

Наурызбаева А.Ж.,  
Касымханова Г.С.,  
Коньсбаев Т.К.

**Нелинейный анализ  
пространственного  
распределения галактик**

Несмотря на большой прогресс, достигнутый в последнее время как в описании свойств структурности во Вселенной, так и в вопросе о ее формировании, в этой области есть еще много нерешенных проблем, среди которых, в частности, вопрос о нижней границе масштабов, на которых Вселенная становится однородной. В настоящей работе на основе данных об экваториальных координатах и красных смещениях галактик, полученных в результате осуществления проектов Sloan Digital Sky Survey и 2dF Galaxy Redshift Survey, проводился мультифрактальный и информационно – энтропийный анализ структуры Вселенной на разных масштабах. Получено, что нормированная энтропия пространственного распределения галактик увеличивается от значений  $\sim 0,65$  на масштабах 15–20 Мпк до значений  $\sim 0,9$  на масштабах  $\sim 110$  Мпк, приближаясь, хотя и не достигая, значений энтропии равномерного распределения даже на  $\sim 150$  Мпк. Таким образом, наши исследования указывают на то, что некоторая структурность во Вселенной должна наблюдаться по крайней мере вплоть до масштабов  $\sim 150$  Мпк.

**Ключевые слова:** Структурность во Вселенной, информационно-энтропийный анализ.

Nayrzbayeva A.Z.,  
Kassymkhanova G.S.,  
Konysbayev T.K.

**Informational and entropic  
analysis of the spatial distribution  
of galaxies**

Despite the great progress made recently in describing the properties of structure in the Universe, and the question of its formation, there are still many unsolved issues in this area, among which in particular the question of the lower border of the scale on which the universe becomes uniform. In this work, based on the data of the equatorial coordinates and the redshifts of galaxies, resulting from the implementation of projects Sloan Digital Sky Survey and 2dF Galaxy Redshift Survey, was carried out of informational and entropic analysis of the structure of the universe at different scales. It was found that the normalized entropy of the spatial distribution of galaxies increases in the values of  $\sim 0.65$  on the scale of 15–20 Mpc to  $\sim 0.9$  on the scale of  $\sim 110$  Mpc, approaching, but not reaching, the entropy values of a uniform distribution even at  $\sim 150$  Mpc. Thus, our researches suggest that some structural in the universe should be observed for at least up to the scale of  $\sim 150$  Mpc.

**Key words:** Structure of the universe, informational and entropic analysis.

Наурызбаева А.Ж.,  
Касымханова Г.С.,  
Коньсбаев Т.К.

**Галактикалардың кеңістіктік  
бөлу бейсызық талдау**

Соңғы уақыттардағы Ғаламның зерттеу прогресіне қарамастан, қазіргі таңда көптеген шешілмей жатқан мәселелері бар, соның ішінде ғаламның бір қалапты болатын масштабың төменгі шекарасында. Бұл мәселені шешу мақсатында арнайы комиссия өзінің зерттеуін жүргізуде. Sloan Digital Sky Survey және 2dF Galaxy Redshift Survey жобаларын жүзеге асыру нәтижесінде, ғаламның экваториалды координаттары мен қызыл ығысулар туралы деректер негізінде бұл жұмыста әртүрлі масштабта Ғаламшар құрылымының мультифракталды және ақпараттық-энтропиялық талдауы жүргізілді. Ғаламның кеңістіктік таралуының нормаланған энтропиясы  $\sim 150$  Мпк масштабында біркелкі таралатын энтропия шамасына жетпесе де, 15–20 Мпк масштабында  $\sim 0,65$  шамасынан  $\sim 110$  Мпк масштабында  $\sim 0,9$  шамасына дейін артатындығы көрсетілген. Осылайша, біздің зерттеулер, Ғаламшардағы белгілі бір құрылымдылық кем дегенде  $\sim 150$  Мпк масштабында байқалу керектігін, көрсетті.

**Түйін сөздер:** Ғаламшардағы құрылымдылық, энтропиялық информациялық анализі.

## **НЕЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЛАКТИК**

### **Введение**

Одной из самых интересных и до конца нерешенных задач космологии является проблема образования и эволюции крупномасштабной структуры Вселенной, галактик и скопления галактик. Наблюдательные данные свидетельствуют, что распределение галактик во Вселенной далеко от случайного, в нем в широком интервале масштабов наблюдается сложная иерархия структур. Несмотря на большой прогресс, достигнутый в последнее время как в описании свойств этой иерархии, так и в вопросе о ее формировании, в этой области есть еще много нерешенных проблем, среди которых, в частности, вопрос о верхней границе масштабов структурности во Вселенной.

Как показывают недавние исследования, пространственному распределению галактик присущи свойства самоподобия [1-4], поэтому весьма перспективным представляется применение к анализу крупномасштабной структуры Вселенной методов нелинейной физики. В настоящей работе с использованием новых наблюдательных данных по распределению галактик в пространстве, исследовались мультифрактальные и информационно-энтропийные характеристики структуры Вселенной на разных масштабах.

### **Наблюдательные данные**

Исследования проводились нами на основе данных об экваториальных координатах и красных смещениях галактик, полученных в результате осуществления проектов Sloan Digital Sky Survey и 2dF Galaxy Redshift Survey (Two-degree-Field Galaxy Redshift Survey) представленных на сайтах [www.2dfgrs.net](http://www.2dfgrs.net) и [www.sdss.org](http://www.sdss.org).

Sloan Digital Sky Survey (SDSS, Слоуновский цифровой небесный обзор) — проект широкомасштабного исследования изображений и спектров звезд и галактик, выполненный с помощью 2.5-метрового широкоугольного телескопа в обсерватории Апаچی-Пойнт штата Нью-Мексико. Проект назван в честь фонда Альфреда Слоуна. 2dF (Two-degree-Field) Galaxy Redshift Survey — исследование по измерению красных смещений

галактик, проведенное Англо-австралийской обсерватории (ААО) с помощью 3.9 метрового телескопа и позволившее построить трехмерную карту Вселенной до глубины около 2,5 миллиардов световых лет.

На основе данных об экваториальных координатах для стандартной эпохи J 2000.0 и красном смещении галактик, приведенных в этих каталогах, были рассчитаны сферические и декартовы координаты галактик. Для определения расстояния до галактики из значения ее красного смещения использовалась формула для эффекта Доплера в общем случае

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}$$

и закон Хаббла

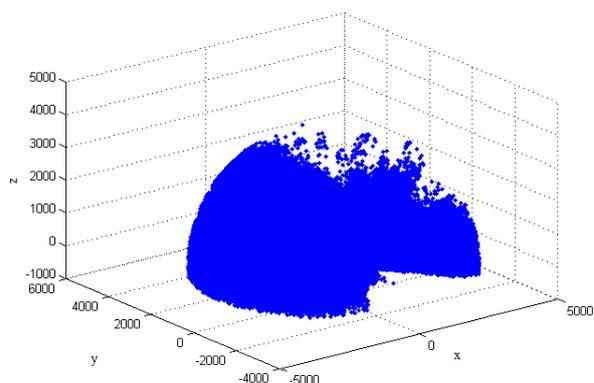
$$v = Hr,$$

где  $H$  – постоянная Хаббла, значение которой нами принималось равным  $H=70 \text{ км}/(\text{с Мпс})$ ,  $\lambda_0$  – длина волны излучения, испущенная источником,  $\lambda$  – наблюдаемая длина волны,  $v$  – лучевая скорость источника относительно наблюдателя, из которых следует:

$$r = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \frac{c}{H}$$

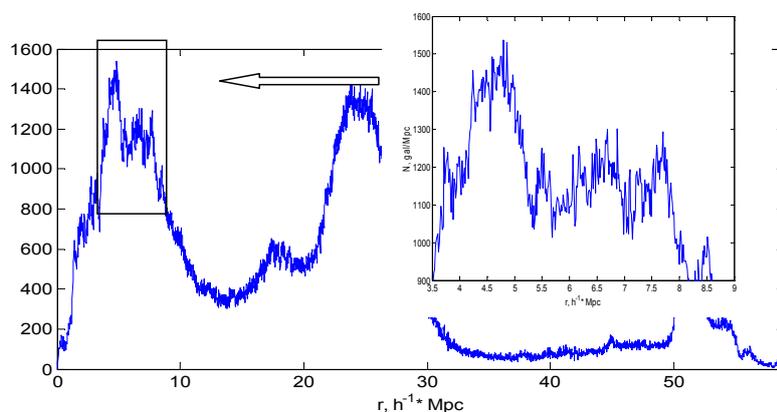
На рисунке 1 приведены результаты этих расчетов. Ось  $x$  декартовой системы координат направлена к точке весеннего равноденствия,

ось  $z$  – к северному полюсу мира, ось  $y$  дополняет систему координат до правосторонней.



**Рисунок 1** – Пространственное распределение галактик, рассчитанное по данным каталога SDSS

На рисунке 2 представлены распределения галактик в зависимости от их красных смещений (или расстояний от них до Солнечной системы), рассчитанные по данным Sloan Digital Sky-Survey. В увеличенном виде приведены также фрагменты соответствующих кривых, обведенные рамкой. Видно, что наблюдается некоторая повторяемость структур на разных масштабах. Это говорит в пользу того, что распределению галактик в пространстве присущи свойства самоподобия, скейлинговые закономерности, что характерно для структур, исследуемых в рамках нелинейной физики.



**Рисунок 2** – Распределение галактик в зависимости от их гелиоцентрического расстояния по данным SDSS

### Результаты исследования и их анализ

На базе описанных в предыдущем пункте наблюдательных данных была исследована зависимость от рассматриваемого масштаба корреляционной размерности

$$D_2 = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln Z(\delta)}{\ln \delta} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\delta)} p_i^2}{\ln \delta},$$

где  $\delta$  – размер ячейки покрытия,  $Z$  – статистическая сумма,  $p_i$  – вероятность попадания точки фрактального объекта в  $i$ -й элемент покрытия,  $p_i^2$  – вероятность попадания выбранных наугад двух точек в  $i$ -ю ячейку (в случае, если попадание обеих точек в данную ячейку можно считать независимыми событиями). Как показано в [4], в случае неравномерного распределения галактик определение корреляционной размерности возможно на масштабах до 20% от размера ячейки, целиком лежащей внутри множества галактик в полной по объему выборке каталога. В этом случае ошибка в определении размерности составляет  $\pm(0.1-0.2)$  верхняя граница мас

На рисунке 3 представлена зависимость корреляционной размерности  $D_2$  от рассматриваемого масштаба, рассчитанная по данным каталогов SDSS и 2dF. Видно, что на масштабах  $\sim 20$  Мпк ее значение близко к 2, с ростом масштаба она растет, а при  $\sim 50$  Мпк ее рост почти прекращается, достигая значений  $\sim 2.5$  на самых больших рассмотренных масштабах. Полученные нами результаты для малых масштабов согласуются с приведенными в мировой научной литературе в пределах ошибки (например, [4]), однако на больших масштабах большинство исследователей получают большие значения корреляционной размерности, близкие к 3.

Также для различных масштабов по формуле  $S = -\sum_i p_i(\delta) \ln p_i(\delta)$ , где  $\delta$  – масштаб измерения величины сигнала (размер ячейки),  $p_i$  – вероятность попадания значения сигнала в интервал  $\delta$  с номером  $i$ , рассчитывалась энтропия Шеннона пространственного распределения галактик, которая затем нормировалась на энтропию равномерного распределения точек в той же области и с тем же количеством галактик, как и в исследуемой выборке из каталога (такое распределение должно обладать максимальным из всех возможных для данной выборки значением энтропии).

На рисунке 4 представлена зависимость нормированной энтропии Шеннона распределения галактик в пространстве от рассматриваемого масштаба по данным SDSS, а на рисунке 5 – та же зависимость для пространственного распределения галактик в проекции на плоскость. Пунктирными линиями указаны границы области самоорганизации для значений энтропии [5].

Интервал исследованных масштабов ограничивался с нижней стороны тем, чтобы в ячейку соответствующего размера попадало достаточное для набора статистики количество точек, а с верхней стороны тем, чтобы выборка галактик была достаточно полной, т.е. чтобы в ячейке не было областей, не охватываемых в полной мере каталогом. Ошибка в определении энтропии составляет от 0,04 для малых масштабов до 0,02 для больших.

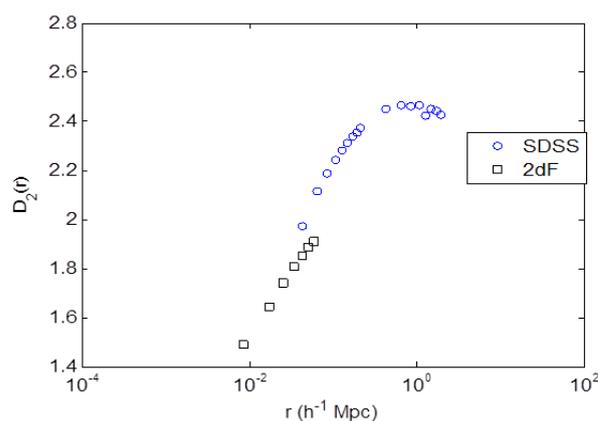
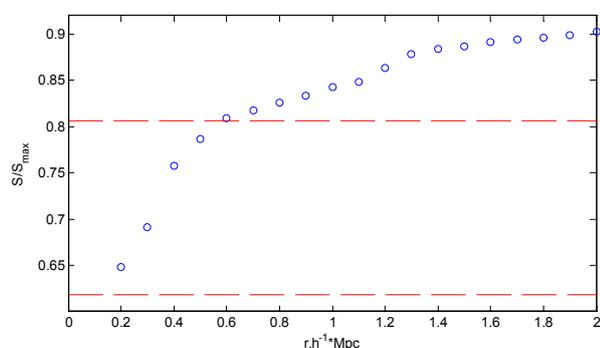


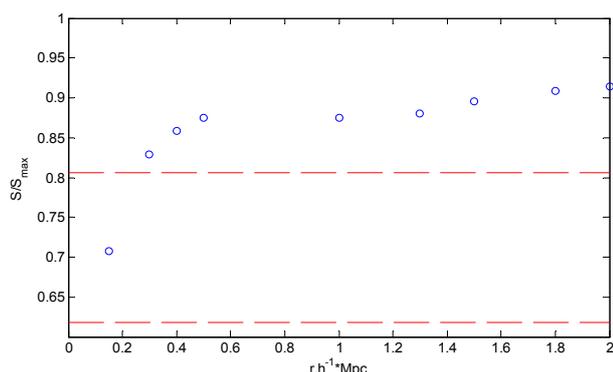
Рисунок 3 – Зависимость корреляционной размерности  $D_2$  от рассматриваемого масштаба, рассчитанная по данным каталогов SDSS и 2dF

Из рисунка 4 видно, что, начиная с наименьшего исследованного масштаба 15-20 Мпк, нормированная энтропия увеличивается от значений  $\sim 0,65$  до значений  $\sim 0,9$  на масштабах  $\sim 110$  Мпк, начиная с масштабов  $\sim 50$  Мпк рост энтропии замедляется, почти насыщаясь на  $\sim 110$  Мпк, хотя и продолжается до максимальных рассмотренных масштабов, не достигая, впрочем, значений энтропии равномерного распределения даже на масштабах  $\sim 150$  Мпк, подтверждая, таким образом, результаты, полученные нами при исследовании корреляционной размерности. При этом в интервалах до  $\sim 50$  Мпк энтропия попадает в область самоорганизации.

Это говорит о том, что на этих масштабах наблюдается сложная иерархия структур, начиная же с 'больших масштабов распределение начинает приближаться к равномерному, хотя и не становится таким.



**Рисунок 4** – Зависимость нормированной энтропии Шеннона пространственного распределения галактик от рассматриваемого масштаба по данным каталога SDSS



**Рисунок 5** – Зависимость нормированной энтропии Шеннона пространственного распределения галактик в проекции на плоскость от рассматриваемого масштаба по данным каталога SDSS

Представленная на рисунке 5 закономерность качественно согласуется с вышеописанной, однако значения энтропии выше, чем для трехмерного распределения на тех же масштабах, и насыщение наступает при меньших, ~50 Мпк размерах ячейки. Это должно объясняться тем, что при проецировании галактик из пространства на плоскость, структуры, накладываясь друг на друга, сглаживаются, что и приводит к более равномерному распределению.

### Заключение

Таким образом, полученные нами результаты по зависимости от рассматриваемого масштаба как корреляционной размерности, так и информационной энтропии пространственного распределения галактик, подтверждают, что в на интервалах до ~50 Мпк наблюдается сложная иерархия структур, при этом, начиная с масштабов ~110 Мпк распределение становится близким к равномерному, хотя и не становится таким даже на интервалах ~150 Мпк.

Эти выводы в целом согласуются с результатами о свойствах пространственного распределения галактик, полученными другими авторами, хотя вопрос о том, на каких масштабах Вселенная становится однородной, о размерах самых больших структур во Вселенной до сих пор остается открытым. Наши исследования указывают на то, что некоторая структурность во Вселенной должна наблюдаться по крайней мере вплоть до масштабов ~150 Мпк. Отметим, что примеров исследования информационной энтропии распределения галактик в пространстве в мировой научной литературе нами встречено не было.

### Литература

- 1 Starck J.-L., Martinez V.J., Donoho D.L., Levi O., Querre P., Saar E. Analysis of the spatial distribution of galaxies by multiscale methods // Eurasip Journal on Applied Signal Processing. – 2005. – Vol. 15. – P. 2455-2469.
- 2 Verevkin A.O., Bukhmastova Yu.L., and Baryshev Yu.V. The Non-Uniform Distribution of Galaxies from Data of the SDSS DR7 Survey // arXiv.org > astro-ph > arXiv:1104.0884.
- 3 Croton D.J., Norberg P., Gaztanaga E., Baugh C.M. Statistical analysis of galaxy surveys – III. The non-linear clustering of red and blue galaxies in the 2dFGRS // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2007. – Vol. 379. – P. 1562-1570.
- 4 Ловягин Н.Ю. Статистические свойства пространственного распределения Галактик // Астрофизический бюллетень. – 2009. – Т. 64, №3. – 223-225.
- 5 Жанабаев З.Ж., Мухамедин С.М., Иманбаева А.К. Информационные критерии степени самоорганизации в турбулентности // Известия вузов. Физика. – 2001. – № 7. – С. 72-77.

### References

- 1 J.-L. Starck, V.J. Martinez, D.L. Donoho, O. Levi, P. Querre, E. Saar, Eurasip Journal on Applied Signal Processing, 15, 2455-2469, (2005).
- 2 A.O. Verevkin, Yu.L. Bukhmastova, and Yu.V. Baryshev, arXiv.org > astro-ph > arXiv:1104.0884.
- 3 D.J. Croton, P. Norberg, E. Gaztanaga, C.M. Baugh, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 379, 1562-1570, (2007).
- 4 N.Yu. Lovyagin, Astrofizicheskiybulleten, 64(3), 223-235, (2009) (in russ).
- 5 Z.Zh. Zhanabaev, S.M. Mukhamedin, A.K. Imanbayeva, Russian Physics Journal, 44(7), 756-762, (2001).