УДК 539.17

Имамбеков О., [*]Токсаба Ж.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
Республика Казахстан, г. Алматы
[*]E-mail: toksaba.zhanaidar@mail.ru

РАСЧЕТ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РАССЕЯНИЯ $\pi^{\pm}$-МЕЗОНОВ НА ИЗОТОПАХ НЕ В ТЕОРИИ ГЛАУБЕРА

Введение

Двойственность пионного взаимодействия в ядре состоит в том, что с одной стороны пионы являются переносчиками ядерных сил, с другой – зондом, позволяющим изучать природу этих же сил. В ядерной физике пион является легчайшим из виртуальных квантов поля с ненулевой массой во взаимодействии между двумя нуклонами. Он играет особую роль: на больших расстояниях (r > 2 фм) посредством однопионного обменаобуславливая дальнодействующую часть силы, на средних (2 фм > r > 0,8 фм) осуществляя, в основном, двухпионное поглощение, и на малых расстояниях (r < 0,8 фм) проявляя свои кварковые степени свободы.

Процессы взаимодействия пионов с ядрами при промежуточных энергиях изучаются в рамках различных моделей: оптической, каскадной, методом связанных каналов, спомощью диаграммной техники, в дисперсионной теории и в теории дифракционного рассеяния Глаубера. Преимуществом в использовании глауберовской теории [1] при рассеянии пионов является их малая (по сравнению с нуклонами) масса. Из-за этого отдача нуклонов при рассеянии на них пионов мала, нуклоны остаются почти неподвижными («замороженными») в процессе рассеяния; таким образом, адиабатическое приближение, используемое в теории, выполняется при более низких энергиях.

Целью настоящей работы является вывод матричных элементов упругого рассеяния $\pi^{\pm}$-мезонов на изотопах ^{6,8}He в рамках глауберовской теории при промежуточных (от сотен МэВ до 1 ГэВ) и высоких (выше 1 ГэВ) энергиях. Хотя постановка эксперимента невозможна для рассеяния π-мезонов на нестабильных изотопах ^{6}He,^{8}He, однако прогресс ускорительной техникитак быстр, что то, что сегодня является предсказанием, может быть востребовано в недалеком будущем.

Матричны элементы π^{6}He- и π^{8}He-рассеяния

Вероятность πHe-рассеяния в глауберовской теории [1] определяется матричным элементом $M_{if}(\mathbf{q}_{\perp})$

$$M_{if}(\mathbf{q}_\perp) = \sum_{M_J M_J'} \frac{ik}{2\pi} \int d\boldsymbol{\rho}_\perp d\mathbf{R}_6 \exp(i\mathbf{q}_\perp \boldsymbol{\rho}_\perp)\delta(\mathbf{R}_6) \left\langle \Psi_i^{JM_J} \middle| \Omega \middle| \Psi_f^{JM_J'} \right\rangle, \qquad (1)$$

$\boldsymbol{\rho}_\perp$ – прицельный параметр, $\mathbf{R}_6 = \frac{1}{6}\sum_{n=1}^{6}\mathbf{r}_n$ – координата центра масс, $\left\langle \Psi_i^{JM_J} \middle| \Omega \middle| \Psi_f^{JM_J'} \right\rangle$ – матричный элемент перехода из начального- $\Psi_i^{JM_J}$ в конечное $\Psi_f^{JM_J'}$ состояние; индексом «$\perp$» обозначены двумерные векторы, лежащие в плоскости, перпендикулярной направлению столкновения.

Вычислим переданный импульс q в сцм. Исходя из инварианта полной энергии частиц в сцмs = $(P_a + P_b)^2 = (E_a{*} + E_b{*})^2$, где a и b– сталкивающиеся частицы, с учетом того что $E_{a,b} = T_{a,b} + m_{a,b}$, получим

$$s = P_a^2 + P_b^2 + 2P_aP_b = m_a^2 + m_b^2 + 2(E_aE_b - p_ap_b) = m_a^2 + m_b^2 + \\ +2\left[(T_a + m_a)(T_b + m_b) + \sqrt{(T_a^2 + 2m_aT_a)(T_b^2 + 2m_bT_b)}\right]$$

Импульс частицв сцм p^*:

$$p^{*2} = E_a^{*2} - m_a^2 = E_b^{*2} - m_b^2 = \\ = \left(\frac{s + m_a^2 - m_b^2}{2\sqrt{s}}\right)^2 - m_a^2$$

Переданный импульс в сцм

$$q = 2p^* \sin\left(\theta^*/2\right).$$

Оператор Ω записывается в виде ряда многократного рассеяния:

$$\Omega = 1 - \prod_{\nu=1}^{A}\left(1 - \omega_\nu\left(\boldsymbol{\rho}_\perp - \boldsymbol{\rho}_{\perp\nu}\right)\right) = \sum_{\nu=1}^{A}\omega_\nu - \sum_{\nu\langle\mu}\omega_\nu\omega_\mu + \sum_{\nu\langle\mu\langle\eta}\omega_\nu\omega_\mu\omega_\eta + ...(-1)^{A-1}\omega_1\omega_2...\omega_A \ ,(2)$$

где $\boldsymbol{\rho}_{\perp\nu}$ – двумерный аналог трехмерных одночастичных координат нуклонов r_ν. Здесь первый член ряда отвечает за однократные соударения частиц, второй − за двукратные, и т.д. до последнего члена, отвечающего за А-кратные соударения. Разложение (2)дает нам удобный способ установления значимости членов однократных соударений и соударений высших порядков. Перечислим основные этапы вычисления матричного элемента.

Основной задачей при вычислении матричного элемента (1) является разделение переменных. Мы используем ВФ ^{6}He в αnn-модели [2]. Запишем оператор (2) в альтернативном виде, исходя из того, что рассеяниепроисходит на α-частице и двух нейтронах, входящих в ядро^{6}He:

$$\Omega = \omega_\alpha + \omega_{n1} + \omega_{n2} - \omega_\alpha\omega_{n1} - \omega_\alpha\omega_{n2} - \omega_{n1}\omega_{n2} + \omega_\alpha\omega_{n1}\omega_{n2}. \qquad (3)$$

Профильные функции ω_ν зависят от элементарных амплитуд $f_{\pi n}(q)$ и $f_{\pi\alpha}(q)$:

$$\omega_\alpha\left(\boldsymbol{\rho}_\perp - \mathbf{R}_{\perp\alpha}\right) = \frac{1}{2\pi ik}\int d\mathbf{q}_{\nu\perp} \exp\left(-i\mathbf{q}_{\nu\perp}\left(\boldsymbol{\rho}_\perp - \mathbf{R}_{\perp\alpha}\right)\right) f_{\pi\alpha}(q_\nu)\,, \qquad (4)$$

$$\omega_n\left(\boldsymbol{\rho}_\perp - \boldsymbol{\rho}_\nu\right) = \frac{1}{2\pi ik}\int d\mathbf{q}_{\nu\perp} \exp\left(-i\mathbf{q}_{\nu\perp}\left(\boldsymbol{\rho}_\perp - \boldsymbol{\rho}_\nu\right)\right) f_{\pi n}(q_\nu)\,. \qquad (5)$$

Сами элементарные амплитуды в стандартной гауссовской параметризации имеют вид

$$f_{\pi x}(q) = \frac{k\sigma_{\pi x}}{4\pi}\left(i+\varepsilon_{\pi x}\right)\exp\left(-\beta_{\pi x}^2 q^2 \big/ 2\right), \quad (6)$$

где $x = a, n$; $\sigma_{\pi x}$ – полное сечение рассеяния пиона на нуклоне и на α-частице, $\varepsilon_{\pi x}$ – отношение действительной части амплитуды к мнимой, $\beta_{\pi x}$ – параметр наклона конуса амплитуды. Параметры элементарной амплитуды σ_{pn}^c, ε_{pn}^c, β_{pn}^c являются входными параметрами теории, и определяются они из независимых экспериментов. Сводка параметров πN-амплитуд при разных значениях энергии приведена в работе [3].

Как можно видеть из приведенных формул (3), (4), α-частица считается бесструктурной и рассеяние на ней происходит как на одной частице. Ее составная природа учитывается динамически, когда в αn-взаимодействии используется потенциал с запрещенными состояниями.

Волновая функция ядра ^{6}He с полным угловым моментом J ($J^\pi = 0^+$, $S = 0$) и его проекцией M_J в αnn-модели записывается [2]:

$$\Psi_{i,f}^{JM_j} = \Psi_\alpha(\mathbf{R}_\alpha)\varphi_{n1}(\mathbf{r}_1)\varphi_{n2}(\mathbf{r}_2)\sum_{\lambda lLS}\Psi_{\lambda lLS}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R}), \quad (7)$$

где $\Psi_\alpha(\mathbf{R}_\alpha)$, $\varphi_{n1,2}(\mathbf{r}_{1,2})$, $\Psi_{\lambda lLS}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R})$ – ВФ α-частицы, нейтрона (n) и относительного движения в координатах Якоби $(\mathbf{r},\mathbf{R})$. Связь их с одночастичными координатами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ выражается следующим образом:

$$\mathbf{r}_1 = \frac{2}{3}\mathbf{R}+\frac{1}{2}\mathbf{r}+\mathbf{R}_6,\ \mathbf{r}_2 = \frac{2}{3}\mathbf{R}-\frac{1}{2}\mathbf{r}+\mathbf{R}_6, \quad \mathbf{r}_3 = \mathbf{R}_6-\frac{1}{3}\mathbf{R},\quad \mathbf{R}_6 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\mathbf{r}_i \quad . (8)$$

В ВФ относительного движения основной вклад дает компонента с конфигурацией λ =0,$l=0,L=0,S=0$с весом 0.957, вторая компонента λ =1,$l=1,L=1,S=1$ имеет вес 0.043, остальные компоненты еще меньше [2]:

$$\Psi_{\lambda lLS}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R}) = \Psi_{0000}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R})+\Psi_{1111}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R}). \quad (9)$$

Парциальные ВФ получены стохастическим вариационным методом и разложены в ряд по многомерным гауссоидам:

$$\Psi_{0000}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi}\sum_{i,j} C_{ij}^{00}\exp\left(-\alpha_i\mathbf{r}^2-\beta_j\mathbf{R}^2\right) \quad (10)$$

$$\Psi_{1111}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R}) = \sum_{m\mu M_L M_S}\langle 1m1\mu|1M_L\rangle\langle 1M_L 1M_S|JM_J\rangle Y_{1m}(\mathbf{R})Y_{1\mu}(\mathbf{r})\sum_{i,j} C_{ij}^{11}\, r\,R\exp\left(-\alpha_i\mathbf{r}^2-\beta_j\mathbf{R}^2\right)(11)$$

После подстановки в профильные функции (4), (5) элементарной амплитуды (6) и интегрирования по импульсу $d\mathbf{q}_\perp$, получим:

$$\Omega_n = \omega_n\left(\boldsymbol{\rho}_\perp-\boldsymbol{\rho}_\nu\right) = F_n\exp(-(\boldsymbol{\rho}_\perp-\boldsymbol{\rho}_\nu)^2\lambda_n), \quad (12)$$

где

$$F_n = \frac{\sigma_{\pi N}}{4\pi(\beta_{\pi N})^2}(1-i\varepsilon_{\pi N}),\ \lambda_n = \frac{1}{2(\beta_{\pi N})^2}. \quad (13)$$

Аналогично для Ω_α, с заменой индекса $n\to\alpha$.

Перепишем оператор Ω (3) от одночастичных координат к относительным. С учетом (12) после некоторых преобразований оператор (3) в относительных координатах (8) будет иметь вид:

$$\Omega(\rho_\perp, R_\perp, r_\perp) = \sum_{k=1}^{7} g_k \exp\left(-a_k\rho_\perp^2 - b_k R_\perp^2 - c_k r_\perp^2 + d_k\rho_\perp R_\perp + e_k\rho_\perp r_\perp + h_k R_\perp r_\perp\right) \quad (14)$$

где суммирование по k означает суммирование по кратностям рассеяния k= 1÷3 – однократные соударения, k= 4÷6 – двукратные, k= 7 – трехкратное. Здесь

$$g_k = (F_n, F_n, F_\alpha, -F_nF_n, -F_nF_\alpha, -F_nF_\alpha, F_nF_nF_\alpha),$$
$$a_k = (\lambda_n, \lambda_n, \lambda_\alpha, 2\lambda_n, (\lambda_n+\lambda_\alpha), (\lambda_n+\lambda_\alpha), (2\lambda_n+\lambda_\alpha)),$$
$$b_k = \frac{1}{9}\left(4\lambda_n, 4\lambda_n, \lambda_\alpha, 8\lambda_n, (4\lambda_n+\lambda_\alpha), (4\lambda_n+\lambda_\alpha), (8\lambda_n+\lambda_\alpha)\right),$$
$$c_k = \frac{1}{4}\left(\lambda_n, \lambda_n, 0, 2\lambda_n, \lambda_n, \lambda_n, 2\lambda_n\right),$$
$$d_k = \frac{4}{3}\left(\lambda_n, \lambda_n, -\frac{1}{2}\lambda_\alpha, 2\lambda_n, \left(\lambda_n - \frac{1}{2}\lambda_\alpha\right), \left(\lambda_n - \frac{1}{2}\lambda_\alpha\right), \left(2\lambda_n - 2\lambda_\alpha\right)\right)$$
$$e_k = (\lambda_n, -\lambda_n, 0, 0, \lambda_n, -\lambda_n, 0),$$
$$h_k = \frac{2}{3}\left(-\lambda_n, \lambda_n, 0, 0, -\lambda_n, \lambda_n, 0\right),$$

где F_n, λ_n, F_α, λ_α определены формулами (13) и зависят от параметров элементарных $f_{\pi n}(q)$, $f_{\pi\alpha}(q)$ амплитуд.

Подставив в формулу (1) ВФ (9), (10), (11), запишем матричный элемент как сумму трех слагаемых, зависящих от компонент $\Psi_{0000}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R})$, $\Psi_{1111}^{JM_J}(\mathbf{r},\mathbf{R})$:

$$M_{if}(\mathbf{q}_\perp) = M_{if}^{00}(\mathbf{q}_\perp) + M_{if}^{11}(\mathbf{q}_\perp) + M_{if}^{01}(\mathbf{q}_\perp), \quad (15)$$

где

$$M_{if}^{00}(\mathbf{q}_\perp) = \sum_{M_sM_s'} \frac{ik}{2\pi}\int d\boldsymbol{\rho}_\perp d\mathbf{R}_6 \exp(i\mathbf{q}_\perp\boldsymbol{\rho}_\perp)\delta(\mathbf{R}_6)\left\langle \Psi_{0000}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right|\Omega\left|\Psi_{0000}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right\rangle, \quad (16)$$

$$M_{if}^{11}(\mathbf{q}_\perp) = \sum_{M_sM_s'} \frac{ik}{2\pi}\int d\boldsymbol{\rho}_\perp d\mathbf{R}_6 \exp(i\mathbf{q}_\perp\boldsymbol{\rho}_\perp)\delta(\mathbf{R}_6)\left\langle \Psi_{1111}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right|\Omega\left|\Psi_{1111}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right\rangle, \quad (17)$$

$$M_{if}^{01}(\mathbf{q}_\perp) = \sum_{M_JM_J'} \frac{ik}{2\pi}\int d\boldsymbol{\rho}_\perp d\mathbf{R}_6 \exp(i\mathbf{q}_\perp\boldsymbol{\rho}_\perp)\delta(\mathbf{R}_6)\times$$
$$\left\{\left\langle \Psi_{0000}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right|\Omega\left|\Psi_{1111}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right\rangle + \left\langle \Psi_{1111}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right|\Omega\left|\Psi_{0000}(\mathbf{R},\mathbf{r})\right\rangle\right\} \quad (18)$$

Приведем пример вычисления $M1_{if}(\mathbf{q}_\perp)$. Подставим в (17) ВФ (11):

$$M_{if}^{11}(\mathbf{q}_\perp) = \frac{ik}{6\pi}\sum_{iji'j'} C_{ij}^{(11)}C_{i'j'}^{(11)} \sum_{mm'\mu\mu'} (-1)^{M_L+M_L'} \left\langle 1m\,1\mu\right|\left.1M_L\right\rangle\left\langle 1m'\,1\mu'\right|\left.1M_L'\right\rangle\times$$
$$\times\int d\boldsymbol{\rho}_\perp \exp(i\mathbf{q}_\perp\boldsymbol{\rho}_\perp)\left\langle(-\alpha_i r - \beta_j R)\right|\Omega\left|\exp(-\alpha_{i'} r - \beta_{j'} R)\right\rangle\left\langle RY_{1m}(\hat{\mathbf{R}})\right|\left.RY_{1m'}(\hat{\mathbf{R}})\right\rangle\left\langle rY_{1\mu}(\hat{\mathbf{r}})\right|\left.rY_{1\mu'}(\hat{\mathbf{r}})\right\rangle. \quad (19)$$

Интегрирование по $d\mathbf{R}_6$ проведено с помощью δ-функции при переходе от одночастичных координат в ВФ к координатам Якоби по формулам (8). Чтобы проинтегрировать выражение (19) по координатам **r** и **R** в декартовой системе координат, перейдем от пространственных сферических гармоник к полиномам по формуле [4]:

$$R^l Y_{lm}(\hat{\mathbf{R}}) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}(l+m)!(l-m)!}\sum_{u,v,w}\frac{1}{p!t!k!}\left(-\frac{R_x+iR_y}{2}\right)^p\left(\frac{R_x-iR_y}{2}\right)^t R_z^k\,, \tag{20}$$

где $p,\ t,\ k$ - целые положительные числа: $p+t+k= l, p-t= m$; R_x, R_y, R_z – проекции вектора $\mathbf{R}$ на оси декартовой системы координат.

Просуммировав в (19) члены, зависящие от проекций моментов, с учетом (20), получим следующий полином:

$$\begin{aligned}\sum_{mm'\mu\mu'}(-1)^{M_L+M_L'}\langle 1m\,1\mu|1M_L\rangle\langle 1m'\,1\mu'|1M_L'\rangle\langle RY_{1m}(\hat{\mathbf{R}})|RY_{1m'}(\hat{\mathbf{R}})\ \rangle\langle rY_{1\mu}(\hat{\mathbf{r}})|rY_{1\mu'}(\hat{\mathbf{r}})\ \rangle = \\ = R_x^2(r_y^2+r_z^2)+R_y^2r_x^2-2R_xr_x(R_yr_y-R_zr_z)+2R_z^2r_x^2.\end{aligned} \tag{21}$$

Подставив в (19) оператор Ω (14) и полином (21), и разделив переменные, запишем

$$\begin{aligned}M_{if}^{11}(\mathbf{q}_\perp) = \frac{ik}{6\pi}\sum_{iji'j'}C_{ij}^{(11)}C_{i'j'}^{(11)}\sum_{k=1}^{7}g_{\ k}\{I_x^{(2)}(q_x)I_y(q_y)I_x(q_x)I_y^{(2)}(q_y)I_z + I_x^{(2)}(q_x)I_y(q_y)I_x(q_x)I_y(q_y)I_z^{(2)} + \\ + I_x(q_x)I_y(q_y)I_y^{(2)}(q_y)I_x^{(2)}(q_x)I_z - 2I_x^{(11)}(q_x)I_y^{(11)}(q_y)I_z + 2I_x(q_x)I_y(q_y)I_x^{(2)}(q_x)I_y(q_y)I_z^{(2)})\ \},\end{aligned} \tag{22}$$

где введены следующие обозначения:

$$I_z = \int_{-\infty}^{\infty} dR_z dr_z \exp(-\beta_{jj'}R_z^2 - \alpha_{ii'}r_z^2)\,,$$

$$I_z^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} dR_z dr_z R_z^2 \exp(-\beta_{jj'}R_z^2 - \alpha_{ii'}r_z^2)\,,$$

$$I_x(q_x) = \int_{-\infty}^{\infty} d\rho_x dR_x dr_x \exp(-a_k\rho_x^2 - b_{kj}R_x^2 - c_{ki}r_x^2 + d_k\rho_xR_x + e_k\rho_xr_x + h_kR_xr_x + iq_x\rho_x)\,,$$

$$I_x^{(n,m)}(q_x) = \int_{-\infty}^{\infty} d\rho_x dR_x dr_x R_x^n r_x^m \exp(-a_k\rho_x^2 - b_{kj}R_x^2 - c_{ki}r_x^2 + d_k\rho_xR_x + e_k\rho_xr_x + h_kR_xr_x + iq_x\rho_x),$$

где

$$\alpha_{ii'} = \alpha_i + \alpha_{i'},\quad \beta_{jj'} = \beta_j + \beta_{j'},\quad b_{kj} = b_k + \beta_{jj'},\quad c_{ki} = c_k + \alpha_{ii'}\,.$$

Переменные r_x, r_y, R_x, R_y входят в матричный элемент (22) симметрично, поэтому интегралы по y записываются аналогично. Это интегралы типа Эйлера–Пуассона, которые вычисляются аналитически. Здесь важно отметить, что при таком подходе (записи ВФ и операторов в виде разложения по гауссоидам) возможно рассчитать все матричные элементы аналитически без каких либо упрощений, а значит и без потери точности.

Матричный элемент π^{8}He-рассеяния вычисляется по другой схеме. Поскольку здесь мы будем подставлять в матричный элементфункцию плотности ядра ^{8}He $\rho(r) = \left|\Psi(r)\right|^2$ [5], то расчет значительно упрощается. В этом случае запишем оператор Ω в виде (2) и ограничимся двумя первыми членами ряда, поскольку известно, что каждый следующий член дает вклад в сечение на порядок меньше предыдущего [1].

Подстановка ряда многократного рассеяния (2) в амплитуду (1) и последующие интегрированияего по прицельному параметру $d\boldsymbol{\rho}$ и импульсам, переданным в каждом акте рассеяния $d\boldsymbol{\rho}_1$, ... $d\boldsymbol{\rho}_\nu$, приводят к следующему результату:

$$\tilde{\Omega}(\boldsymbol{\rho},\mathbf{q}) = \frac{2\pi}{ik} f_{\pi N}(q)\sum_{i=1}^{8} \tilde{\omega}_i - \left(\frac{2\pi}{ik} f_{\pi N}\left(\frac{q}{2}\right)\right)^2 \sum_{i<j=1}^{8} \tilde{\omega}_{ij} + \ldots, \tag{23}$$

где

$$\tilde{\omega}_i = \exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}_i), \quad \tilde{\omega}_{ij} = \exp\left(i\frac{\mathbf{q}}{2}(\boldsymbol{\rho}_i + \boldsymbol{\rho}_j)\right)\delta(\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}_j). \tag{24}$$

Матричный элемент (1) запишем как сумму одно- и двукратных соударений. Знак «минус» между слагаемыми появляется оттого, что ряд многократного рассеяния (2) знакопеременный.

$$M_{if}(\mathbf{q}) = M_{if}^{(1)}(\mathbf{q}) - M_{if}^{(2)}(\mathbf{q}), \tag{25}$$

где

$$M_{if}^{(1)}(\mathbf{q}) = f_{\pi N}(q)\sum_{i=1}^{8} \int \left|\Psi(r)\right|^2 \exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}_i)d\mathbf{r}, \tag{26}$$

$$M_{if}^{(2)}(\mathbf{q}) = \left(\frac{2\pi}{ik} f_{\pi N}\left(\frac{q}{2}\right)\right)^2 \sum_{i=1}^{8} \int \left|\Psi(r)\right|^2 \sum_{i<j=1}^{8} \tilde{\omega}_{ij} d\mathbf{r}. \tag{27}$$

Положив $\boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{r}$, запишем $\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$ в виде разложения в ряд по функциям Бесселя

$$\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) = 4\pi\sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} (i)^{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{2qr_\nu}} J_{\lambda+\frac{1}{2}}(qr) Y_{\lambda\mu}(\Omega_q) Y_{\lambda\mu}(\Omega_r). \tag{28}$$

Тогда интегралы (26), (27) можно вычислить в сферической системе координат. Для однократного рассеяния, учитывая, что πn-столкновений6, πp-столкновений 2, получим

$$M_{if}^{(1)}(q) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{2q}}\left\{ 6f_{\pi n}(q)\int_0^{\infty} \left|\Psi_{\pi n}(r)\right|^2 J_{1/2}(qr) r^{3/2} dr + 2f_{\pi p}(q)\int_0^{\infty} \left|\Psi_{\pi p}(r)\right|^2 J_{1/2}(qr) r^{3/2} dr \right\} \tag{29}$$

Для двукратного рассеяния, учитывая, что πn-столкновений 15, πp-столкновений 13, получим

$$M_{if}^{(2)}(q) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\sqrt{\frac{\pi}{2q}}\left\{ 15f_{\pi n}^2(q/2)\int_0^{\infty} \left|\Psi_{\pi n}(r)\right|^2 J_{1/2}(qr) r^{3/2} dr + 13f_{\pi p}^2(q/2)\int_0^{\infty} \left|\Psi_{\pi p}(r)\right|^2 J_{1/2}(qr) r^{3/2} dr \right\} \tag{30}$$

Дифференциальное сечение есть квадрат модуля матричного элемента

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1}\left|M_{if}(\mathbf{q})\right|^2. \tag{31}$$

Чтобы вычислить парциальные сечения для π^{6}He необходимо в операторе Ω (14) учесть соответствующие члены разложения (k= 1÷3 для однократных соударений, k=4÷6, для двукратных, k=7 для трехкратного) и вычислить с ними матричные элементы (16) - (18). Полный ряд

(14) даст суммарное сечение. Для π^8He достаточно в (31) подставить выражение (25), с учетом (29), (30).

Заключение

В работе выведены матричные элементы $\pi^{6,8}$He-рассеяния в рамках глауберовской теории. При выводе матричных элементов для ядра ^{6}He принимались в расчет два условия: трехчастичная ВФ в αnn-модели для ^{6}He и разложение глауберовского оператора Ω в ряд соударений на α-кластере и нуклонах. Разложив глауберовский оператор в ряд, сопряженный трехчастичной ВФ ^{6}He, мы рассчитали суммарное ДС с учетом всех кратностей соударений и парциальные ДС, соответствующие одно-, двух- и трехкратным соударениям. Матричные элементыдля^{8}He вычислены с ВФ в LSSM, соператором Ω в которомучтены одно- и двукратные соударения. Это позволило рассчитать амплитуды рассеяния аналитически, не прибегая к численному интегрированию. Как показано в предыдущих работахпо рассеянию протонов на ядрах $^{6\text{-}9}$Li [3], ^{6,8}He [6], основной вклад в сечение при малых переданных импульсах дают однократные соударения, а при больших переданных импульсах вклады высших порядков значительны и должны учитываться.

Литература

1 Глаубер Р.Теория столкновений адронов высокой энергии с ядрами // Успехи физических наук. –1971. – Т.103. – Вып.4. – С.641-673.

2 Кукулин В.И., Краснопольский В.М., Ворончев В.Т., Сазонов П.В. Детальное изучение кластерной структуры легких ядер в модели трех тел: (II). Спектр низколежащих состояний ядер с А=6 // Ядерная физика А. – 1986. – Т.453. – Вып. 3. – С.365-388

3 Кукулин В.И., Померанцев В.И., Разиков Х.Д. и др. Детальное изучение кластерной структуры легких ядер в модели трех тел: (IV). Расчет большого пространства ядер с А=6 с реалистичными ядерными силами // Ядерная физика А. – 1995. – Т.586. – Вып.1. – С.151-189

4 Ибраева Е.Т. Рассеяние $\pi^{\pm}$- и K^{+}- мезонов на легких кластеризованных ядрах // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 2003. – Т.34. – Вып.2. – С.269-331.

5 Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.Квантовая теория углового момента. – Л.: Наука. – Ленинградское отд. – 1975. – 439 с.

6 Каратаглидис С., Дортманс П., Амос К., Беннхолд С. Альтернативные оценки сияния в ядрах // Физический обзор С. – 2000. – Т.61. – 024319.

7 Антонов А.Н., Кадрев Д.Н., Гайдаров М.К. и др. Заряды, распределение материи и форм-факторы легких, средних и тяжелых ядер // Физический обзор С. – 2005. – Т. 72. – 044307.

8 Ибраева Е.Т., Имамбеков О., Джазаиров-Кахарманов А. Расчет p^{6}He и p^{8}He упругого рассеяние в глауберовской аппроксимации // Международный журнал современной физики Е. – 2013. – Т.22. –1350017-1-1350075.

References

1 Glauber R.Teorija stolknovenij adronov vysokoj jenergii s jadrami // Uspehi fizicheskih nauk. –1971. – T.103. – Vyp. 4. – S. 641-673.

2 Kukulin V.I., Krasnopol'skij V.M., Voronchev V.T., Sazonov P.V. Detal'noe izuchenie klasternoj struktury leg-kih jader v modeli treh tel: (II). Spektr nizkolezhashhih sostojanij jader s A=6 // Jadernaja fizika A. – 1986. – T. 453. – Vyp. 3. – S. 365-388.

3 Kukulin V.I., Pomerancev V.I., Razikov H.D. i dr.Detal'noe izuchenie klasternoj struktury legkih jader v mo-deli treh tel: (IV).Raschet bol'shogo prostranstva jader s A=6 s realistichnymi jadernymi silami // Jadernaja fizika A. – 1995. – T.586. – Vyp.1. – S.151-189

4 Ibraeva E.T.Rassejanie π±- i K+- mezonov na legkih klasterizovannyh jadrah // Fizika jelementarnyh chastic i atom-nogo jadra. – 2003. – T.34. – Vyp.2. – S.269-331.

5 Varshalovich D.A., Moskalev A.N., Hersonskij V.K.Kvantovaja teorija uglovogo momenta. – L.: Nauka. – Leningradskoe otd. – 1975. –439 s.

6 Karataglidis S., Dortmans P., Amos K., Bennhold S. Al'ternativnye ocenki sijanija v jadrah // Fizicheskij obzor S. –2000. – T.61. – 024319.

7 Antonov A.N., Kadrev D.N., Gajdarov M.K. i dr. Zarjady, raspredelenie materii i form-faktory legkih, srednih i tjazhelyh jader // Fizicheskij obzor S. – 2005. – T.72. – 044307.

8 Ibraeva E.T., Imambekov O., Dzhazairov-Kaharmanov A. Raschet r6Ne i r8Ne uprugogo rassejanie v glauberovskoj approksimacii // Mezhdunarodnyj zhurnal sovremennoj fiziki E. – 2013. – T.22. –1350017-1-1350075.