

УДК 27.35.51+533.93

К.Н. Джумагулова\*, Е.О. Шаленов,  
Т.С. Рамазанов, Г.Л. Габдуллина

НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Республика Казахстан, г. Алматы

\*E-mail: dzhumagulova.karlygash@gmail.ru

### Фазовые функции рассеяния на основе динамического потенциала взаимодействия

Исследованы фазовые сдвиги электрон-электронного рассеяния в плотной квазиклассической плазме на основе динамического потенциала. Обнаружено, что учет динамической экранировки заряда на больших расстояниях во взаимодействии заряженных частиц приводит к увеличению фазовых сдвигов по сравнению со случаем статической экранировки. Показано снижение фазового сдвига при увеличении как орбитального момента, так и энергии налетающей частицы. Задача решалась с помощью квантово-механической теории с использованием уравнения Калоджеро.

**Ключевые слова:** сечения рассеяния, динамический потенциал взаимодействия, неидеальная квазиклассическая плазма, фазовый сдвиг, коэффициенты переноса, уравнение Калоджеро.

Қ.Н. Жұмағұлова, Е.О. Шаленов, Т.С. Рамазанов, Г.Л. Габдуллина

### Динамикалық әсерлесу потенциалының негізіндегі фазалық шашырау функциялары

Динамикалық әсерлесу потенциалының негізінде тығыз квазиклассикалық плазмадағы электрон-электрондық шашырауының фазалық ығысуы зерттелді. Үлкен арақашықтықта зарядталған бөлшектердің әсерлесуі кезінде динамикалық экрандалуды ескеру статикалық экрандалумен салыстырғанда фазалық ығысудың жоғарлайтындығы көрсетілді. Орбиталдық момент пен ұшып келе жатқан бөлшектің энергияларын өсіргенде фазалық ығысудың төмендеуін көрдік. Есеп кванттық-механикалық теория көмегімен Калоджеро теңдеуін пайдаланып шығарылған.

**Түйін сөздер:** шашырау кескіндері, динамикалық әсерлесу потенциалы, идеалды емес квазиклассикалық плазма, фазалық ығысуы, тасымалдау коэффициенттері, Калоджеро теңдеуі.

K.N. Dzhumagulova, E.O. Shalenov, T.S. Ramazanov, G.L. Gabdullina

### Scattering phase functions on the base of dynamic interaction potential

The phase shifts of electron-electron scattering in a dense semiclassical plasma on the base dynamic potential. Found that taking into account the dynamic charge screening at large distances in interaction of charged particles conducts to increase of phase shifts compared to the case with static shielding. Shows the decrease in the phase shifts at increase as the orbital moment, and with increasing energy of the incident particle. The problem was solved with the help of quantum-mechanical theory using equation Calogero.

**Key words:** scattering cross section, the dynamic interaction potential, imperfect semiclassical plasma, phase shift, transfer coefficients, equation Calogero.

#### Введение

Неидеальная плотная плазма возникает на Земле и в Космосе во многих процессах, связанных с нагревом и сжатием вещества. Например,

при ядерных взрывах, сверхзвуковом движении тел в плотных слоях атмосфер планет, при воздействии высокоинтенсивных потоков энергии на поверхности различных материалов. Для ре-

шения весьма актуальной проблемы реализации управляемого термоядерного синтеза с инерционным удержанием, а также для изучения процессов, происходящих в астрофизических объектах (белые карлики, Солнце, недра планет гигантов и т.п.), необходимы данные о физических характеристиках неидеальной квазиклассической плазмы.

Изучение свойств плазмы сложного состава (частично-ионизованной, металлической, пылевой, плазмы с конденсированной дисперсной фазой) наталкивается на значительные трудности, во-первых, из-за неадекватности выбора моделей взаимодействия частиц и, во-вторых, из-за несовершенства методов математического моделирования для исследования свойств таких сложных систем.

Таким образом, разработка моделей взаимодействия структурных элементов неидеальной плазмы, методов математического моделирования, и исследование на их основе кинетических, транспортных свойств системы представляет не только фундаментальный интерес, но и важно для развития технологий многих практических приложений, связанных с неидеальной плазмой.

Процессы столкновения определяют практически все свойства плазмы, ее состав, термодинамику, транспортные характеристики, электродинамические свойства и т.д. Поэтому особенно важно уметь на уровне элементарных процессов корректно и достоверно проводить исследования. Традиционно, исследование элементарных процессов в рамках определенной модели начинается с сечений упругого рассеяния, при этом первые оценки можно и нужно проводить на основе простых методов, к которым относится метод Борна.

Сечения столкновений напрямую зависят от значения относительной скорости сталкивающихся частиц, она сидит в самих уравнениях, позволяющих рассчитать сечение, при этом не учитывается зависимость потенциала взаимодействия от этой скорости. Такая постановка не совсем корректна и более последовательным является применение динамического потенциала взаимодействия частиц при исследовании их столкновений.

Для более адекватного теоретического исследования процессов рассеяния частиц плазмы необходимо привлечь методы квантовой механики. В общем случае решается уравнение

Шредингера с соответствующим потенциалом взаимодействия, для нахождения фазовых сдвигов достаточно решить уравнение Калоджеро.

### Выбор потенциала взаимодействия частиц квазиклассической неидеальной плазмы

В работе [1] был предложен способ учета динамической экранировки, он сводится к замене статического радиуса Дебая на некоторый эффективный, учитывающий динамическую экранировку:

$$r_o = r_D \left(1 + \frac{v^2}{v_{Th}^2}\right)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $v$  – относительная скорость сталкивающихся частиц,  $v_{Th}$  – тепловая скорость частиц системы.

В основе данной работы лежит модель плазмы, описанная в работе [2]:

$$\Phi_{\alpha\beta}(R) / k_B T = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))}} \left( \frac{e^{-BR}}{R} - \frac{e^{-AR}}{R} \right), \quad (2)$$

где  $A^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))}\right)$ ,

$$B^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))}\right),$$

$\Gamma = \frac{(Ze)^2}{a k_B T}$  – параметр связи,  $a = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3}$  –

среднее расстояние между частицами,

$r_s = \frac{a}{a_B}$  – параметр плотности,  $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$  –

радиус Бора,  $\delta = v / v_{Th}$  – параметр относительной скорости сталкивающихся частиц,

$R = r / a$  – межчастичное расстояние в единицах среднего расстояния между частицами. Данная модель учитывает динамическую экранировку на больших расстояниях и квантовые эффекты дифракции на малых расстояниях.

### Фазовые сдвиги

Были рассчитаны фазовые сдвиги методом фазовых функций и в квазиклассическом

приближении. Методика расчета фазовых сдвигов методом фазовых функций изложена в [3], а в квазиклассическом приближении в [4]. Функция фазового сдвига находится из решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d}{dr} \delta_l(r) = -\frac{1}{k} \frac{2m}{\hbar^2} \Phi_{ec}(r) \left[ \cos \delta_l(r) j_l(kr) - \sin \delta_l(r) n_l(kr) \right]^2, \quad (3)$$

$$\delta_l(0) = 0,$$

где  $\Phi_{ec}(r)$  – соответствующий потенциал взаимодействия;  $k$  – волновое число частицы;  $j_l(kr)$  и  $n_l(kr)$  – регулярное и нерегулярное решения уравнения Шредингера.

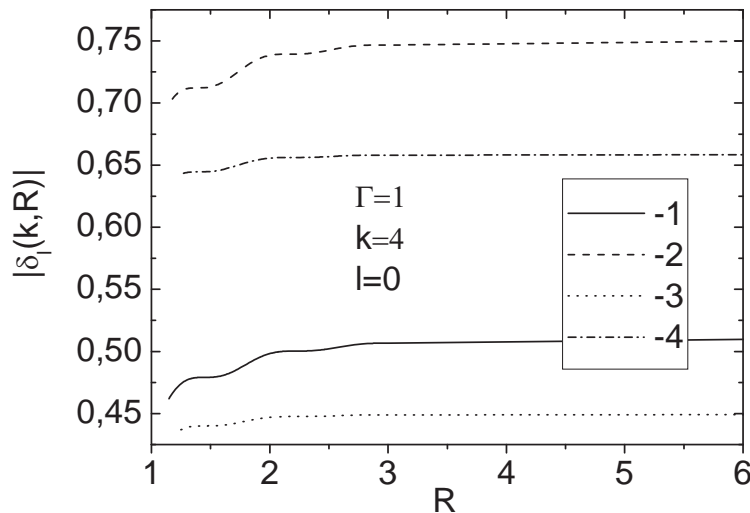
На рисунке 1 приведены зависимости фазовых функций электрон-электронного рассеяния, полученные в рамках моделей статического и динамического экранирования. Как видно на рисунке 1, полученные фазовые функции демонстрируют должное асимптотическое поведение. На больших расстояниях они стремятся к некоторому стационарному значению, которое и представляет собой фазовый сдвиг. Фазовые сдвиги, полученные на основе динамического потенциала (2) больше

фазовых сдвигов, полученных на основе статической модели [5], это логично, так как динамическая экранировка поля заряда слабее статической. Так же видно, что с увеличением  $r_s$  (плотность уменьшается) фазовые сдвиги растут, так как экранировка как явление сильнее проявляется в более плотной и холодной плазме.

Это же можно наблюдать и на рисунке 2, где представлены фазовые сдвиги в зависимости от орбитального квантового числа  $l$ . При этом с увеличением  $l$  они стремятся к нулю, что позволяет в дальнейшем ограничить вычисление полного сечения рассеяния, как суммы по  $l$ , некоторым  $l_{\max}$ .

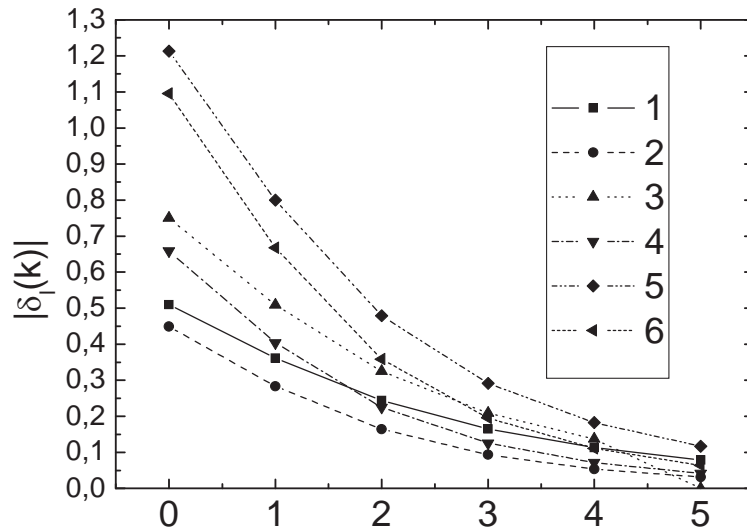
На рисунке 3 представлены фазовые сдвиги в зависимости от приведенного волнового вектора  $ka$ . Абсолютные значения фазовых сдвигов, полученных на основе динамического потенциала, больше данных, полученных на основе статической модели, при этом обе кривые сходятся при малых значениях  $ka$  (т.е. относительной скорости сталкивающихся частиц), так как динамическая экранировка переходит в обычную статическую.

На рисунках 1-3 представлены фазовые сдвиги для потенциалов [5] и (2):



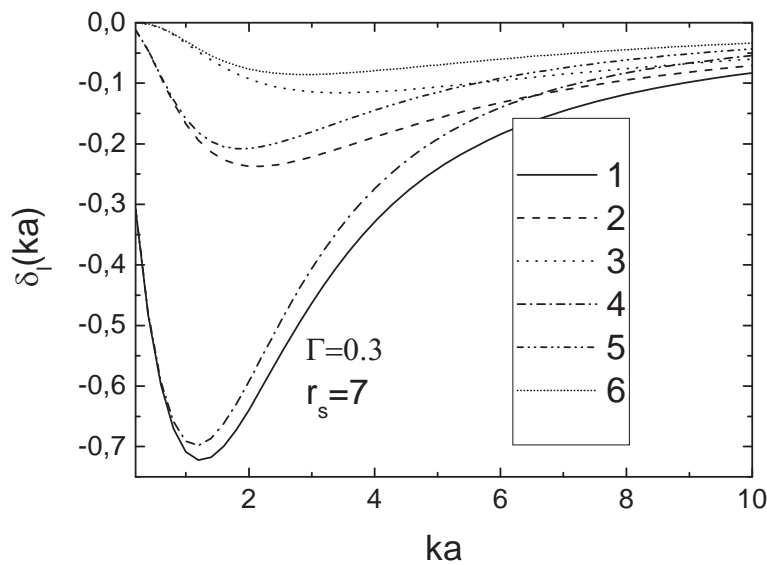
На основе динамического потенциала, 1)  $r_s=10$ ; 2)  $r_s=15$  ;  
на основе статического потенциала, 3)  $r_s=10$ ; 4)  $r_s=15$ ;

**Рисунок 1** – Фазовые функции электрона при рассеянии на заряде,  $\Gamma=1$ ,  $k=4$ ,  $l=0$



На основе динамического потенциала: 1)  $r_s=10$ ; 3)  $r_s=15$ ; 5)  $r_s=25$ ;  
на основе статического потенциала: 2)  $r_s=10$ ; 4)  $r_s=15$ ; 6)  $r_s=25$ ;

Рисунок 2 – Фазовые сдвиги электрона при рассеянии на заряде,  $\Gamma=1, k=4$



На основе динамического потенциала: 1)  $l=0$ ; 2)  $l=1$ ; 3)  $l=2$ ;  
на основе статического потенциала: 4)  $l=0$ ; 5)  $l=1$ ; 6)  $l=2$

Рисунок 3 – Фазовые сдвиги электрона при рассеянии на заряде,  $\Gamma=0.3, r_s=7$

**Заклучение**

В данной статье были рассмотрены фазовые сдвиги в плотной квазиклассической плазме на основе динамического потенциала. Основным моментом данной работы является применение модели (2) к исследованию свойств такой плазмы. Были получены фазовые сдвиги для различных значений параметра плотности.

Был использован квантовомеханический ме-

тод их расчета. Анализ полученных результатов показал, что фазовые сдвиги больше при динамической экранировке поля зарядов, чем при статической экранировке. На основе фазовых сдвигов легко получить сечение рассеяния частиц.

Полученные результаты обладают научной и практической ценностью, в силу того что сечения рассеяния являются основой для вычис-

ления различных транспортных коэффициентов исследуемой квазиклассической плотной плазмы.

Знание этих коэффициентов играет боль-

шую роль при проектировании технологических установок, так как одна из основных проблем при использовании плазмы – это проблема ее удержания и контроля.

#### References

- 1 Kremp D., Schalgel M., Kraeft W.-D. Quantum Statistics of Nonideal Plasmas. - Berlin: Springer, 2005. - 326 p.
- 2 K.N. Dzhumagulova, G.L. Gabdullina, E.O. Shalenov. Dynamic interaction potential and the scattering cross sections of the semiclassical plasma particles // Physics of Plasmas. - 2013. –Vol. 20. – P. 042702.
- 3 Babikov V.V. Method of phase functions in quantum mechanics.-M.: Science, 1976.- P. 288.
- 4 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Том 3. - М.: «Наука», 1989. - 768 с.
- 5 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys.Plasmas. -2002. -Vol. 9. - P. 3758-3761.