько меньше, чем для уединенной частицы [30-31].

При высоких давлениях плазмы длина свободного пробега электронов и ионов становится меньше чем характерный размер пылевых частиц, и растет вероятность рассеяния ионов на нейтральных атомах. Это приводит к увеличению ионного потока на пылевую частицу и, следовательно, к уменьшению его заряда

[32, 33]. С другой стороны, в модели ограниченного орбитального движения не рассматривается плазменный слой вблизи поверхности отрицательно заряженной пылевой частицы, который активно поглощает низкоэнергичные ионы. В литературе этот слой называют поглощающим слоем и описывают наличием максимума на кривой эффективной потенциальной энергии взаимодействия пылевой частицы с заряженными ионами [34]. Из сказанного следует, что не все ионы могут долететь до поверхности пылевой частицы, что повлияет на процесс зарядки пылевой частицы.

Таким образом, ясно, что описание процесса зарядки пылевой частицы в рамках теории ограниченного орбитального движения является не простой задачей и существует множество работ, в которых учитываются и другие эффекты. Например, для нахождения потенциала больших пылевых частиц построены модифицированные модели пылевых частиц в тлеющем разряде, а при расчетах предполагалось, что электроны имеют немаксвелловскую функцию распределения, например, функцию распределения Дрювестейна [35].

В данной работе были произведены теоретические расчеты термодинамического состояния пылевой плазмы на основе самосогласованной химической модели, которая часто используется для описания свойств частично ионизованной плазмы [36]. В рамках предлагаемой модели рассматривается полностью ионизованная водородная плазма с пылевыми отрицательно заряженными частицами [37].

Безразмерные параметры

В дальнейшем предполагается, что пылевая плазма содержит три сорта частиц: электронов с концентрацией n_e , массой m_e и электрическим зарядом $-e$; протонов с концентрацией n_p , массой m_p и зарядом e , а также пылевых частиц с концентрацией n_d , массой m_d и зарядом Ze . Существенно, что в целом плазма предполагается локально квазинейтральной так, что выполняется условие:

$$n_e = n_p + Zn_d, \quad (1)$$

или в безразмерном виде

$$\alpha = 1 + Z\gamma, \quad (2)$$

где $\alpha = n_e / n_p$ и $\gamma = n_d / n_p$.

Для описания состояния буферной плазмы удобно ввести параметр связи, который выражает степень ее неидеальности и представляет собой отношение средней энергии кулоновского взаимодействия протонов к их энергии теплового движения:

$$\Gamma = \frac{e^2}{a_p k_B T}. \quad (3)$$

где k_B – постоянная Больцмана, T – температура среды, $a_p = \sqrt[3]{3/4\pi n_p}$ – среднее расстояние между протонами.

Число протонов в единице объема характеризуется безразмерным параметром плотности

$$r_s = \frac{a_p}{a_B}, \quad (4)$$

где $a_B = \hbar^2 / m_e e^2$ – первый борковский радиус, а \hbar – постоянная Планка.

Пылевая компонента для простоты предполагается монодисперсной, то есть все пылевые частицы представляются твердыми сферами радиусом R , а материал характеризуется некоторой работой выхода электронов W . Конечность размеров пылевых частиц определяется параметром

$$d = \frac{a_d}{R}, \quad (5)$$

$a_d = \sqrt[3]{3/4\pi n_d}$ – среднее расстояние между пылинками в плазме.

Идеальная часть свободной энергии

Из курса статистической физики систем, состоящих из многих частиц, известно, что в приближении идеального газа выражение для свободной энергии трехкомпонентной пылевой плазмы имеет вид:

$$F_{exc} = \frac{V}{2} \sum_{a,b} n_a n_b \tilde{\varphi}_{ab}(0) + \frac{VT}{16\pi^3 k_B} \sum_{a,b} n_a n_b \int d\mathbf{k} \tilde{\varphi}_{ab}(k) \int dT \frac{\tilde{\Phi}_{ab}(k)}{T^3}. \quad (8)$$

$$F_{id} = -n_e V k_B T \ln \left(\frac{2e}{n_e \lambda_e^3} \right) - n_p V k_B T \ln \left(\frac{e}{n_p \lambda_p^3} \right) - n_d V k_B T \ln \left(\frac{e \Sigma_d}{n_d \lambda_d^3} \right). \quad (6)$$

где V – объем системы, $\lambda_a = (2\pi\hbar^2 / m_a k_B T)^{1/2}$ – тепловая длина волны де Бройля частиц сорта a , а статистическая сумма Σ_d описывает связанные состояния пылинки и электронов.

Для определения Σ_d используется представление о том, что пылинка представляет собой потенциальную яму для электронов, глубина которой определяется работой выхода. Пусть пылинка поглотила Z электронов, тогда их энергия связи будет равна ZA , где A – работа выхода. Кроме этого, поглощенные электроны будут создавать в окружающем пространстве электрическое поле, энергия которого легко вычисляется и равна $Z^2 e^2 / 2R$, а значит статистическая сумма примет следующий вид:

$$\Sigma_d = \exp \left(\frac{ZA}{k_B T} - \frac{Z^2 e^2}{2R k_B T} \right). \quad (7)$$

В нашей модели пылевая частица может, как поглощать, так и испускать электроны вследствие электронной эмиссии, но формула (7) при этом сохраняет свой вид.

Неидеальная часть свободной энергии

Выражение для свободной энергии (6) справедливо при полном пренебрежении взаимодействием в системе, что не всегда справедливо, так как заряд пылевых частиц может достигать значительных величин. Для учета корреляций воспользуемся разработанной ранее самосогласованной химической моделью, которая успешно описывает ионизационное равновесие в частично ионизированной водородной плазме. Неидеальная часть свободной энергии в случае трехкомпонентной пылевой плазмы, состоящей из электронов, протонов и пылинок принимает вид:

В формуле (8) фурье-образы микропотенциалов взаимодействия между компонентами пылевой плазмы определяются с помощью выражений

$$\tilde{\varphi}_{ee}(k) = \tilde{\varphi}_{pp}(k) = -\tilde{\varphi}_{ep}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2} \quad (9)$$

$$\tilde{\varphi}_{ed}(k) = -\tilde{\varphi}_{pd}(k) = \frac{4\pi Z e^2}{k^2} - \frac{4\pi Z e^2 R}{k} \left[\text{Ci}(kR) \sin(kR) + \frac{1}{2} \cos(kR) (\pi - 2 \text{Si}(kR)) \right], \quad (10)$$

$$\tilde{\varphi}_{dd}(k) = \frac{4\pi Z^2 e^2}{k^2} - \frac{8\pi Z^2 e^2 R}{k} \left[\text{Ci}(2kR) \sin(2kR) + \frac{1}{2} \cos(2kR) (\pi - 2 \text{Si}(2kR)) \right], \quad (11)$$

где $\text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt$ и $\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ – интегральный косинус и синус соответственно.

Фурье-образы макрopotенциалов взаимодействия определяются из решения цепочки уравнений Боголюбова в приближении парных корреляций и имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{ab}(k) = & \frac{1}{\Delta} \left(\tilde{\varphi}_{ab}(k) + \sum_{c=e,i,n} A_c [\tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{ab}(k) - \tilde{\varphi}_{ac}(k) \tilde{\varphi}_{bc}(k)] + \right. \\ & + \delta_{ab} \sum_{c,d=e,i,n} A_c A_d \left[\tilde{\varphi}_{ac}(k) \tilde{\varphi}_{ad}(k) \tilde{\varphi}_{cd}(k) + \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{dd}(k)}{2} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{cd}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{ad}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{dd}(k) \tilde{\varphi}_{ac}(k)^2}{2} \right] \right), \quad (12) \end{aligned}$$

$$\Delta = 1 + \sum_{a=e,i,n} A_a \tilde{\varphi}_{aa}(k) + \sum_{a,b} A_a A_b [\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{bb}(k) - \tilde{\varphi}_{ab}(k)^2] + A_a A_b A_c \times$$

$$\left[\frac{\tilde{\varphi}_{ab}(k) \tilde{\varphi}_{bc}(k) \tilde{\varphi}_{ac}(k)}{3} + \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{bb}(k) \tilde{\varphi}_{cc}(k)}{6} - \frac{\tilde{\varphi}_{aa}(k) \tilde{\varphi}_{bc}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{bb}(k) \tilde{\varphi}_{ac}(k)^2 + \tilde{\varphi}_{cc}(k) \tilde{\varphi}_{ab}(k)^2}{6} \right] \quad (13)$$

Здесь $A_c = n_c / k_B T$, а δ_{ab} – символ Кронекера.

Результаты и обсуждения

Свободная энергия всей пылевой плазмы представляет собой сумму идеальной (6) и неидеальной (8) частей

$$F = F_{id} + F_{exc}, \quad (14)$$

которая, при фиксированной концентрации пылевых частиц, протонов и температуре, зависит от единственного параметра, например, от числа электронов в плазме или заряда пылевых частиц.

На рисунках 1 и 2 представлены графики зависимости свободной энергии трехкомпонентной пылевой плазмы от параметра α . Как видно из кривых, свободная энергия рассматриваемой системы имеет локальный минимум, соответствующий устойчивому термодинами-

ческому равновесию для ансамбля, и может принимать как отрицательные, так и положительные значения. С увеличением концентрации острота минимума снижается, так как при этом падает заряд пылевых частиц и, соответственно, уменьшается их вклад в свободную энергию всей системы. Вполне аналогичная картина наблюдается с ростом параметра размера d , увеличение которого фактически приводит к уменьшению концентрации пылевых частиц в плазме.

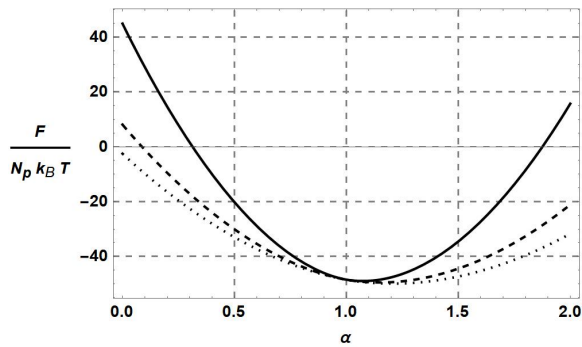


Рисунок 1 – Зависимость свободной энергии $F/N_p k_B T$, где N_p – полное число протонов в системе, от параметра α при $r_s = 3000$, $\Gamma = 0.01$, $d = 50$, $W = 3$ эВ. Сплошная линия – $\gamma = 0.0001$; пунктирная линия – $\gamma = 0.0003$, точечная линия – $\gamma = 0.0005$.

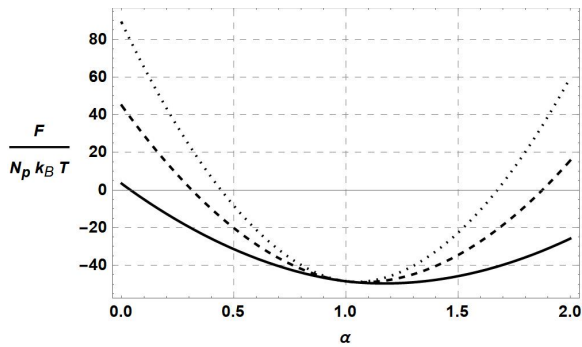


Рисунок 2 – Зависимость свободной энергии $F/N_p k_B T$, где N_p – полное число протонов в системе, от параметра α при $r_s = 3000$, $\Gamma = 0.01$, $W = 3$ эВ, $\gamma = 0.0001$. Сплошная линия – $d = 25$; пунктирная – $d = 50$; точечная линия – $d = 75$

На рисунках 3 и 4 представлено сравнение идеальной и полной свободной энергии трехкомпонентной пылевой плазмы при различных значениях безразмерных параметров. Из рисунка заметно, что вклад межчастичных взаимодействий в свободную энергию практически не заметен при $\alpha \approx 1$, так как в соответствии с (2)

пылевые частицы оказываются практически не заряженными. Наоборот, при существенном отклонении параметра α от единицы, пылевые частицы приобретают существенный электрический заряд, что приводит к сильному отклонению величины полной свободной энергии от идеальной.

Из анализа кривых также можно сделать вывод о том, что при больших значениях параметра связи Γ , корреляционные эффекты менее значительно влияют на положения минимума свободной энергии. С физической точки зрения это связано с тем, что с увеличением параметра связи уменьшается температура системы, а это приводит к снижению термоэлектронной эмиссии от пылевых частиц в плазму и снижению их заряда.

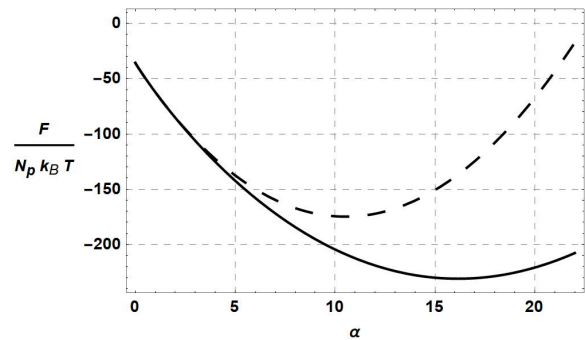


Рисунок 3 – Зависимость свободной энергии $F/N_p k_B T$, где N_p – полное число протонов в системе, от параметра α при $r_s = 3000$, $\Gamma = 0.0001$, $d = 50$, $W = 3$ эВ, $\gamma = 0.0001$. Сплошная линия – полная свободная энергия с учетом взаимодействия; пунктирная линия – идеальная часть свободной энергии

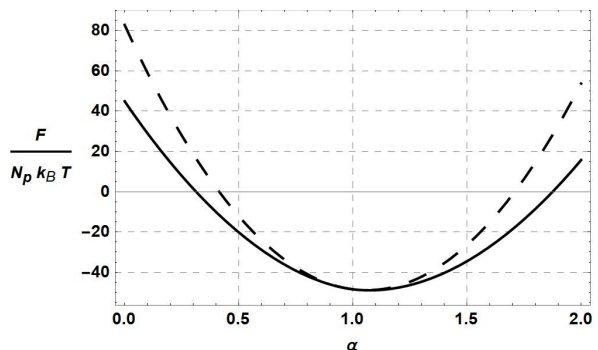


Рисунок 4 – Зависимость свободной энергии $F/N_p k_B T$, где N_p – полное число протонов в системе, от параметра α при $r_s = 3000$, $\Gamma = 0.01$, $d = 50$, $W = 3$ эВ, $\gamma = 0.0001$. Сплошная линия – полная свободная энергия с учетом взаимодействия; пунктирная линия – идеальная часть свободной энергии

Заключение

В данной работе на основе самосогласованной химической модели проанализирована зависимость свободной энергии от различных параметров трехкомпонентной пылевой плазмы. Поглощение или испускание электронов пылевой частицей рассматривается как ее связанные состояния, что позволило определить внутреннюю статистическую сумму заряженной пылинки, которая также включает в себя энергию создаваемого кулоновского поля.

Свободная энергия пылевой плазмы вычисляется как сумма идеальной и неидеальной частей. В последней корректно учтены взаимодействия между компонентами пылевой плазмы без предположения о их независимом вкладе, что особенно просто осуществимо в рамках решения обобщенного уравнения Больцмана-

Пуассона, полученного из цепочки уравнений Боголюбова в приближении парных корреляций.

Численные расчеты показали, что взаимодействие между частицами существенно влияет на термодинамическое равновесие при маленьких значениях параметра связи Γ , когда эмиссия электронов с поверхности пылевых частиц резко возрастает и увеличивается их заряд. Это в свою очередь сильно меняет вклад межчастичных взаимодействий в свободную энергию трехкомпонентной пылевой плазмы.

Следует отметить, что существование локального минимума свободной энергии дает возможность определить стационарный заряд пылевых частиц путем ее минимизации при постоянной концентрации протонов.

Работа выполнена по программе грантового финансирования Комитета Науки МОН РК, ИРН проекта AP05132677

Литература

- 1 Fortov V.E., Ivlev A.V., Khrapak S.A., Khrapak A.G., Morfill G.E. Complex (dusty) plasmas: Current status, open issues, perspectives // *Physics Reports*. – 2005. – Vol. 421 (1–2). – P.1-103.
- 2 Smirnov R.D., Pigarov A.Yu., Rosenberg M., Krasheninnikov S.I. and Mendis D.A.. Modelling of dynamics and transport of carbon dust particles in tokamaks // *Plasma Phys. Control. Fusion*. – 2007. – Vol.49. – P.347-371.
- 3 Popel S.I., Golub' A.P., Zakharov A.V., and Zelenyi L.M. Dusty Plasma near the Surface of Phobos // *JETP Letters*. – 2017. – Vol. 106(8). – P.485–490.
- 4 Krasheninnikov S.I., Smirnov R.D. and Rudakov D.L. Dust in magnetic fusion devices // *Plasma Phys. Control. Fusion*. – 2011. – Vol. 53(083001). – 54 p.
- 5 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U., and Zuzic M. The plasma condensation: Liquid and crystalline plasmas // *Phys. Plasmas*. 1999. –Vol.6 (5). – P.1769-1780.
- 6 Fortov V.E. and Morfill G.E. (ed) *Complex and Dusty Plasmas*. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2010.
- 7 Ikezi H. Coulomb solid of small particles in plasmas // *Phys.Fluids*. 1986. –Vol.29(6). –P.1764-1765.
- 8 Allen J.E. Probe theory - the orbital motion approach // *Phys. Scr*. 1992. – Vol.45. – P.497-503.
- 9 Bellan P.M. A model for the condensation of a dusty plasma // *Physics of Plasmas*. 2004. –Vol.11. – No.7. –P.3368-3379.
- 10 Zagorodny A.G., Schram P.P.J.M., Trigger S.A. Stationary Velocity and Charge Distributions of Grains in Dusty Plasmas // *PRL*. 2000. – Vol.84. No.16. – P.3694-3597.
- 11 Schram P.P.J.M., Sitenko A.G., Trigger S.A. and Zagorodny A.G. Statistical theory of dusty plasmas: Microscopic equations and Bogolyubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon hierarchy // *Phys.Rev.E*. – 2000. – Vol.63. – P.016403(1-17).
- 12 Kenneth M. Watson. Use of the Boltzmann Equation for the Study of Ionized Gases of Low Density. I // *Phys.Rev*. 1956. – Vol. 102. – No.1 –P.12-19.
- 13 Vishnyakov V.I. Charging of dust in thermal collisional plasmas. *Phys.Rev. E*. 2012. –Vol. 85. – P.026402 (1-6).
- 14 Trunec D., Bonaventura Z., Zikan P. and Jansky J. PIC/MCC Simulation of Electron and Ion Currents to Spherical Langmuir Probe // *Contrib. Plasma Phys*. 2015. –Vol.55, No.6. –P.481–493.
- 15 Matyash K., Schneider R., Taccogna F., Hatayama A., Longo S., Capitelli M., Tskhakaya D., and Bronold F.X. Particle in Cell Simulation of Low Temperature Laboratory Plasmas // *Contrib. Plasma Phys*. 2007. – Vol.47, No. 8-9. – P.595–634.
- 16 Delzanno G.L. and Tang X.-Z.. Comparison of dust charging between orbital-motion-limited theory and particle-in-cell simulations // *Phys.Plasmas*. 2015. –Vol.22. –P. 113703-1-113703-6.
- 17 Mott-Smith H.M. and Langmuir I. The Theory of Collectors in Gaseous Discharges // *Phys. Rev*. 1926. – Vol.28. – P.727.
- 18 Bohm D., Burhop E.H.S., and Massey H.S.W. The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields. Edited by A. Guthrie and R. K. Wakerling. Ch. 2 – McGraw-Hill, New York, 1949.
- 19 Al'pert Ya.L., Gurevich A.V., and Pitaevskii L.P. *Space Physics with Artificial Satellites*. – Plenum Press, New York, 1965.
- 20 Ira B. Bernstein and Irving N. Rabinowitz. Theory of Electrostatic Probes in a Low-Density Plasma // *The Physics of Fluids*. – 1959. – Vol. 2. – P.112.
- 21 Laframboise J. Theory of Spherical and Cylindrical Langmuir Probes in a Collisionless, Maxwellian Plasma at Rest // Ph.D. thesis, University of Toronto. – 1966.
- 22 Allen J.E., Boyd R.L.F., and Reynolds P.. // *Proc. Phys. Soc*. – 1957. Vol.70. - P.297.

- 23 Kennedy R.V. and Allen J.E. The floating potential of spherical probes and dust grains. II: Orbital motion theory // *J. Plasma Physics*. – 2003. – Vol. 69(6). – P.485–506.
- 24 Khrapak S.A. and Morfill G. Waves in two component electron-dust plasma // *Phys. Plasmas*. 2001. – Vol.8, No. 6. – P.2629-2634.
- 25 Delzanno G.L., Bruno A., Sorasio G., Lapenta G. Exact orbital motion theory of the shielding potential around an emitting, spherical body // *Phys. Plasmas*. – 2005. – Vol.12. – P.062102-1 – 062102-17.
- 26 Samarian A.A., Vaulina O.S., Nefedov A.P., Fortov V.E., James B.W. and Petrov O.F. Positively charged particles in dusty plasmas // *Phys.Rev.E*. 2001. – Vol.64. – P.056407- 1 – 056407- 8.
- 27 Delzanno G.L. and Tang X.-Z. Charging and Heat Collection by a Positively Charged Dust Grain in a Plasma // *PRL*. – 2014. – Vol.113. – P. 035002-1-035002-5.
- 28 Autricque A., Khrapak S.A., Couedel L., Fedorczak N., Arnas C., Layet J.-M., and Grisolia C. Electron collection and thermionic emission from a spherical dust grain in the spacecharge limited regime // *Phys.Plasmas*. – 2018. – Vol.25. – P.063701-1 – 063701-9.
- 29 Goree J. Charging of particles in a plasma // *Plasma Sources Sci. Technol*. – 1994. – Vol. 3. – P. 400-406.
- 30 Khrapak S.A., Ratynskaia S.V. etc. Particle charge in the bulk of gas discharges // *Phys.Rev.E*. – 2005. – Vol.72. – P.016406-1-016406-10.
- 31 Barkan A., D'Angelo N., and Merlino R.L. Charging of Dust Grains in a Plasma // *PRL*. – 1994. – Vol.73. No.23. –P.3093-3096.
- 32 Zobnin A.V., Nefedov A.P., Sinel'shchikov V.A., Fortov V.E. On the charge of dust particles in a low-pressure gas discharge plasma // *JETP*. – 2000. – Vol.91, No.3. –P.483-487.
- 33 Lampe M., Gavrishchaka V., Ganduli G., Joyce G. Effect of trapped ions on shielding of a charged spherical object in a plasma // *PRL*. – 2001. – Vol.86, No.23. – P.5278-5281.
- 34 Tang X.-Z. and Delzanno G.L. Orbital-motion-limited theory of dust charging and plasma response // *Phys.Plasmas*. – 2014. – Vol.21. – P. 123708-1-123708-6.
- 35 Matsoukas T. and Russell M. Particle charging in low pressure plasmas // *J. Appl. Phys*. 1995. – Vol.77(9). – P.4285-4292.
- 36 Davletov A.E., Arkhipov Yu.V., and Tkachenko I.M. Electric Charge of Dust Particles in a Plasma // *Contrib. Plasma Phys*. – 2016. – Vol.56. No. 3-4. –P.308 – 320.
- 37 Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Mukhametkarimov Y.S., Ospanova A.K. Finite size effects in the static structure factor of dusty plasmas // *Phys.Plasmas*. – 2014. – Vol.21 (7). – P.073704.

References

- 1 V.E. Fortov, A.V. Ivlev, S.A. Khrapak, A.G. Khrapak and G.E. Morfill, *Physics Reports* 421, 1-103 (2005) <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.08.007>.
- 2 R.D. Smirnov, A. Yu. Pigarov, M. Rosenberg, S. I. Krasheninnikov and D. A. Mendis, *Plasma Phys. Control. Fusion* 49, 347-371 (2007) <https://doi.org/10.1088/0741-3335/49/4/001>.
- 3 S.I. Popel, A. P. Golub', A.V. Zakharov, and L.M. Zelenyi, *JETP Letters* 106(8), 485–490 (2017) <https://doi.org/10.1134/S0021364017200115>.
- 4 S.I. Krasheninnikov, R.D. Smirnov and D.L. Rudakov, *Plasma Phys. Control. Fusion*, 53, 083001 (2011). <https://doi.org/10.1088/0741-3335/53/8/083001>.
- 5 G.E. Morfill, H.M. Thomas, U. Konopka, and M. Zuzic, *Phys. Plasmas* 6(5), 1769-1780, (1999) <https://doi.org/10.1063/1.873435>.
- 6 V.E. Fortov and G.E. Morfill (ed) *Complex and Dusty Plasmas* (Boca Raton, FL: CRC Press, 2010), 440 p.
- 7 H. Ikezi, *Phys.Fluids* 29(6), 1764-1765, (1986).
- 8 J.E. Allen, *Phys. Scr* 45, 497-503, (1992).
- 9 P.M. Bellan, *Physics of Plasmas* 11(7), 3368-3379, (2004).
- 10 A.G. Zagorodny, P.P.J.M. Schram and S.A. Trigger, *PRL* 84(16), 3694-3597, (2000) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.3594>.
- 11 P.P.J.M. Schram, A.G. Sitenko, S.A. Trigger and A.G. Zagorodny, *Phys.Rev.E*. 63, 016403, (2000) <https://doi.org/10.1007/s11232-009-0103-6>.
- 12 Kenneth M. Watson, *Phys.Rev* 102(1), 12-19, (1956).
- 13 Vladimir I. Vishnyakov, *Phys. Rev. E*. 85, 026402 (1-6), (2012) <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.85.026402>.
- 14 D. Trunec, Z. Bonaventura, P. Zikan and J. Jansky, *Contrib. Plasma Phys*. 55(6), 481-493, (2015) <https://doi.org/10.1002/ctpp.201400046>.
- 15 K. Matyash, R. Schneider, F. Taccogna, A. Hatayama, S. Longo, M. Capitelli, D. Tskhakaya and F.X. Bronold, *Contrib. Plasma Phys* 47, 595–634, (2007) <https://doi.org/10.1002/ctpp.200710073>.
- 16 Gian Luca Delzanno and Xian-Zhu Tang, *Physics of Plasmas* 22, 113703, (2015) <https://doi.org/10.1063/1.4935697>.
- 17 H. M. Mott-Smith and Irving Langmuir, *Phys. Rev.* 28, 727, (1926).
- 18 D. Bohm, E. H. S. Burhop, and H. S. W. Massey, *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields* (Edited by A. Guthrie and R. K. Wakerling) (McGraw-Hill, New York 1949), ch. 2.
- 19 Ya.L. Al'pert, A.V. Gurevich, and L.P. Pitaevskii, *Space Physics with Artificial Satellites* (Plenum Press, New York, 1965).
- 20 Ira B. Bernstein and Irving N. Rabinowitz, *The Physics of Fluids* 2, 112, (1959).

- 21 J. Laframboise, *Theory of Spherical and Cylindrical Langmuir Probes in a Collisionless*, (Maxwellian Plasma at Rest. Ph.D. thesis, University of Toronto, 1966).
- 22 J.E. Allen, R.L.F. Boyd and P. Reynolds, Proc. Phys. Soc. 70, 297, (1957).
- 23 R.V. Kennedy and J.E. Allen J. Plasma Physics 69(6), 485-506, (2003) <https://doi.org/10.1017/S0022377803002265>.
- 24 S.A. Khrapak and G. Morfill, Phys. Plasmas. 8(6), 2629-2634, (2001) <https://doi.org/10.1063/1.1370061>.
- 25 G.L. Delzanno, A. Bruno, G. Sorasio and G. Lapenta, Physics of Plasmas. 12, 062102, (2005) <https://doi.org/10.1063/1.1914546>.
- 26 A.A. Samarian, O.S. Vaulina, A.P. Nefedov, V.E. Fortov, B.W. James and O.F. Petrov, Phys.Rev.E. 64, 056407- 1 – 056407- 8 (2001) <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.64.056407>.
- 27 Gian Luca Delzanno and Xian-Zhu Tang, PRL 113, 035002, (2014) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.035002>.
- 28 A. Autricque, S.A. Khrapak, L. Couedel, N. Fedorczak, C. Arnas, J.-M. Layet, and C. Grisolia, Physics of Plasmas 25, 063701, (2018) <https://doi.org/10.1063/1.5032153>.
- 29 J Goree, Plasma Sources Sci. Technol. 3, 400-406, (1994) <https://doi.org/10.1088/0963-0252/3/3/025>.
- 30 S.A. Khrapak, S.V. Ratynskaia, A.V. Zobnin, A.D. Usachev, V.V. Yaroshenko, M.H. Thoma, M. Kretschmer, H. Höfner, G.E. Morfill, O.F. Petrov, and V.E. Fortov, Phys. Rev. E. 72, 016406-1-016406-10, (2005) <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.016406>.
- 31 A. Barkan, N. D'Angelo, and R.L. Merlino, P.R.L. 73(23), 3093-3096, (1994) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.3093>.
- 32 A.V. Zobnin, A.P. Nefedov, V.A. Sinel'shchikov, V.E. Fortov, JETP 91(3), 483-487 (2000).
- 33 M. Lampe, V. Gavrishchaka, G. Ganduli and G. Joyce, P.R.L. 86(23), 5278-5281, (2001) <https://doi.org/10.1109/PPPS.2001.960714>.
- 34 Xian-Zhu Tang and Gian Luca Delzanno, Physics of Plasmas 21, 123708 (2014), <https://doi.org/10.1063/1.4904404>.
- 35 Themis Matsoukas and Marc Russell, J. Appl. Phys. 77 (9). 4285-4292, (1995) <https://doi.org/10.1063/1.359451>.
- 36 A.E. Davletov, Yu.V. Arkhipov, and I.M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys. 56 (3-4), 308 – 320 (2016) <https://doi.org/10.1002/ctpp.201500111>.
- 37 A.E. Davletov, L.T. Yerimbetova, Y.S. Mukhametkarimov and A.K. Ospanova, Physics of Plasmas 21 (7), 073704, (2014) <https://doi.org/10.1063/1.4887009>.