

УДК 533.9

¹С.К. Коданова*, ¹Т.С. Рамазанов, ²Д.Х.Х. Хоффманн,
¹М.К. Исанова, ¹Ж.А. Молдабеков

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИ ЭТФ,
Республика Казахстан, г. Алматы

¹Технический университет Дармштадт, Институт Ядерной физики, Германия, г. Дармштадт

*E-mail: kodanova@mail.ru

Исследование кулоновского логарифма и релаксационных процессов плотной плазмы на основе эффективного потенциала

В данной работе исследованы релаксационные свойства неизотермической, плотной плазмы. Рассматривается плотная плазма, для которой важен учет квантовых эффектов на малых межчастичных расстояниях. На основе эффективного потенциала взаимодействия частиц для двухтемпературной, неизотермической, плотной плазмы был получен кулоновский логарифм. Данный потенциал учитывает на малых расстояниях квантово-механические эффекты дифракции на малых расстояниях и эффекты экранировки на больших в двухтемпературной плазме. С помощью кулоновского логарифма исследованы релаксационные процессы в неизотермической плотной плазме. Для нахождения Кулоновского логарифма были рассчитаны углы рассеяния в приближении парных столкновений. Получены времена релаксации температур в плазме на основе Кулоновского логарифма с использованием эффективного потенциала при различных значениях плотности. Полученные результаты сравнены с теоретическими результатами других авторов и результатами МД моделирования.

Ключевые слова: плотная плазма, кулоновский логарифм, эффективный потенциал, время релаксации температур.

S.K. Kodanova, T.S. Ramazanov, D.H.H. Hoffmann, M.K.Issanova, Zh.A. Moldabekov

Investigation of Coulomb logarithm and relaxation processes in dense plasma on the basis of effective potentials

In this paper the relaxation properties of non-isothermal dense plasmas were studied. The dense plasma is considered for which quantum effects must be taken into account at short distances. Based on the effective interaction potentials between particles, the Coulomb logarithm for two-temperature non-isothermal dense plasmas was obtained. To obtain the Coulomb logarithm the scattering angle was calculated in binary collision approximation. These potentials take into consideration long-range multi-particle screening effects and short-range quantum-mechanical effects in two-temperature plasmas. The relaxation processes in such plasmas were studied using the Coulomb logarithm. The relaxation times of the temperature in the plasma were calculated for different density values on the basis of the Coulomb logarithm using the effective potential. The obtained results were compared with theoretical works of other authors and with the results of molecular dynamics simulation.

Key words: dense plasma, Coulomb logarithm, effective potentials, relaxation time of temperature.

С.К. Қоданова, Т.С. Рамазанов, Д.Х.Х. хоффманн, М.К. Исанова, Ж.А. Молдабеков

Эффективтік потенциал негізінде кулон логарифмі мен релаксациялық процестерді зерттеу

Жұмыста изотермиялық емес тығыз плазманың релаксациялық қасиеттері зерттелді. Мұндай плазмада бөлшектердің аралығы аз қашықтықта кванттық құбылыстарды ескеру маңызды. Екі температуралы, изотермиялық емес, тығыз плазма үшін бөлшектердің әсерлесу эффективтік потенциалы негізінде кулон логарифмі табылады. Эффективтік потенциал екі температуралы плазмада кішкентай аралықта квантты-механикалық дифракция және үлкен аралықта экрандалу құбылыс-

тарын ескереді. Кулон логарифмі арқылы изотермиялық емес тығыз плазмада релаксациялық процесстер зерттелді. Кулон логарифмін табу үшін екі бөлшектің соқтығысу жуықтауында шашырау бұрышы анықталды. Эффективтік потенциал колдану арқылы кулон логарифмі негізінде температуралардың релаксация уақыты тығыздықтың әр түрлі мәні үшін табылды. Алынған нәтижелер басқа да теориялық және МД модельдеу нәтижелерімен салыстырылды.

Түйін сөздер: тығыз плазма, кулон логарифмі, эффективтік потенциал, температуралардың релаксация уақыты.

Введение

В настоящее время ведутся активные исследования свойств плотной неидеальной плазмы в связи с проблемой реализации инерциального термоядерного синтеза. Отметим, что исследование процессов релаксации температур электронов и ионов особо актуально. В частности, при сжатии мишени потоком высокоэнергетических электронов появляется неизотермическая плазма с температурой электронов больше температуры ионов [1-2]. Кроме того, неизотермическая плазма появляется в экспериментах при взаимодействии потока тяжелых ионов с мишенью [3].

Выравнивание температуры в электронной и в ионной подсистемах происходит на много быстрее чем между электронами и ионами. Последнее, как известно, связано с большой разностью масс ионов и электронов. Для исследования релаксационных процессов в плазме существуют различные подходы, одними из которых являются метод молекулярной динамики [4-6] и квантовая кинетическая теория [7-12].

Для определения времени релаксации температур электронов и ионов необходимо знание значения кулоновского логарифма. Как известно, кулоновский логарифм появляется вследствие дальнедействующего характера потенциала Кулона. Для сходимости теоретических результатов используют так называемый радиус обрезания. Кулоновский логарифм выражается через этот радиус обрезания по формуле [9]:

$$\Lambda = \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}, \quad (1)$$

где b_{\max} , b_{\min} – максимальный и минимальный прицельный параметры. В качестве минимального прицельного параметра берется наименьшее расстояние сближения $Ze^2/k_B T$ либо тепловая длина волны де-Бройля $\lambda_{\alpha\beta} = \sqrt{2\pi\hbar^2/m_e k_B T_e}$. Тепловая длина волны частиц берется в случае, когда необходим учет квантовых эффектов. На основе численных результатов, полученных в работе [10],

была предложена следующая формула для кулоновского логарифма:

$$\Lambda_{GMS} = \frac{1}{2} \ln(1 + [\lambda_D^2 + R_{ion}^2]/[\Lambda^2/8\pi + b_C^2]), \quad (2)$$

здесь $R_{ion} = (3/4\pi n_p)^{1/3}$ – радиус ионной сферы, $b_C = Ze^2/k_B T$. Это выражение дает хорошее согласие с результатами теории Т-матриц.

В работах [4-6] было проведено исследование релаксации температур с высокой степенью точности методом молекулярной динамики.

В данной работе исследование релаксационных процессов проведено на основе эффективных потенциалов с учетом экранирования зарядов в плазме и квантовых эффектов на малых расстояниях. Для нахождения Кулоновского логарифма были рассчитаны углы рассеяния в приближении парных столкновений. Исследование релаксации электрон-ионной температуры в плотной квазиклассической плазме на основе эффективных потенциалов взаимодействия, учитывающих коллективные и квантовые эффекты, необходимо для полного физического описания процессов.

В работе исследована плотная двухтемпературная плазма: температура плазмы $T_e, T_i = 10^4 \div 10^7$ K; плотность плазмы $n = n_e + n_i = 10^{20} \div 10^{24} \text{ cm}^{-3}$, где n_e, n_i – плотности электронов и ионов, соответственно.

В разделе 1 приведены использованные эффективные потенциалы. В разделе 2 представлены рассчитанные значения Кулоновского логарифма при различных параметрах плазмы. В разделе 3 приведены время релаксации температур в сравнении с результатами других авторов и МД моделирования.

Эффективные потенциалы взаимодействия частиц плазмы

Как известно, учет коллективных эффектов экранирования во взаимодействии частиц плазмы необходим для корректного описания статических и динамических свойств плазмы. В данной работе рассматривается плотная плазма, для которой также важен учет кванто-

вых эффектов на малых межчастичных расстояниях. Далее будем использовать эффективный потенциал, полученный в работе [13, 14], который учитывает как квантовые эффекты на малых расстояниях, так и эффект экранирования на больших расстояниях. Эффективный потенциал взаимодействия имеет вид:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta}{r \sqrt{1 - (2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2}} (\exp(-rB) - \exp(-rA)) \quad (3)$$

$$B^2 = \frac{1}{2\lambda_{\alpha\beta}^2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\lambda_{\alpha\beta}}{r_D} \right)^2} \right), \quad A^2 = \frac{1}{2\lambda_{\alpha\beta}^2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2\lambda_{\alpha\beta}}{r_D} \right)^2} \right),$$

где r_D – радиус экранирования Дебая, $\lambda_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{4\pi m_{\alpha\beta} k_B T_{\alpha\beta}}$ – тепловая длина волны частиц, $m_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta / (m_\alpha + m_\beta)$ – приведенная масса частиц. Для неизотермической плазмы появляется электрон-ионная характеристическая температура T_{ei} [15, 16]. В работе [16] показано, что для корректного описания свойств плазмы электрон-ионная температура должна быть выражена в виде:

$$T_{ei} = \sqrt{T_e T_i} \quad (4)$$

В частности, показано, что электрон-ионная температура в виде (4) дает корректную асимптотику статического структурного фактора. Таким образом, полагаем $T_{\alpha\beta} = \sqrt{T_\alpha T_\beta}$.

Эффективный потенциал (3) конечен около нуля. При отсутствии экранировки потен-

циал (3) переходит в известный потенциал Дойча [17]. Если положить тепловую длину волны частиц равной нулю (классический предел), то потенциал (3) переходит в потенциал Дебая.

Нужно отметить, что потенциал (3) всегда вещественен вне зависимости от знака подкоренного выражения $1 - (2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2$ в (3). Предположим, что $1 - (2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2 < 0$, тогда, сделав замену $\sqrt{1 - (2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2} = \sqrt{-1} \sqrt{(2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2 - 1}$ после несложных алгебраических преобразований, получим:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta}{r} \frac{d_{\alpha\beta}}{\sqrt{(2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2 - 1}} \sin(r / \sqrt{r_D \lambda_{\alpha\beta}} \sin(\omega/2)) \exp(-r / \sqrt{r_D \lambda_{\alpha\beta}} \cos(\omega/2)), \quad (5)$$

$$\text{где } d_{\alpha\beta} = 4 - \frac{r_D^2}{2\lambda_{\alpha\beta}^2},$$

$$\omega = \arctan\left(\sqrt{(2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2 - 1}\right).$$

При $1 - (2\lambda_{\alpha\beta}/r_D)^2 = 0$ то есть $2\lambda_{\alpha\beta}/r_D = 1$, потенциал взаимодействия (3) принимает следующий вид:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta}{\lambda_{\alpha\beta} \sqrt{2}} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_{\alpha\beta} \sqrt{2}}\right). \quad (6)$$

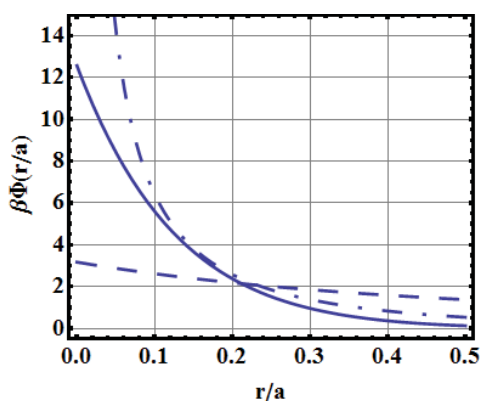


Рисунок 1 – Эффективный потенциал взаимодействия электронов. Сплошная линия эффективный потенциал (3), точечная линия потенциал Дойча, пунктирная линия потенциал Дебая при $\Gamma=0.8$, $r_s=1$

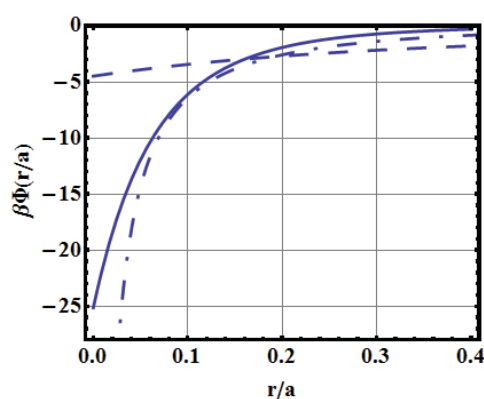


Рисунок 2 – Эффективный потенциал взаимодействия электрон-ион. Сплошная линия эффективный потенциал (3), точечная линия потенциал Дойча, пунктирная линия потенциал Дебая при $\Gamma=0.8$, $r_s=1$

Кулоновский логарифм на основе эффективного потенциала взаимодействия частиц

В этой работе кулоновский логарифм определяется с помощью угла рассеяния центра масс при парном кулоновском столкновении [18-20]:

$$\lambda = \frac{1}{b_{\perp}^2} \int_0^{\infty} \sin^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right) b db. \quad (7)$$

Угол рассеяния центра масс определяется как [5]:

$$\theta_c = \pi - 2b \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \left(1 - \frac{\Phi(r)}{E_c} - \frac{b^2}{r^2} \right)^{-1/2}, \quad (8)$$

где $E_c = \frac{1}{2} m_{\alpha\beta} v^2$ – энергия центра масс, $m_{\alpha\beta} = m_{\alpha} m_{\beta} / (m_{\alpha} + m_{\beta})$ – приведенная масса частиц сорта α и β ; $b_{\perp} = Z_{\alpha} Z_{\beta} / (m_{\alpha\beta} v^2)$. В качестве минимального прицельного параметра принят $b_{\min} = \max\{b_{\perp}, \tilde{\lambda}_{\alpha\beta}\}$, где $\tilde{\lambda}_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{\alpha\beta} k_B T}$ – тепловая длина волны де-Бройля.

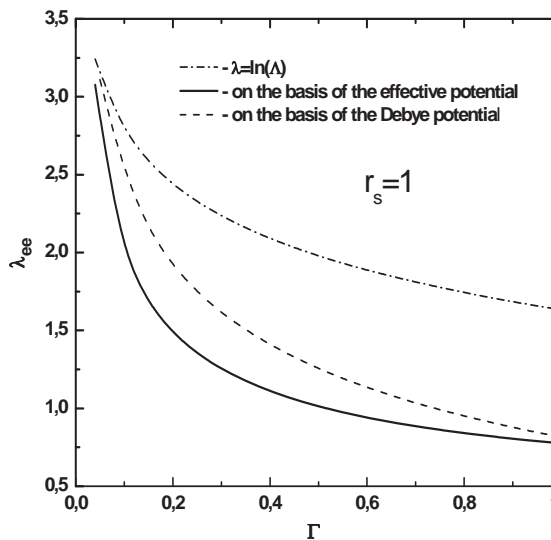


Рисунок 3 – Кулоновский логарифм электрон-электронного взаимодействия при $r_s = 1$.

Полученные численные результаты сравнены с результатами для кулоновского логарифма с использованием экранированного потенциала Дебая без учета квантовых эффектов и с условной формулой $\lambda = \ln(\Lambda)$. Видно, что при $\Gamma \ll 1$ полученные результаты на основе эф-

Использованы следующие безразмерные параметры: параметр связи $\Gamma = Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2 / a k_B T$, где $Z_{\alpha} e, Z_{\beta} e$ – заряды частиц сорта α и β ; $a = (3/4\pi n)^{1/3}$ – среднее межчастичное расстояние между частицами, $r_s = a/a_B$ – параметр плотности, $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2 / m_e}$ – плазменная частота. В формуле (8) $\Phi_{\alpha\beta}(r)$ – потенциал взаимодействия частиц и r_0 определяется из уравнения:

$$1 - \frac{\Phi_{\alpha\beta}(r_0)}{E_c} - \frac{b^2}{r_0^2} = 0. \quad (9)$$

На рисунках 3-4 представлены зависимости кулоновского логарифма для пар электрон-электрон $\lambda_{ee}(\Gamma)$ и электрон-ион $\lambda_{ei}(\Gamma)$ от параметра связи Γ при $r_s = 1$.

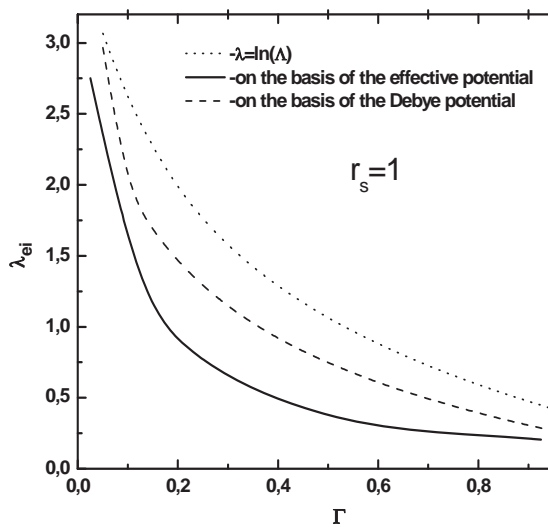


Рисунок 4 – Кулоновский логарифм электрон-ионного взаимодействия при $r_s = 1$.

фективного потенциала стремятся к результатам условной формулы. Таким образом, при малых значениях параметра связи Γ , т.е. при высоких температурах тепловая длина волны частиц становится намного меньше остальных характерных расстояний плазмы, таких, как сред-

нее межчастичное расстояние a и расстояние максимального сближения r_0 , вследствие чего влияние квантовых эффектов становится несущественным. В случае $\Gamma < 1$ результаты лежат ниже кривой, полученной на основе потенциала Дебая. В этой области тепловая длина волны частиц и расстояние максимального сближения становятся соизмеримыми $\lambda_{\alpha\beta} \sim r_0$ и квантовые эффекты на малых межчастичных расстояниях имеют значительное влияние на значение кулоновского логарифма, как это видно из рисунков 3 и 4. В пределе сильной связи полученные результаты имеют асимптотику, согласующуюся с результатами, найденными на основе потен-

циала Дебая. Это связано с тем, что при сильном взаимодействии расстояние наименьшего сближения становится больше тепловой длины волны частиц $r_0 \gg \lambda_{\alpha\beta}$ и рассеяние происходит на больших межчастичных расстояниях, где квантовые эффекты не значительны.

На рисунках 5 и 6 приведено сравнение полученных расчетных данных кулоновского логарифма в плотной плазме с теоретическими результатами других авторов [4-12]. Результаты, полученные на основе эффективного потенциала, представлены сплошной кривой (рис. 5-6). Полученные результаты согласуются с результатами MD [4-6].

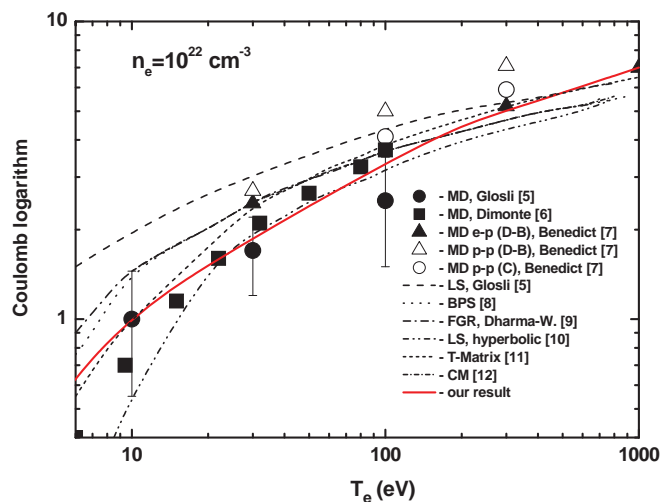


Рисунок 5 – Кулоновский логарифм в сравнении с другими теоретическими результатами при $n_e = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

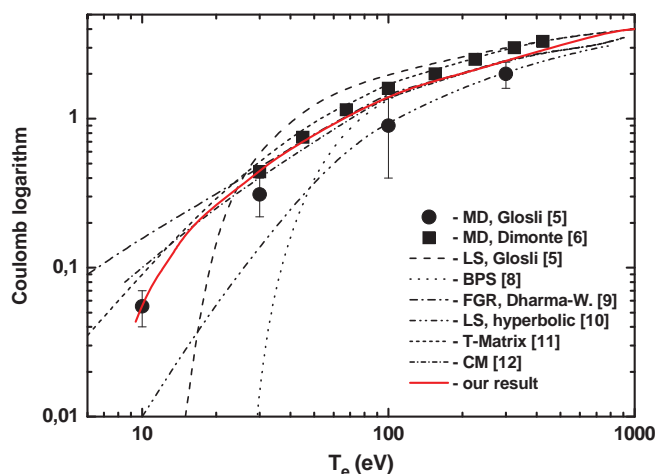


Рисунок 6 – Кулоновский логарифм в сравнении с другими теоретическими результатами при $n_e = 10^{24} \text{ cm}^{-3}$

Релаксационные свойства неизотермической плотной плазмы

Скорость релаксации электрон-ионной температуры, т.е. скорость обмена энергией, определяется разностью средних энергий или температур:

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{T_i - T_e}{\tau_{ei}}, \quad \frac{dT_i}{dt} = \frac{T_e - T_i}{\tau_{ie}}, \quad (10)$$

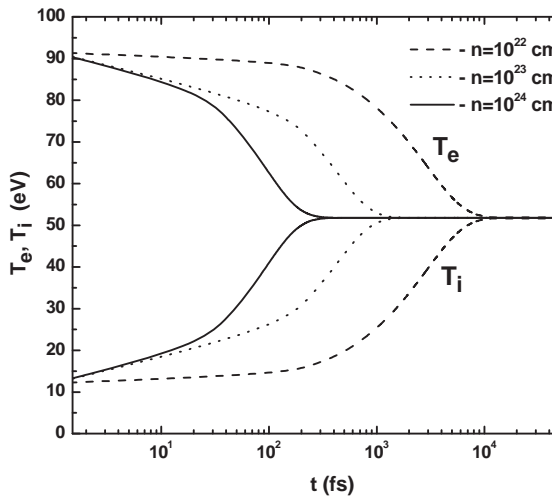


Рисунок 7 – Время релаксации температур между электронами и ионами на основе эффективного потенциала для разных плотностей

Из рисунка 7 видно, что чем меньше плотность, тем больше времени необходимо, чтобы система пришла в термодинамическое равновесие, т.е. температуры электронов и ионов сравнялись. Обнаружено, что релаксация имеет две стадии. Для конечной стадии характерно экспоненциальное убывание разности температур компонент. Рисунок 8 показывает соответствие времени релаксации температур на основе эффективного потенциала с результатами МД при

$$\tau_{ei} = \frac{3m_e m_i}{8\sqrt{2}\pi n_i e^4 \lambda} \left(\frac{k_B T_e}{m_e} + \frac{k_B T_i}{m_i} \right)^{3/2}. \quad (11)$$

В настоящей работе получены времена релаксации температур в плазме на основе Кулоновского логарифма с использованием эффективного потенциала при различных значениях плотности (рис. 7). Показано, что с увеличением плотности увеличивается частота столкновения между компонентами и это приводит к быстрому выравниванию температур компонент.

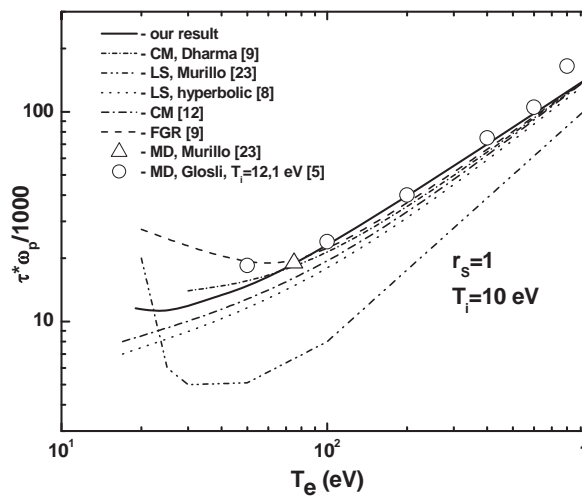


Рисунок 8 – Время релаксации в единицах плазменной частоты на основе эффективного потенциала в сравнении с теоретическими результатами [4-12, 22]

$r_s = 1$, $T_i = 10 \text{ eV}$. Видно, что чем выше температура электронов, тем больше время релаксации. Это связано с тем, что чем больше разница температуры между электронами и ионами, тем больше времени необходимо для прихода к равновесному состоянию.

На рисунке 9 приведены значения температуры ионов и электронов при $n=10^{24} \text{ cm}^{-3}$ в сравнении с теоретическими результатами других авторов и с данными МД.

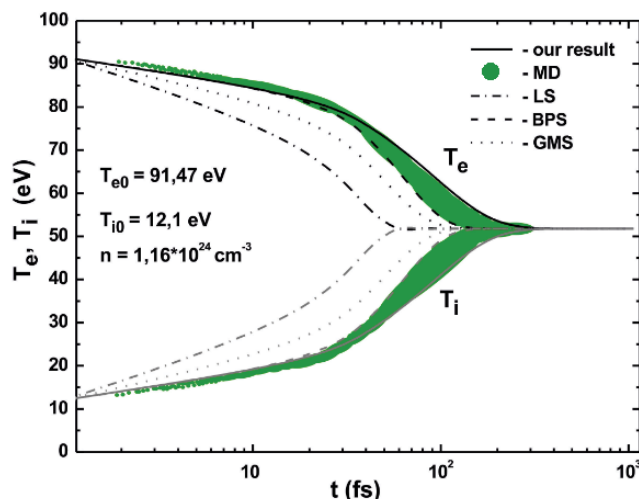


Рисунок 9 – Время релаксации температур на основе эффективного потенциала в сравнении с теоретическими результатами BPS [7], LS [9], GMS [10] и с данными MD [4]

Заключение

Проведено исследование релаксационных процессов в плотной плазме на основе эффективного потенциала взаимодействия, который учитывает квантовые эффекты дифракции на малых расстояниях и экранировку полей зарядов – на больших. Полученные результаты по кулоновскому логарифму и времени релаксации

температур для различных параметров плазмы согласуются с результатами других авторов. Исследование плотной неидеальной квазиклассической плазмы показало, что учет квантовых эффектов важен в слабосвязанной плазме, то есть при параметрах связи меньше единицы. В то же время в пределе слабой связи квантовые эффекты становятся незначительными.

References

- 1 Tahir N.A. et al. Three-dimensional thermal simulations of thin solid carbon foils for charge stripping of high current uranium ion beams at a proposed new heavy-ion linac at GSI // Phys. Rev. ST Accel. Beams.-2014.-Vol. 17. P.041003.
- 2 Ebeling W., Redmer R., Reinholz H., Roepke G. Thermodynamics and Phase Transitions in Dense Hydrogen - the Role of Bound State Energy Shifts // Contrib. Plasma Phys.-2008.-Vol. 48. p.670-685.
- 3 Tahir N.A., Stöhlker Th., Shutov A., Lomonosov I.V., Fortov V.E., French M., Nettelmann N., Redmer R., Piriz A.R., Deutsch C., Zhao Y., H. Xu, G. Xio and P. Zhan. Ultrahigh compression of water using intense heavy ion beams: laboratory planetary physics // New Journal of Physics.-2010.-Vol. 12. P.073022.
- 4 Glosli J.N. et al. Molecular dynamics simulations of temperature equilibration in dense hydrogen // Phys. Rev. E.-2008.-Vol. 78. P.025401
- 5 Dimonte G., Daligault J. Molecular-dynamics simulations of electron-ion temperature relaxation in a classical Coulomb plasma // Phys. Rev. Lett.-2008.-Vol. 10. P.135001.
- 6 Benedict L.X., et al. Molecular Dynamics Simulations of Electron-Ion Temperature Equilibration in an SF6 Plasma // Phys. Rev. Lett.-2009.-Vol. 102. P.205004.
- 7 Brown L.S., Preston D.L., and Singleton R.L.. Charged particle motion in a highly ionized plasma // Jr., Phys. Rep.-2005.-Vol. 410. P.237.
- 8 Dharma-wardana M.W.C. Quantum corrections and bound-state effects in the energy relaxation of hot dense hydrogen // Phys. Rev. Lett.-2008.-Vol.101. P.035002.
- 9 Spitzer L. Physics of Fully Ionized Gase. – Interscience: N.Y.-1967. P. 586.
- 10 Gericke D.O., Murillo M.S., Schlanges M. Dense plasma temperature equilibration in the binary collision approximation // Phys. Rev. E.-2002.-Vol. 65. P.036418.
- 11 Vorberger J., Gericke D.O. Coupled mode effects on energy transfer in weakly coupled, two-temperature plasmas // Phys. Plasma.-2009. Vol. 16. P.082702
- 12 Vorberger, D.O. Gericke. Comparison of electron-ion energy transfer in dense plasmas obtained from numerical simulations and quantum kinetic theory // High Energy Density Physics.-2014.-Vol.10. p.1-8.

- 13 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys. Plasmas.-Vol. 9. p. 3758-3761.
- 14 Deutsch C. Nodal expansion in a real matter plasma // Phys. Lett. A.-1977.-Vol. 60. - P. 317-318.
- 15 Seufferling P., Vogel J., and Toepffer C. Correlations in a 2-temperature plasma // Phys. Rev. A.-1989.-Vol. 40. - P. 323-329.
- 16 Bredow R., Bornath Th., Kraeft W.D., Redmer R. Hypernetted Chain Calculations for Multi-Component and NonEquilibrium Plasmas // Contrib. Plasma Phys.-2013.-Vol. 53. - P.276-284.
- 17 Deutsch C. Equilibrium properties of 2-component classical plasmas // Ann.Phys.-1978.-Vol. 115. - P. 404-441.
- 18 Ordonez C.A., Molina M.I. Evaluation of the Coulomb logarithm using cutoff and screened Coulomb potentials // Phys. Plasmas.-1994.-Vol. 1. - P.2515.
- 19 Ramazanov T.S., Kodanova S.K. Coulomb logarithm of a nonideal plasma // Phys. Plasmas.-2001.-Vol.8. - P.5049.
- 20 Ramazanov T.S., Kodanova S.K., Moldabekov Zh.A., Issanova M.K. Dynamical properties of non-ideal plasma on the basis of effective potentials // Phys. Plasmas.-2013.- Vol. 20. - P.112702.
- 21 Ramazanov T.S., Moldabekov Zh.A., Gabdullin M.T., Ismagambetova T.N. Interaction potentials and thermodynamic properties of two component semiclassical plasma // Phys. Plasmas.-2014.-Vol. 21. - P. 012706.
- 22 Murillo M.S., Dharma-wardana M.W.C. Temperature relaxation in hot dense hydrogen // Phys. Rev. Lett.-2008.-Vol.100. - P. 205005.